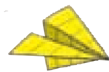
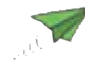
교사용 지도서



중 학 교

수학 ②





(주)지학사

머 리 말

현대 과학 문명은 미처 예상하지 못한 분야까지 급속도로 발전하고 있으며, 그 발전의 중심에는 언제나 수학이 자리해 왔습니다. 이러한 상황 가운데 수학 교육의 중요성은 더욱 부각되고 있습니다. 하지만 수학은 일반적으로 어려운 교과로 인식되기 때문에 하고자 하는 의욕이 있음에도 효율적인 학습이 이루어지지 않는 경향이 많습니다. 그 이유는 여러 가지가 있지만 다음과 같이 두 가지로 요약할 수 있습니다.

첫째, 방법론의 문제입니다. 수학은 어느 교과보다도 체계적이고 논리적이기 때문에 단계적인 학습을 통하여 단원 상호 간의 연계적 이해가 이루어져야 합니다. 또한 수학은 누적적인 학문입니다. 오늘날의 수학은 오래전부터 발견되고 발전해 온 수학을 기초로 이루어져 있으므로 이를 무시하면 수학 학습은 마치 사상누각이 되는 것입니다. 따라서 수학은 반드시 기초부터 시작해야 하고, 이를 바탕으로 체계적이고 논리적으로 확장해 나가야 합니다. 그러나 수학을 학습하는 데 이와 같은 수학의 특징을 중요하지 않게 여기는 경향이 있습니다.

둘째, 응용력의 문제입니다. 이미 언급했듯이 수학은 논리적인 전개를 바탕으로 합니다. 그러므로 체계적인 이해를 전제로 하지 않은 단순한 암기와 기계적인 응용은 심도 있는 수학 학습에 한계를 불러옵니다. 즉, 어떠한 문제가 주어졌을 때, 문제의 성격과 해결 과정에 대한 철저한 사고 없이 문제 유형과 공식을 대응하여 해결하려는 식의 요령은 오히려 다양한 문제에 적용하는 데 한계를 가져오고 수학 학습을 보다 어렵게 느끼게 합니다.

본 교사용 지도서는 위와 같은 점들을 고려하여 단원 간의 연계와 원리의 이해 및 적용에 중점을 두고 편찬하였습니다. 그리고 선생님께서 학생들에게 수학을 지도할 때, 학생들이 보다 흥미와 관심을 가지고 쉽게 이해할 수 있도록 교과서 체계에 맞추어 구성하였습니다. 아울러 교과서의 활용에 도움이 되는 사항들을 함께 수록하였으며, 구체적인 활용 방법은 따로 설명하였습니다.

교육 현장에 계신 선생님께서 본 교사용 지도서를 효율적으로 사용하여 보다 알찬 수학 교육의 결실을 거두기 바랍니다.

지은이 씀

구성과 특징

총론 교사들의 전문성 신장에 도움을 줄 수 있는 내용들을 엄선하여 수학 교육의 필요성 및 목적, 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 이해, 수학 교과서의 개발 동향, 수학적 문제 해결, 수학과 평가의 특징 및 방법, 좋은 수업의 의미, 수학과 수업 평가 등을 설명하였습니다.

수학 교육의 필요성 수학 교육의 필요성과 목적을 제시함으로써 교사가 수학을 가르쳐야 하는 당위성에 대하여 인식하고 학생들을 지도할 수 있도록 하였습니다.

교과서와의 연계 본 교사용 지도서와 연계된 교과서의 편찬 방향과 구성, 특징을 제시함으로써 교과서의 흐름을 파악하고 수업에 활용할 수 있도록 하였습니다. 또 연간 지도 계획안을 표로 제시하여 학습 지도 계획 수립 시 도움이 되도록 하였습니다.

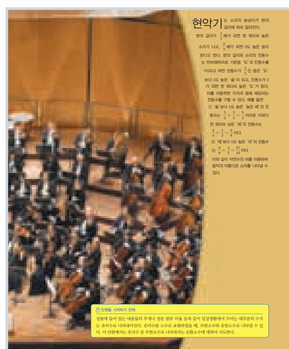
2009 개정 교육과정 2009 개정 교육과정의 기본 방향과 그에 따른 수학과 교육과정의 특징, 학년별 내용 변화, 내용 체계를 제시함으로써 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정을 이해하고 수업에 적용할 수 있도록 하였습니다.

수학 교육의 동향 최근 수학 교육의 큰 흐름인 구성주의 수학 교육관, 문제 해결의 조류, 수학과 평가의 동향을 설명하고 이에 따른 교과서의 개발 방향과 수업 운영 방안 등에 대하여 제시함으로써 실제 수업에 의미 있게 적용할 수 있도록 하였습니다.

각론 단원별 지도에 참고할 수 있는 수준별 교수·학습 과정안, 수준별 학습지, 교과서 내용의 해설과 문제 풀이 및 교과서 내용 지도 시 유용한 자료들을 제시하였습니다.

단원의 차시별 지도 계획 단원 전체를 지도하는 데 있어서의 총 시간 수, 지도 내용, 교육과정에 명시된 용어와 기호 등을 쉽게 알아볼 수 있도록 표로 정리하였습니다.

단원의 이론적 배경 단원의 내용 중에서 특히 교사에게 필요한 이론적 배경과 이론이 발전되어 온 수학사적 배경을 설명하였습니다.



단원을 시작하기 전에 단원의 시작에 앞서 이 단원에서 학습하게 될 중심 내용을 간략하게 요약정리하였습니다. 그리고 학생들에게 단원의 중심 내용을 이해시킬 수 있도록 여러 가지 예를 제시하였습니다.

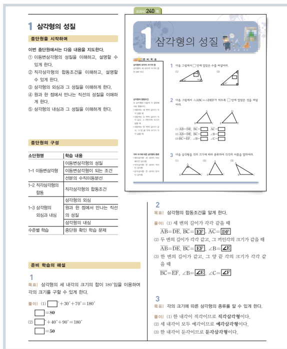


단원의 지도 목표 대단원의 지도 목표를 조목별로 중요 사항만 간단하게 설명하였습니다.

교수·학습상의 유의점 대단원의 지도에 있어서 특별히 유의해야 할 사항을 설명하였습니다.

교수·학습의 계열 단원과 관련하여 선수 학습과 후속 학습의 연계성을 제시하였습니다.

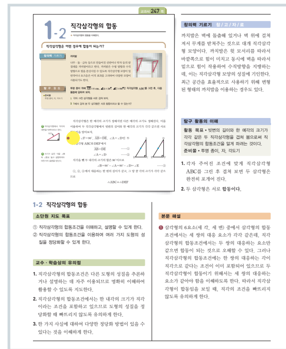
교수·학습 과정안(수준별)과 수준별 학습지 한 차시에 해당하는 수준별 교수·학습 과정안과 수준별 학습지를 예로 제시하여 학생들의 수준에 맞게 수준별 수업을 진행하는 데 도움이 될 수 있도록 하였습니다.



중단원을 시작하며 중단원에서 학생들에게 지도할 내용을 일목요연하게 정리하였습니다.

중단원의 구성 중단원의 소단원명과 각 소단원의 지도 내용을 제시하였습니다.

준비 학습의 해설 준비 학습 문제에 관한 지도 목표 및 문제의 풀이를 제시하였습니다.



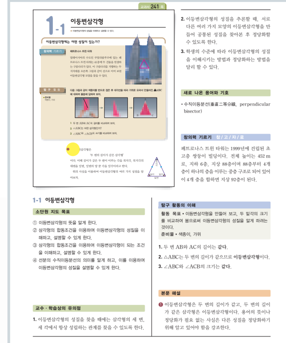
창의력 기르기 참고 자료 스토리텔링을 활용하여 학습 내용에 대한 학생들의 흥미를 유발할 수 있도록 관련 내용에 대한 충분한 설명을 제시하였습니다.

탐구 활동의 이해 탐구 활동의 목표와 자세한 풀이를 제시하였습니다.

소단원 지도 목표 소단원별로 세부적이고 구체적인 지도 목표를 자세히 제시하였습니다.

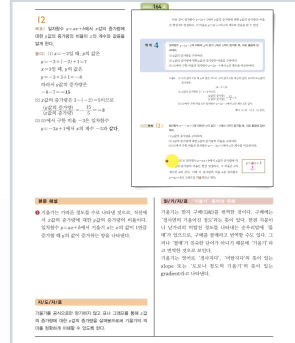
교수 · 학습상의 유의점 소단원의 지도에 있어서 특별히 유의해야 할 사항을 정리하여 제시하였습니다.

새로 나온 용어와 기호 소단원에서 새로 배우게 될 용어와 기호를 제시하였습니다.



본문 해설 교과서에 제시된 학습 내용을 해설하였습니다. 공식이나 중요한 내용은 강조하고, 보다 자세한 설명을 덧붙였습니다.

지도 자료 내용 지도 시 보충 설명이나 기호에 대한 설명이 필요할 때, 도움이 될 수 있도록 지도 자료를 제시하였습니다.



읽기 자료 교과서의 본문 내용과 관련된 수학사, 기호의 유래, 생활 속 수학 등 각종 읽기 자료를 제시하여 수업 시간에 학생들의 흥미를 유발하는 데 도움이 될 수 있도록 하였습니다.

문제의 해설 교과서 본문에 있는 모든 문제의 출제 의도 및 지도 목표, 자세한 풀이를 제시하였습니다.

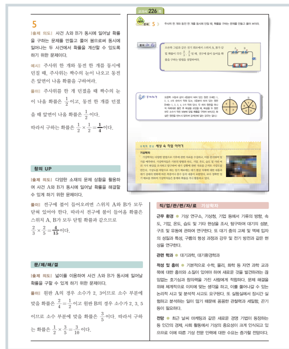
직업 관련 자료 교과서의 수학이 만난 세상 속 직업 이야기와 관련된 자료를 제시하여 학생들의 진로 지도에 도움이 될 수 있도록 하였습니다.

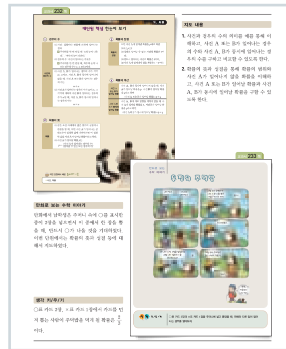
지도 내용 단원에서 지도한 내용을 간략히 정리하였습니다.

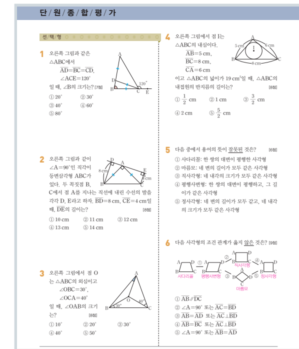
만화로 보는 수학 이야기 만화로 보는 수학 이야기의 내용과 단원의 관련성에 대하여 설명하였습니다.

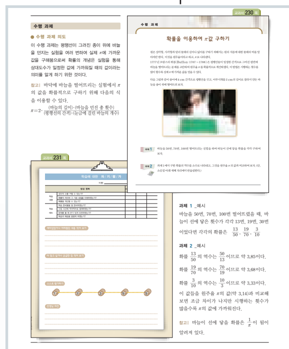
생각 키우기 만화와 관련하여 열린 반응을 요구하는 문제인 생각 키우기의 예시 답안을 제시하였습니다.

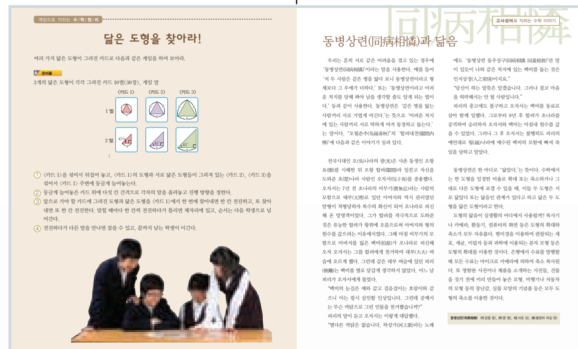
단원 종합 평가 단원의 이해도를 측정하기 위하여 단원 끝에 평가 문제를 추가로 제시하였습니다. 또 그 결과를 반영하여 학생들의 수준에 맞는 지도를 할 수 있도록 수준별 문제를 제시하였습니다.











수행 과제 수행 과제의 출제 의도와 예시 답안을 제시하였습니다.

게임으로 익히는 수학 원리 학생들이 학습한 내용을 활용하여 게임을 할 수 있도록 관련 자료를 제시하고, 재미있는 게임을 통하여 수학 내용을 폭넓게 이해할 수 있도록 하였습니다.

고사성어로 익히는 수학 이야기 단원과 관련된 수학 내용을 다시 한 번 상기시키기 위하여 흥미로운 고사성어와 함께 수학 이야기를 제시하였습니다.

차 례

총론

각론

교사용 지도 자료

총론

Ⅰ. 수학 교육의 필요성 및 목적

수학 교육은 한마디로 21세기 자유 민주주의 체제하의 정보 산업 사회를 살아갈 학생들에게 수학적 소양과 수학적 힘을 기르기 위해서 필요하다(NCTM, 1989). 전미수학교사협의회(NCTM)는 수학의 학습 목표로 수학의 가치를 알고, 수학을 하는 자신의 능력을 확신하며, 수학적으로 문제를 해결할 수 있으며, 수학적으로 의사소통할 수 있고, 수학적으로 추론할 수 있어야 한다는 것을 들고, 초·중등 수학 교육을 통해 일관되게 이러한 목표를 달성하기 위한 다양한 경험을 학생들에게 제시할 것을 요구하고 있다(1989, 2000).

또한 우리나라의 수학과 교육과정에서는 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고, 사물의 현상을 수학적으로 관찰하여 해석하는 능력을 기르며, 실생활의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르도록 설정하고 있다. 그리고 수량 관계나 도형에 관한 수학적 개념의 이해, 논리적인 사고력, 합리적인 문제 해결 능력과 태도는 과학을 비롯한 대부분 교과들의 성공적인 학습을 위해 필요하므로 수학은 다른 교과의 효율적인 학습에 기초가 되는 교과라고 기술하고 있다(교육과학기술부, 2011).

이러한 수학 교육의 필요성은 수학 교육의 목적과도 연계되어 있다. 그러나 운전 교습이나 수영 등과 같이 본인의 필요에 의하여 배우는 경우와는 달리, 학교 교육은 강제성을 띨 뿐만 아니라 그 교육 목적이 다분히 추상적이기 때문에 모든 사람들의 공감대를 형성하기는 쉽지 않다. 그럼에도 어떤 이유에서든 학교에서 수학 교육이 필요하다는 의견에 반대할 사람은 거의 없을 것이다. 이는 그리스 시대 이래로 이천 년 동안 수학이 어떤 식으로든 지도되어 왔다는 것에서 알 수 있으며, 현재의 수학 교육을 개선하기 위한 연구는 많지만 수학 교육의 필요성을 근본적으로 부정하는 연구는 없다는 사실에서도 입증된다.

일반적으로 수학 교육 관련 전문가들은 수학 교육의 목적으로 정신 도야성, 실용성, 문화적 가치 및 심미성을 강조하고, 이러한 목적들을 학생들이 실감할 수 있도록 학교 수학 교육의 목표, 내용 및 방법 등을 정선하는 일이 중요하다고 지적한다.

01 정신 도야성

수학은 수학을 학습하는 학생들에게 논리적으로 추론하는 정신적 능력을 배양하는, 이른바 정신력 도야의 소재가 되며, 이러한 수학적 추론 과정은 정신적 능력의 훈련에 적합한 몇몇 요인들을 포함하고 있다(강완 외, 1998).

■ 엄밀성

수학적 활동에서 사고의 정확성, 엄밀성은 수학의 아름다움과 그 기능을 구성하는 필수적 요소이다. 수학적 활동을 통하여 학생들은 일반적 사고에도 수학적 엄밀성을 적용할 수 있게 되며, 결과적으로 이를 자신의 사고 활동의 한 성향으로 동화시킬 수 있게 된다.

■ 간결성

수학에서 사용되는 정의를 비롯하여 수학적 성질이나 사실, 원리, 정리 등은 모두 최소한의 언어로 최대한의 의미를 표현하려는 수단이다. 수학 학습을 통하여 훈련된 간결한 표현 능력은 자신의 생각이나 의도를 간단명료하게 표현하고 이해하는 데 또는 이해시키는 데 도움을 준다.

■ 논리성

수학적 활동에서 논리 정연한 추론 과정은 필수적 요소이며, 이에 대한 객관적 검증의 과정 등은 모두 일반적 문제 상황에서도 요구되는 것이다. 이는 수학적 추론 훈련을 통하여 얻을 수 있는 주요 정신 능력이다.

■ 일반성

수학적 아이디어나 개념은 추상화 과정을 거쳐 일반화됨으로써 그 적용 범위가 확대된다. 주어진 특정 상황을 분석하고, 그 결과를 추상화시켜 유사한 다른 상황에 적용하고자 하는 일반화 능력 역시 수학 학습을 통해 훈련될 수 있는 주요 정신 능력이다.

지금까지 언급한 바를 토대로 하면 수학은 엄밀성, 논리성, 합리성 등의 고등 정신 능력을 많이 사용하고 있는 교과목이라고 할 수 있다. 예를 들어 수학 교육에서 다루어지는 증명 과정, 문제 해결의 진행 단계를 통해서 학생들은 어떤 주장이나 이론의 근거를 분명히 하는 논리적인 엄밀성을 습득하게 되고, 이러한 논리적인 태도는 일상생활에서 자신이 어떤 주장이나 의견을 내세울 때나 어떤 일을 추진하기 위해 상대방을 이해시킬 때 절대적으로 필요한 요소이다. 더 나아가 이러한 태도나 능력은 실제의 문제 상황을 해결해 가는 과정에서 그 문제를 명확히 파악하여 합리적인 결과를 가져올 수 있게 하는 중요한 요소가 된다.

02 실용성

흔히 고등학교에서 배우는 정도의 수학조차도 일상생활에서 쓰이지 않는다고 한다. 예컨대 미적분은커녕 제곱근이나 인수분해 등과 같이 학교 교육에서 중요시되어 왔던 계산조차 좀처럼 쓸 일이 생기지 않는다고 한다. 따라서 일상생활에서 중학교 이상에서 다뤄진 수학 내용을 직접적으로 손쉽게 활용할 수 있는 실례가 그다지 많지 않으며, 여전히 수학을 실제로 필요로 하는 경우는 예전과 크게 다를 바 없이 특정 소수인을 위한 것이라고 여겨진다. 그러나 이처럼 '실용성'의 의미를 대중을 위한 학교 밖의 주변에서의 실용성으로 한정한다면, 비단 수학 교과뿐만 아니라 다른 교과에서도 학교 교육의 목적이 무의미해질 수밖에 없다. 가령 수학 교과의 지식을 통해 계산을 하고, 사회 교과의 지식을 통해 지도를 보고, 가정 교과의 지식을 통해 꽃밭 가꾸기를 하는 것에만 그 실용성의 의의를 둔다면, 학교 교육의 존재 가치 여부는 더 이상 논의될 필요가 없을 것이다. 따라서 물건을 사고 난 후의 거스름돈의 계산과 같은 간단한 문제 상황뿐만 아니라 어떤 상품을 구입하기 위해 여러 자료를 조사하고 가격을 비교하며 구매 조건 등을 분석하여 최선의 선택을 하는 과정까지도 실용성의 범주에 포함시켜야 할 것이다.

또한 학생들이 어린 시절부터 문학이나 과학 등에 소질을 보일 수도 있으나 현실적으로 초·중등 시절에는 장래의 직업에 대하여 아직 명확하다고 볼 수 없으므로, 장래의 직업 선택에 도움이 될 수 있도록 여러 방향의 가능성을 열어 놓은 상태의 교육이 필요함도 간과할 수는 없다. 이와 같은 의미에서 수학 교과의 학습은 더 의미 있고 필요한 것이라고 하겠다.

03 문화적 가치 및 심미성

학교에서 다뤄지는 수학은 학생들로 하여금 수학의 매력과 위력을 알게 함으로써 수학의 문화적 가치 및 심미성을 느끼고 표현할 수 있게 하며, 단지 필요에 의하여 개발하는 기술이나 도구에 비하여 한 차원 높은 사고를 경험하게 한다. 주어진 공간과 조건에 맞도록 대칭성과 반복을 활용하여 수학적인 균형과 완성미를 추구한 문화 유물에는 극소수의 전문가만이 느낄 수 있는 아름다움이 아니라 대다수 학생들도 충분히 느낄 수 있는 아름다움

이 들어 있으며, 매우 간단한 수학적 원리를 활용하여 흥미진진한 게임을 하는 예에서도 그 심미적 가치를 쉽게 찾을 수 있다. 또한 수학의 아름다움이나 매력은 미적분의 기본 정리에서부터 신라 시대의 술병에 이르기까지 다양한 대상과 수준에서 발견될 수 있다. 이와 같은 풍부한 자료와 유연한 해석을 통하여 문화적 가치, 수학 고유의 심미성을 적절한 수준에서 확인하는 경험은 고등학교를 떠남과 동시에 수학과 멀어지는 대부분의 학생들에게 반드시 필요하다.

수학 교육에서 놓치지 말아야 하는 것은 모든 건전한 시민을 위한 공통적으로 기본적이면서도 필수적인 수학 내용이 무엇인가를 분명히 하는 것이다. 따라서 수학 교육은 모든 학생들에게 꼭 필요한 내용이 무엇인지 명확히 정할 필요가 있으며 그것이 다양한 상황과 측면에 적용되면서 철저히 그리고 깊이 있게 이해되도록 돕는 것이 필요할 것이다. 궁극적으로 교육의 목적은 학생의 잠재력을 계발하고, 건전한 사회인으로서의 역할을 수행하도록 돕는 데 있다. 다른 교과 교육이 그러하듯이 수학도 현대 사회와 미래 사회를 살아갈 건전한 시민으로서 그 사회를 지탱하는 문명적, 문화적 기저 중에서 수학을 기반으로 하는 것에 대하여 수학적으로 이해하는 눈을 기르기 위해 배우는 것이다.

결국 수학을 가르쳐야 하는 이유는 수학의 내용이 인간과 환경에 관한 각종 현상을 보는 안목과 수단을 제공해 주기 때문이다. 수학적 안목의 고양이라는 것은 수학의 실용성과도 연결될 수 있지만 그보다는 경제 · 사회 · 문화 등 제 분야에 녹아 있는 수학적 현상이나 원리 · 모델 등을 파악하여 이들 분야를 더욱 깊이 있고 창의적인 방법으로 이해할 수 있도록 하는 것을 의미한다. 또한 수학은 어떤 문제를 여러 가지 수학적 방법으로 해결하게 함으로써 문제 해결의 지혜를 기르고, 한 현상에 담긴 수학적 질서를 이해하기 위해 배우며, 사물의 법칙과 질서에 대한 수학적 이해력을 기르기 위해 배운다고도 할 수 있다. 즉, 조각상의 무게중심, 물건 구매, 유전자의 배열, 황금 비율, 투자에 따른 수익률, 건축, 디지털의 세계, 자동차의 속도와 회전 등 일상생활의 다양한 모습들을 수학적으로 이해하기 위해서 수학을 배우는 것이다(황혜정 외, 2012).

II. 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 이해

2009년 12월 23일에 교육과정 총론이 발표됨에 따라 2011년 8월 9일, 2009 개정 교육과정에 따른 '수학과 교육과정'이 최종 확정 및 공표되었다. 이 교육과정은 2013년부터 현장에 적용되고 있으며, 이에 대한 개정 배경 및 방향, 창의성 강조를 위한 수학적 과정(mathematical process)의 반영, 교육과정 문서의 구성 및 체제, 학교급별 주요 내용 변화에 대해 간략히 살펴보면 다음과 같다.

01 개정의 기본 방향

새로운 수학과 교육과정에서는 우선적으로 2009 개정 교육과정 총론의 취지에 부합하고 기존 수학과 교육과정의 문제점을 극복할 수 있는 새로운 교육과정의 성격, 목표, 내용 등을 개발하는 데 주력하였다. 특히 미래 사회에서 요구되는 핵심 역량의 주요 요소인 창의 중심의 교육과정 운영 및 교과용 도서 구현이 가능하도록 이에 따른 교육 목표와 내용을 개발하는 데에 초점을 두었으며, 다음의 항목을 구현하고자 하는 것이 새로운 교육과정의 주요 개발 방향이다.

가. 수학 교과 내용의 양 20 % 경감

2009 개정 교육과정 총론의 '교육과정 편성 · 운영 지침'의 주요 변화 내용 중 2007 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 대비 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 내용 20 % 경감의 배경이 될 수 있는 근거는 학교의 특성, 학생 · 교사 · 학부모의 요구 및 필요에 따라 학교가 자율적으로 교과(군)별 20 % 범위 내에서 시수를 증감하여 운영할 수 있는 데 있다(교육과학기술부, 2009). 2009 개정 교육과정 총론에서는 각 교과별로 교육과정의 성취 기준을 개발할 경우 학습량이 증가하여 교육 내용의 적정화를 저해할 우려가 있음을 염두에 두고, 교과별 교육과정 개발 시 현행 교육과정 대비 20 %의 내용이 경감되어야 함을 적극 주장하였다(박순경, 2010). 즉, 기준 수업 시수를 감안하되 교과 내용의 양은 현행 교육과정보다 20 % 정도 감축한다고 상정하고 최적한 학습 내용을 정선함으로써 보다 질 높은 교과 교육과정을 추구하도록 하였다.

나. 수학적 창의성 강조에 따른 수학적 과정

(1) 수학적 창의성의 의미

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 수학적 창의성은 수학적 과제를 해결하는 과정에서 다양하고 독창적인 해결 방법을 산출하거나 새로운 관점에서 과제를 탐구하고 지식을 구성하는 능력을 의미한다. 여기서 수학적 과제는 학생들의 수학적 능력 계발을 위한 내용적 배경을 제공하는 것으로서, 예를 들어 학생들이 참여하게 되는 프로젝트, 질문, 문제, 활동 등을 망라한 것이다.

이와 같은 수학적 창의성을 계발하기 위해서는 우선 학생들이 정형화된 틀이나 형식에 얽매이지 않고 자신의 수학적 아이디어를 자유롭게 표현할 수 있는 분위기를 조성해 주어야 한다. 이와 같은 학습 상황에서 학생들은 수학을 학습하고 행하는 과정에서 과제에 대한 호기심, 사고와 판단에서의 독자성, 과제 해결에 대한 집착성과 끈기 등과 같은 창의성의 정의적 측면도 발전시키게 될 것이다.

한편 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 수학적 창의성은 학교 수준에서의 수학적 창의성을 의미하기 때문에, 학습자가 수학적 추론과 통찰을 활용하여 기존의 지식과 경험을 유의미한 방법으로 분석 · 연결 · 통합하는 과정에서 창의성이 발현된다고 본다. 또한 학교 수학을 통해서 수학적 창의성을 계발할 때에는 창의적인 사고와 관련되는 일련의 과정을 수학적으로 의사소통하고 표현하는 능력도 신장시켜야 할 것이다.

(2) 수학적 과정의 의미 및 반영

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서 말하는 '수학적 과정'은 수와 연산, 도형 등의 내용 영역에서 다루는 수학적 주제를 이해하고 습득하는 데에서, 그리고 그러한 수학적 주제를 활용하여 다양한 현상을 이해하고 문제를 해결하고 의사소통하는 데에서 활성화되어야 하는 능력을 의미한다. 다시 말해서 '수학적 과정'은 학생들 주변의 다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결할 때 활성화되어야 하는 수학의 과정적 기능을 의미하며, '수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통' 등을 구성 요소로 가지는 개념으로 정의하였다.

여기서 '수학적 문제 해결'은 수학의 문제나 문제적 상황에서 그 해를 찾아내기 위하여 이미 알고 있는 수학의 개념, 원리, 법칙 등의 지식이나 기능을 바탕으로 수학적 발견술이나 전략 등의 다양하면서 종합적인 사고 과정을 수행하는 것을 의미한다. '수학적 추론'은 수학적 현상이나 사실 등을 대상으로 그와 관련된 잠재적인 수학적 규칙성이나 원리, 구조 등에 결론적으로 이르기 위한 논리적 사고 과정을 수행하는 것을 의미한다. 그리고 '수학적 의사소통'은 수학의 아이디어나 생각 등을 수학적 표현 수단을 통하여 서로 공유하고 학습하게 되는 과정을 수행하는 것을 의미한다(NCTM, 2000).

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 구성 체제를 살펴보면, '목표', '내용', '교수 · 학습 방법', '평가' 등의 순으로 구성되어 있다. 학교에서 구체적으로 학습해야 할 수학 성취 기준은 '내용'에서 학년(군)별로 제시되어 있다. 한편 '수학적 과정'의 하위 구성 요소로 설정한 '수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통'은 우리나라의 수학과 교육과정에서 지속적으로 강조되어 온 사항이다. 2007 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서도 '목표' 및 '교수 · 학습 방법'에서 수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통을 강조하고 있다.

학교의 수학 교수 · 학습의 실질적인 모습을 결정한다고 할 수 있는 교과서의 경우, 그 내용은 주로 수학과 교육과정의 '내용'에 제시되어 있는 성취 기준을 중심으로 구성된다. 현행 수학과 교육과정과 같이 '목표'와 '교수 · 학습 방법'에서 '수학적 과정'과 관련된 제 측면을 과거와 같이 선언적으로만 제시하는 것은, '수학적 과정'과 관련된 제 측면들이 교과서의 내용 구성에 배경으로서 암묵적으로 스며들게 되는 장점이 있다고 볼 수 있지만, 학생들에게 적극적이고 명확하게 지도되지 않는다는 한계점 또한 지니고 있다.

따라서 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서는 현행 수학과 교육과정의 '목표' 및 '교수 · 학습 방법'에서 선언적으로 제시되고 있는 '수학적 과정'의 제 측면들을 보다 구체적인 성취 기준을 가지고 '내용'의 진술에 포함시킴으로써 교과용 도서 및 수업 상황에서 수학적 과정과 관련된 제 측면들을 더욱 적극적이고 분명히 다루게 하고 있다. 한마디로 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정은 '수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통'을 '수학적 과정'으로 간주하고, 이를 학습 내용 성취 기준 및 교수 · 학습상의 유의점, 그리고 교수 · 학습 방법 등에 반영하였다.

수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통의 특징은 각각 다음과 같다.

〈표 Ⅱ-1〉 수학적 과정의 요소 및 특징

수학적 문제 해결
가. 주어진 문제의 해결에 필요한 정보를 확인 또는 보완하고 적절한 전략이나 사고 과정을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
나. 수학적인 방법으로 문제 해결의 과정과 결과의 타당성을 설명할 수 있다.
다. 문제 해결 과정이나 완결 후 문제 제기를 통하여 문제 해결을 발전적으로 이끌 수 있다.
라. 문제 해결에서 얻은 결과와 사용된 전략을 일반화하여 새로운 문제 상황에 적용할 수 있다.

수학적 추론
가. 수학적 추측이나 주장을 만들고, 수학적 지식에 근거하여 이를 정당화할 수 있다.
나. 수학적 아이디어나 사고 과정을 수학적인 방법으로 검증할 수 있다.
다. 수학적 활동에서 다양하고 독창적인 아이디어가 지니는 가치를 인식할 수 있다.
수학적 의사소통
가. 수학적인 방법을 활용하여 자신의 생각을 논리적으로 정확하게 표현하고, 다른 사람을 이해시킬 수 있다.
나. 수학적 활동 중에 자신의 수학적인 생각을 다른 사람과 주고받는 활동의 중요성을 인식하고, 이를 통하여 자신의 생각을 개선시킬 수 있다.
다. 다른 사람의 수학적 아이디어나 사고 과정을 이해하고 평가할 수 있다.

(3) 학년군제 도입 및 적용

2009 개정 교육과정 총론의 초·중등학교 교육과정 구성의 방침에 의하면 "교육과정 편성·운영의 경직성을 탈피하고, 학년 간 상호 연계와 협력을 통한 학교 교육과정 편성·운영의 유연성을 부여하기 위하여 학년군을 설정한다."라고 규정하고 있다(교육과학기술부, 2009).

현재 2007 개정 교육과정 체제에서는 학년제를 따르고 있다. 즉, 각 학년에서 배워야 할 내용을 학년별로 제시하였다. 반면 학년군제는 학생들이 배워야 할 내용을 학년별이 아니라 몇 개 학년을 묶어서 제시한다. 예를 들어 초등학교 1학년에서 2학년 사이에 학습할 내용을 초등학교 1~2학년군으로 제시하는 것이다.

학년군제 도입에 따른 가장 큰 변화는 학생들의 수준별 학습이다. 학년군제를 실시하는 것은 학생들의 학습 수준의 차이를 인정하는 것이다. 이해가 빠른 학생들은 더 많은 내용을 혹은 더 깊은 내용을 학습할 수 있고, 이해가 느린 학생들은 기본적인 내용을 집중적으로 학습할 수 있다. 학생들은 자신의 흥미나 적성을 고려하여 필요한 수학 교과를 선택할 수 있으며, 이는 학생들의 진로 선택과 관련될 수 있다.

또 다른 변화는 학년군제에서는 다양한 교과서가 사용될 수 있다는 것이다. 교육과정에서 엄격한 학년의 구분이 없어지고 내용이 통합적으로 제시되기 때문에 관련 내용들을 여러 가지 방법으로 재배치할 수 있게 된다. 예를 들어 초등학교 1학년과 2학년에서 학습할 수와 연산 영역을 초등학교 1학년에서 집중적으로 학습하도록 하는 교과서를 구성할 수 있다. 또는 중학교에서 대수와 함수를 밀접하게 관련시켜서 교과서를 구성할 수 있다. 즉, 수학 교과가 가진 특성을 발휘하여 학생들의 창의력을 발달시킬 수 있는 다양한 교과서의 출현이 가능하게 된다.

그러나 학년군제에 따르는 단점들도 충분히 예상되기 때문에 학년군제를 실행하기 위해서는 다음과 같은 사항들에 대한 해결 방안이 모색되어야 한다.

첫째, 수준별 수업 방안이 마련되어야 한다. 학년제 대신에 학년군제를 실시하는 취지 중의 하나는 학생들의 학습 수준 차를 인정하고 학생들의 수준에 맞는 학습을 통해서 사고 발달과 진로 선택에 긍정적인 효과를 주기 위함이다. 따라서 학생들의 수준에 적합한 수업이 가능한 수준별 수업 방안이 마련되어야 한다.

둘째, 수준별 수업이 원활히 시행되기 위해서는 적절한 평가 기준이 마련되어야 한다. 학생들의 다양한 진로와 흥미를 고려하여 과목을 이수하고 이에 대한 타당한 평가가 이루어져야 한다.

셋째, 교육과정이 학년군으로 구성되더라도 학년별로 교과서가 어떻게 저술되어야 하는지에 대한 기준이 필요하다.

넷째, 전학생들을 위한 보충 학습 과정 등 교수·학습 방안 및 정책이 마련되어야 한다.

02 수학과 교육과정의 특징

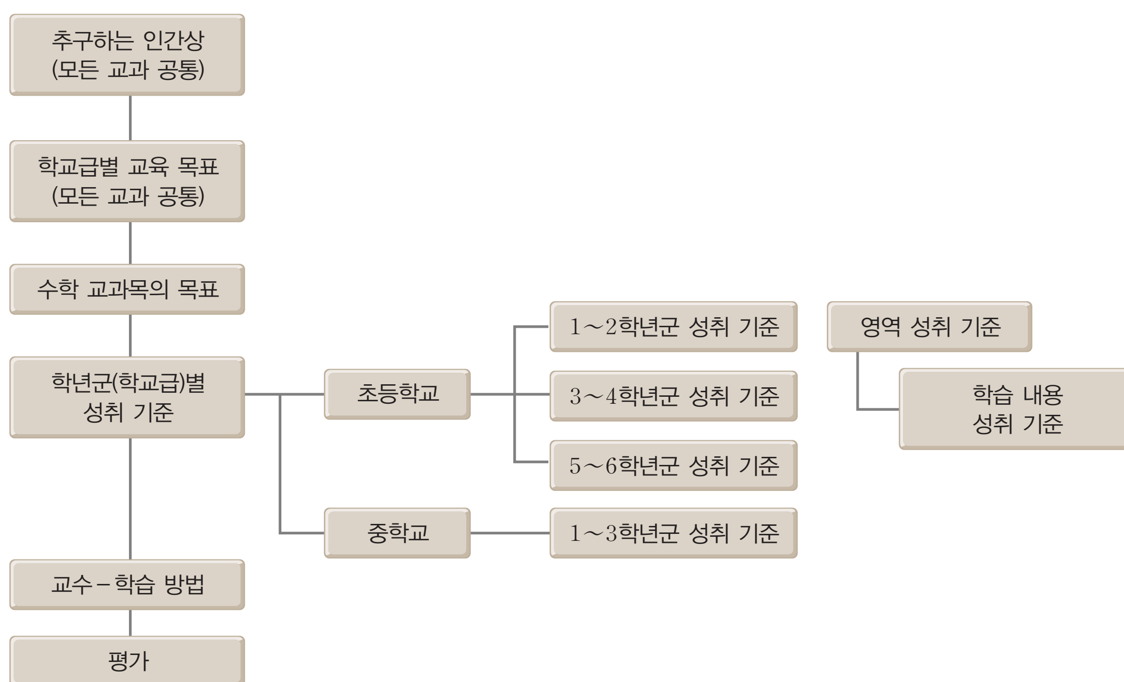
가. 교과목의 구성 및 문서 체제

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 교과목은 공통 교육과정과 선택 교육과정으로 구성되어 있으며, 공통 교육과정에는 초등학교 1학년에서부터 중학교 3학년까지 다뤄지는 「수학」 교과목이 해당되며, 선택 교육과정에는 고등학교 1학년에서 3학년까지 다뤄지는 9개 교과목이 포함되어 있다. 선택 교육과정은 '기본 과목', '일반 과목', '심화 과목'으로 구성되어 있으며, 일반 과목은 모두 5단위의 6개 선택 과목으로 「수학 Ⅰ」, 「수학 Ⅱ」, 「확률과 통계」, 「미적분 Ⅰ」, 「미적분 Ⅱ」, 「기하와 벡터」로 구성되어 있다. 그 밖에 기본 과목에는 「기초 수학」, 심화 과목에는 「고급 수학 Ⅰ」과 「고급 수학 Ⅱ」가 포함된다.

공통 교육과정		
1. 수학		
선택 교육과정		
〈기본 과목〉	〈일반 과목〉	〈심화 과목〉
1. 기초 수학	1. 수학 I 2. 수학 II 3. 확률과 통계 4. 미적분 I 5. 미적분 II 6. 기하와 벡터	1. 고급 수학 I 2. 고급 수학 II

[그림 Ⅱ-1] 수학과 교육과정의 교과목 구성

공통 교육과정 기간에 다뤄지는 수학 교과목의 문서 체제를 예로 들어 도식화하면 다음과 같으며, 선택 교육과정 기간의 9개 교과목의 문서 체제도 이와 동일한 방식으로 구성되어 있다. 여기서 각 교과목의 '3. 목표'는 2007 개정 교육과정의 '1. 성격'과 '2. 목표'의 두 부문의 진술을 통합하여 진술하고 있다. 특히 「수학」 교과목의 목표의 경우, 예전에 분리하여 제시되어 있던 초등학교와 중학교의 교육 목표가 통합, 진술되었다.



[그림 Ⅱ-2] 수학 교과목의 목표 및 성취 기준

나. 영역 구분의 변경

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정은 제7차 개정의 것과 마찬가지로, 학교급별 특성을 감안하여 초등학교와 중학교 각각의 내용 영역을 구분하였으며, 초등학교의 경우 ‘규칙성과 문제 해결’ 영역을 ‘규칙성’으로 변경하였다. 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서는 모든 학교급 및 모든 수학 교과목에 걸쳐 수학적 과정의 요소로서 문제 해결 활동을 전 영역 및 세부 내용에 걸쳐 적극 반영하도록 강조하고 있기 때문이다.

2007 개정 교육과정			
초등학교	수와 연산	중·고등학교	수와 연산
	도형		문자와 식
	측정		함수
	확률과 통계		확률과 통계
	규칙성과 문제 해결		기하

2009 개정 교육과정			
초등학교	수와 연산	중학교	수와 연산
	도형		문자와 식
	측정		함수
	규칙성		확률과 통계
	확률과 통계		기하

[그림 Ⅱ-3] 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 영역명

03 학년별 내용 변화

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 학교급별, 학년군별 내용의 변화는 기본적으로 학교 현장에서의 창의성 활동을 실제적이고 효율적으로 실행하기 위한 것으로, 학습 내용의 적정화 및 학년별 내용 분량이 조정되었다. 수학과 교육과정의 총 10개 교과목에 대한 주요 변화 내용을 학교급별로 살펴보면 다음과 같다.

가. 초등학교

(1) 수와 연산

초등학교의 수와 연산 영역에서 가장 큰 변화로는 자연수 및 분수의 지도 시기를 재조정하고, 계산 연습을 통한 단순한 연산 기능 신장이 아니라 연산 감각 및 양적 추론 능력을 강화한 점을 들 수 있다. 또한 사칙연산의 계산 결과를 어림한 후 어림한 값을 확인하거나 소수의 복잡한 계산에 있어서 계산기를 도입하여 활용할 수 있게 함으로써, 지나친 계산 연습에서 기인하는 학습 부담을 경감하고자 하였다.

(2) 도형

2007 개정 교육과정에서 평면도형의 각 구성 요소에 대한 학습 후 도형의 언어적이고 명시적인 정의를 통해서 도형 개념을 도입하는 방식을 대신하여, 2009 개정 교육과정에서는 도형의 모양 인식 및 분류 활동을 토대로 하여 도형 및 그 구성 요소에 대한 직관적인 이해와 더불어 이름을 먼저 학습한 후 점차 분석적, 명시적으로 도형의 개념 및 성질을 학습할 기회를 제공하였다. 한편 2007 개정 교육과정에서 분산되어 지도되었던 각, 삼각형, 사각형 관련 단원의 내용들을 각각 통합적으로 취급함으로써 학생들의 개념 구조의 체계적 형성을 돕고자 하였다. 또 초등학생의 인지 수준에 적합하지 않은 내용으로 간주되는 사각형의 포함 관계나 수학 학습의 계열상 초등 수학에서 다루는 것이 적합하지 않은 선대칭 위치에 있는 도형과 점대칭 위치에 있는 도형 및 회전체를 삭제하였다.

⑶ 측정

측정 영역은 실생활과 밀접하게 관련되어 있으므로, 실생활과 관련지어 측정의 필요성을 인식하게 하고 측정 및 어림 활동을 통하여 양감을 기르는 데 중점을 두었다. 측정 영역에서의 계산은 측정 결과 간의 단순 연산이나 단위 환산은 축소하고, 측정의 관점에 중점을 두도록 하였다. 길이, 무게, 들이, 넓이의 양감을 기르는 데 중점을 두고, 측정 영역에서 합과 차를 계산하거나 단순한 단위 환산 연습은 약화하였으며, 들이 및 무게의 덧셈과 뺄셈은 실생활 문제 상황을 통하여 다루도록 하였다. 또한 부피의 양감을 강조하고 부피의 단위 사이의 환산이나 부피와 들이의 단위 환산은 삭제하여 학습량을 감축하였다.

⑷ 규칙성

2007 개정 교육과정에서 '규칙성과 문제 해결' 영역은 주로 문제 해결 방법, 규칙 찾기, 비와 비율, 비례 등을 포괄하였다. 2009 개정 교육과정에서는 '문제 해결'이 다른 영역의 내용적 성격과 달리 과정적 성격을 띠고 있으며 수학 교과 전 영역에서 고루 지도되어야 한다는 취지에서 '문제 해결' 부분은 전 영역으로 재편하고, 영역명은 '규칙성'으로 설정하였다. 규칙성 영역의 주요 변화로는 각 학년에 분산되어 있던 규칙 찾기 활동을 통합하고 탐구 활동 및 놀이를 활용하고자 하였다. 비율 중 할, 푼, 리나 연비는 그 중요도 및 쓰임새를 재고하여 삭제하였으며, 방정식은 중학교의 학습 내용과 중복하여 다루어지고 있으므로 초등학교에서는 삭제하고 중학교의 '일차방정식'으로 이동 통합함으로써 학습량을 감축하였다.

⑸ 확률과 통계

확률과 통계 영역에서의 가장 큰 변화는 줄기와 잎 그림, 경우의 수와 확률을 중학교로 이동 통합하고, 초등학교에 가능성의 개념을 도입한 것이다. 줄기와 잎 그림은 학습량 감축 및 학문 내에서의 개념 간 관련성을 고려하여 중학교의 통계 영역과 의미 있게 연결되도록 상향 이동하였다. 또한 경우의 수와 확률은 초등학교와 중학교에서 내용 중복 및 학습량 감축의 취지에서 중학교로 이동 통합하였고, 확률 개념의 계열적 구성이라는 측면에서 가능성이라는 개념을 초등학교 5~6학년군에 도입하였다.

이상으로 초등학교에서의 주요 변화 내용을 정리하면 다음과 같다.

- 시간의 덧셈과 뺄셈 약화 (3~4학년군)
- 사각형의 포함 관계 삭제 (3~4학년군)
- 할, 푼, 리 삭제 (5~6학년군)
- 등식의 성질 삭제 (5~6학년군), 중학교로 상향 이동
- 방정식 삭제 (5~6학년군), 중학교로 상향 이동
- 연비의 삭제 (5~6학년군)
- 겉넓이와 부피 통합 및 부피와 들이 사이의 관계 삭제 (5~6학년군)
- 선대칭 위치에 있는 도형과 점대칭 위치에 있는 도형 삭제 (5~6학년군)
- 회전체 삭제 (5~6학년군), 중학교로 상향 이동
- 가능성 도입 및 확률 삭제 (5~6학년군), 중학교로 상향 이동
- 줄기와 잎 그림 삭제 (5~6학년군), 중학교로 상향 이동

나. 중학교

⑴ 수와 연산

수는 수학에서 다루는 대상 중에서 가장 기본이 되는 개념으로서 수의 개념과 연산에 대한 이해는 실생활뿐 아니라 다른 교과나 수학의 다른 영역을 학습하는 데 필수적이다. 따라서 수와 연산 영역은 수의 개념과 연산에 대한 이해를 높이고 이후의 학습과 연계될 수 있는 필수적인 요소만을 선정하였다. 또한 집합은 고등학교로 상향 이동하였고, 근삿값은 삭제하였다.

⑵ 문자와 식

문자는 생활 주변이나 자연 및 사회 현상을 수학적으로 간단하게 표현하고 의사소통을 원활히 할 수 있게 해준다. 문자와 식 영역에서는 학생들이 자연스럽게 문자를 사용할 수 있도록 문자와 식을 실생활 문제 해결의 맥

락에서 다루게 하고, 수학이 현실 세계의 상황과 밀접한 관련이 있다는 것을 학생들에게 인식시켜야 한다. 이를 위해 방정식, 부등식과 그의 활용은 독립적인 중영역이 아닌 하나의 영역에서 통합하여 학습하도록 구성하였다. 또한 방정식과 부등식의 학습에 있어서 용어 사용에 대한 학습자의 부담을 고려하여 필요 이상의 용어 정의를 제한하였다.

⑶ 함수

2007 개정 교육과정에서는 제7차 교육과정에서 정비례와 반비례를 통해 함수 개념을 도입하면서 발생했던 문제점을 보완하기 위해, 정비례와 반비례를 초등학교 6학년으로 이동시키고 함수 개념을 '한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계'로 도입하고, 실생활을 활용하여 함수 개념의 효용성을 알게 하는 것이 필요하다고 하였다(교육과학기술부, 2007). 이런 점에서 볼 때 중학교 수준의 함수 영역은 현실 세계의 상황을 이해하는 도구로서의 함수 개념에 초점을 맞추고, 고등학교 함수에서 여러 영역을 통합하는 아이디어로서 대응의 관점에서 정의된 형식화된 함수 개념으로 확장될 수 있는 기반이 되도록 하는 것이 바람직하다. 이에 2009 개정 교육과정에서는 함수 개념의 도입 방법의 변화를 도모하고, 정의역, 공역, 치역 등의 용어를 삭제하였다.

⑷ 확률과 통계

확률과 통계는 중학교 수학에서 실생활과 관련성이 매우 깊은 영역이다. 중학교에서는 자료의 정리와 표, 그래프의 해석, 통계적 확률과 수학적 확률의 관계, 확률의 계산, 대푯값과 산포도의 내용이 다루어진다. 본 개정안에서는 학생들이 통계를 학습함으로써 분석적이고 비판적인 사고를 도모할 수 있도록 내용의 변화는 최소화하면서, 교수 · 학습 방법의 변화를 도모하였다. 2007 개정 교육과정과 달라진 내용은 학습량 감축을 위해 '누적도수의 분포'를 삭제하고, 탐색적 자료 분석의 한 방법인 '줄기와 잎 그림'을 도수분포와 그래프 학습 내용에 추가한 것이다.

⑸ 기하

수학 교육에서 증명은 전통적으로 학생들에게 꼭 가르쳐야 하는 주요 대상으로 인식되어 왔다(NCTM, 2000). 그러나 중학교 수학에서의 증명 교육은 기대하는 만큼의 효과를 거두지 못하고 있음이 알려져 있다. 그 이유는 학생들이 기하에서 다루는 개념에 대한 지식이 부족한 탓도 있겠지만, 공리 체계 내에서 논리 규칙에 따라 명제들을 체계적으로 연결시키는 데 어려움을 느끼기 때문이다.

2009 개정 교육과정에서 기하 영역은 학생들이 도형을 탐구하여 기하학적 성질을 이해하고 이를 통해 추론 능력을 신장시키는 것을 목표로 한다. 또한 기하학적 성질을 이해하고 그 지식을 습득하는 방법에 있어서 학생 활동을 중시하고 증명 대신 추측 활동을 강조한다. 이를 위하여 다음 표에서와 같이 2009 개정 교육과정에서는 '증명할 수 있다' 대신 '이해하고 설명할 수 있다'로 제시하였다.

〈표 Ⅱ-2〉 '추측과 정당화' 강조에 대한 내용 비교

2007 개정 교육과정	2009 개정 교육과정
5 삼각형과 사각형의 성질(2학년) ① 명제의 뜻과 증명의 의미를 이해한다. ② 삼각형의 합동조건을 이용하여 삼각형과 사각형의 성질을 증명할 수 있다.	5 삼각형과 사각형의 성질 ① 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다. ② 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다. ③ 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

2009 개정 교육과정에 제시한 '이해하고 설명할 수 있다'는 '정당화(justification)'를 의미하는데, 이는 자신의 주장 또는 믿음을 타인에게 이해시키려는 시도를 말한다. 이 시도는 일정 수준의 객관성을 담보할 수 있어야 한다. 인식론의 관점에서 정당화는 실험에 의한 정당화, 증거에 의한 정당화, 그리고 논리에 의한 수학적 증명 등으로 대변할 수 있다(http://www.wikipedia.org). 이때 수학적 증명은 논리적 연역법을 의미한다. 기하 교육에서의 증명은 기하 지식을 증거로 삼으며 논리적 형식을 갖춘 정당화를 의미한다(신이섭 외, 2011).

정당화를 유도하는 교수 방법은 다양한 형태로 나타날 수 있다. 예를 들면 학생들의 이해 수준에 합당한 간단한 논리 증명(연역 추론), 계산에 입각한 문제 해결(계산 증명), 그리고 귀납 추론 등이 포함된다. 정당화 교육을 중심으로 한 기하 교육은 기본적으로 학생의 활동에 의존한다. 형식적이고 엄밀한 증명 대신 추측과 정당화 활동을 강조하여, 증명을 하기 위해 익숙해져야 하는 용어와 기호의 사용이나 형식 논리 규칙의 이용에서 생기는 어려움을 줄이고 학생의 기하 지식에 기초한 추론 활동을 강화하는 것이다.

이와 같이 기하 교육에서 객관적 사실의 확인 과정인 논리 증명을 정당화 수준으로 확대함으로써, 논리 형식만을 다루는 것이 아니라 학생들의 인지 수준과 흥미를 고려한 추론 기회를 폭넓게 제공하려 하였다. 이러한 활동은 기하에 대한 이해와 반성적 사고뿐만 아니라 의사소통 능력의 향상에도 도움이 될 것이다.

한마디로 중학교의 기하 영역에서는 학생 활동이 중심이 되는 학생 주도적 수업을 강조하며 형식적 증명보다는 학생의 이해 수준에 입각한 '정당화' 수준의 교육을 지향하고자 하였다. 또한 2007 개정 교육과정의 단발성 주제와 상대적으로 의미가 적은 용어들을 삭제하고, '원과 직선', '원주각' 두 영역을 원의 성질로 묶어 하나의 영역으로 내용을 축소시켜 다루는 등, 전체적으로 학습량을 경감하였다.

이상으로 중학교에서의 주요 변화 내용을 정리하면 다음과 같다.

- 집합 삭제
- 근삿값 삭제
- 십진법과 이진법 삭제
- 수학 개념과 실생활 활용의 통합
- 방정식 관련 용어 약화
- 함수 개념 도입 방법의 변화
- 정의역, 공역, 치역 용어 삭제
- 통계 교수 · 학습 방법의 변화
- 누적도수의 분포 삭제
- 줄기와 잎 그림 추가
- 정당화에 의한 기하 교육 강조
- 작도와 합동, 평면도형의 성질 내용 축소
- 원의 성질 내용 축소

다. 고등학교

(1) 일반 과목

고등학교의 일반 과목에 해당하는 6개 교과목의 주요 변화 내용을 개략적으로 살펴보면 다음과 같다.

■ 수학 Ⅰ
- 실수 삭제
- 복소수와 이차방정식의 연계 강화
- 다항식의 약수와 배수 약화
- 이차방정식, 이차부등식, 이차함수의 통합 및 연계성 강화

■ 수학 Ⅱ
- 집합 내용 통합
- 명제 내용 보완 및 증명 부분 강화
- 함수 영역의 내용 약화
- 수열의 약화 및 이동
- 지수와 로그 내용 약화 및 이동

■ 확률과 통계
- 순열과 조합 관련 내용 통합 및 추가
- 연속확률변수의 평균과 표준편차 삭제
- 공학적 도구의 활용 강조

■ 미적분 Ⅰ
- 수열의 극한의 이동 통합
- 롤의 정리와 평균값 정리 이동
- 도함수의 활용 영역의 교수 · 학습상의 유의점 보완 및 삭제

■ 미적분 Ⅱ
- 지수함수와 로그함수 통합 및 약화
- 삼각함수 통합 및 약화
- 미분법 및 적분법의 내용 조정

■ 기하와 벡터
- 미분법을 이용한 평면 곡선의 이해 강화
- 위치벡터를 이용한 평면 운동의 이해 강화

(2) 기초 및 심화 과목

고등학교의 경우에는 일반 과목에 해당하는 6개 교과목 이외에, 기본 과목인 「기초 수학」과 심화 과목인 「고급 수학 Ⅰ」, 「고급 수학 Ⅱ」가 새로 신설되었다.

「기초 수학」은 중학교 수학의 내용을 잘 이해하지 못한 학생이 일반 과목의 수학 교과를 이수하기 위해 필요한 수학적 개념, 원리, 법칙을 체계적으로 이해하기 위하여 선택할 수 있는 기본 과목이다.

「기초 수학」의 내용은 '수와 식의 계산', '방정식과 함수', '피타고라스 정리와 삼각비'로 구성된다. '수와 식의 계산' 영역에서는 수의 연산, 문자의 사용과 식의 계산, 다항식의 계산을, '방정식과 함수' 영역에서는 일차방정식과 일차함수, 이차방정식과 이차함수를, '피타고라스 정리와 삼각비' 영역에서는 피타고라스 정리, 삼각비를 다룬다.

「고급 수학 Ⅰ」과 「고급 수학 Ⅱ」는 심화 과목으로 일반 과목에서 학습한 수학의 기본 지식과 기능을 바탕으로 심화된 수준의 수학적 개념, 원리, 법칙을 체계적으로 이해하고, 수학적 사고력, 창의적 사고력, 문제 해결력 등을 신장시킬 수 있도록 하는 과목이다. 「고급 수학 Ⅰ」과 「고급 수학 Ⅱ」는 심화된 수학적 지식과 사고 방법을 습득하고, 논리적 추론 능력을 키워 문제를 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르게 함으로써 자연과학 및 공학 분야뿐만 아니라 사회과학의 학습에 기초를 제공한다.

「고급 수학 Ⅰ」의 내용은 '벡터와 행렬', '일차변환', '그래프'로 구성된다. '벡터와 행렬' 영역에서는 벡터, 행렬과 연립일차방정식을, '일차변환' 영역에서는 일차변환과 행렬, 고윳값과 행렬의 거듭제곱을, '그래프' 영역에서는 그래프의 뜻, 여러 가지 그래프, 그래프의 활용을 다룬다. 「고급 수학 Ⅱ」의 내용은 '복소수와 극좌표', '미적분의 활용', '편미분'으로 구성된다. '복소수와 극좌표' 영역에서는 복소수의 극형식, 극좌표와 극방정식을, '미적분의 활용' 영역에서는 미분의 활용, 미분방정식, 적분의 활용을, '편미분' 영역에서는 이변수함수의 뜻, 극한과 연속, 편미분, 편미분의 활용을 다룬다.

04 내용 체계

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 '수학' 교과목(초등학교 1학년～중학교 3학년)의 내용 체계는 다음과 같다.

학교급 / 학년군 / 영역	초등학교		
	1～2학년군	3～4학년군	5～6학년군
수와 연산	• 네 자리 이하의 수 • 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈 • 곱셈	• 다섯 자리 이상의 수 • 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 • 곱셈 • 나눗셈 • 자연수의 혼합 계산 • 분수 • 소수 • 분수와 소수의 덧셈과 뺄셈	• 약수와 배수 • 분수의 덧셈과 뺄셈 • 분수의 곱셈과 나눗셈 • 소수의 곱셈과 나눗셈 • 분수와 소수
도형	• 입체도형의 모양 • 평면도형의 모양 • 평면도형과 그 구성 요소	• 도형의 기초 • 평면도형의 이동 • 원의 구성 요소 • 여러 가지 삼각형 • 여러 가지 사각형 • 다각형	• 합동과 대칭 • 직육면체와 정육면체 • 각기둥과 각뿔 • 원기둥과 원뿔 • 입체도형의 공간감각
측정	• 양의 비교 • 시각 읽기 • 시각과 시간 • 길이	• 시간 • 길이 • 들이 • 무게 • 각도 • 어림하기(반올림, 올림, 버림) • 수의 범위(이상, 이하, 초과, 미만)	• 평면도형의 둘레와 넓이 • 무게와 넓이의 여러 가지 단위 • 원주율과 원의 넓이 • 겉넓이와 부피
규칙성	• 규칙 찾기	• 규칙 찾기 • 규칙과 대응	• 비와 비율 • 비례식과 비례배분 • 정비례와 반비례
확률과 통계	• 분류하기 • 표 만들기 • 그래프 그리기	• 자료의 정리 • 막대그래프와 꺾은선그래프	• 가능성과 평균 • 자료의 표현 • 비율그래프(띠그래프, 원그래프)

영역 \ 학교급 / 학년군	중학교		
	1~3학년군		
수와 연산	• 소인수분해 • 최대공약수, 최소공배수 • 정수와 유리수의 개념, 대소 관계, 사칙계산	• 순환소수 • 유리수와 순환소수의 관계	• 제곱근의 뜻과 성질 • 무리수 • 실수의 대소 관계 • 근호를 포함한 식의 사칙계산
문자와 식	• 문자의 사용 • 식의 값 • 일차식의 덧셈과 뺄셈 • 일차방정식	• 지수법칙 • 다항식의 덧셈과 뺄셈 • 다항식의 곱셈과 곱셈 공식 • 다항식의 나눗셈 • 등식의 변형 • 연립일차방정식 • 부등식의 성질과 일차부등식 • 연립일차부등식	• 인수분해 • 이차방정식
함수	• 함수의 개념 • 순서쌍과 좌표 • 함수의 그래프	• 일차함수의 의미와 그래프 • 일차함수의 활용 • 일차함수와 일차방정식의 관계	• 이차함수의 의미 • 이차함수의 그래프의 성질
확률과 통계	• 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형 • 도수분포표에서의 평균 • 상대도수의 분포	• 경우의 수 • 확률의 뜻과 기본 성질 • 확률의 계산	• 중앙값, 최빈값, 평균 • 분산, 표준편차
기하	• 점, 선, 면, 각 • 점, 직선, 평면 사이의 위치 관계 • 평행선의 성질 • 삼각형의 작도 • 삼각형의 합동조건 • 다각형의 성질 • 부채꼴에서 중심각과 호의 관계 • 부채꼴에서 호의 길이와 넓이 • 다면체, 회전체의 성질 • 입체도형의 겉넓이와 부피	• 이등변삼각형의 성질 • 삼각형의 외심, 내심 • 사각형의 성질 • 닮은 도형의 성질 • 삼각형의 닮음조건 • 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비 • 닮은 도형의 성질 활용	• 피타고라스 정리 • 삼각비 • 원의 현, 접선에 대한 성질 • 원주각의 성질

Ⅲ. 수학 교과서의 개발 동향

01 구성주의와 수학 교과서

구성주의의 수학 교육관은 '학생에 의한 수학 지식의 자주적 구성'이라는 교육관에 기초한다고 볼 수 있다. 구성주의를 수학 교육의 실제에 적용하고자 하는 사람들은 수학적 지식이 외부의 강화에 의하여 학습자에게 전달될 수 있다는 견해에 동의하지 않는다. 즉, 구성주의자들은 지식이 학습자의 내면 세계에서 적절한 경험을 통해 자주적으로 구성된다고 생각하고 있으며, 이것은 곧 학생들이 수학 지식을 수동적으로 받아들임으로써 획득하는 것이 아니라 각자 능동적으로 재발명해 나감으로써 (수학 지식을) 구성하는 것을 뜻한다. 따라서 구성주의적 입장을 취하는 수학 교육 관계자들은 전통적인 방식의 수학 교육을 개선할 수 있는 하나의 대안으로서 구성주의적 수학 교육을 제안하고 있는 것이다. 특히 사회적 구성주의자들은 이제껏 전통주의자들의 주된 관심사였던 수학 지식의 실제에 대한 인식론적인 논의보다는 수학 지식에 대한 구성주의적 교수-학습의 가능성에 관심을 두었다.

'구성주의'는 그 말 자체가 광범위한 의미를 지니고 있을 뿐만 아니라 '구성'이라는 용어도 모호하기 때문에 이를 해석하는 견해가 다양하다. 그러나 현재 우리나라 수학 교과서에는 교구 및 소프트웨어 등의 조작 활동의 필요성, 개인별 능력 차를 고려한 수준별 교재의 필요성, 의사소통을 고려한 교과서 개발의 필요성 등의 반영이 절실히 요구되고 있다. 이러한 요구 사항은 조작적 구성주의자로 불리는 피아제의 발생적 인식론의 중심 아이디어인 '조작', 급진적 구성주의자들이 지식의 진리 자체에 관한 논의를 거부하고 초미의 관심사로 여긴 '개인 중심적' 구성이나 '생장 원리', 사회적 구성주의자들이 객관성을 사회성으로 대치하면서 도입한 사회적 합의의 수단인 '의사소통'을 교재 구성에 반영하자는 생각과 크게 다르지 않다.

02 구성주의적 수학과 교수-학습 원리의 반영

수학 교수-학습론의 원천으로서의 구성주의에서 수학 교육에 적용할 수 있는 유효한 교수-학습 원리는 다음과 같다.

가. 교과서에 학생 중심적 개별화의 원리 반영

구성주의의 기본적인 주장인 지식의 자주적 구성의 원리는 학생들로 하여금 갈등 국면에 대처하여 동화와 조절의 메커니즘에 따라 반영적 추상화의 과정을 통해 새로운 지식을 조정해 나가는 과정을 보여 주고 있다. 이것은 질문을 중심으로 하는 상호 작용적인 추측 및 논박에 의한 수학 교수-학습의 바탕(모델)이 된다. 구성주의는 지식의 자주적 구성을 그 근본 원리로 하고 있지만, 교수-학습의 차원에서 논의되는 지식은 '주관 독립적'인 의미에서의 객관적 지식이 아니라, 규약과 협정 등의 수단을 통하여 '공통 주관적'인 의미에서의 객관성을 가지게 된다.

따라서 수학 교육학적 구성주의에서 취하고자 하는 관점은 바로 공통 주관적인 의미에서의 객관적 지식은 학생 자신에 의해 자주적으로 구성되어야 한다는 것이며, 이러한 관점은 학생 자신에 의한 지식의 능동적인 재발명을 목표로 하는 오늘날의 수학 교육에서 요구되고 있는 관점과 일치한다고 볼 수 있다. 이를 위해서는 학생 중심적인 개별화 수업이 가능하도록 수학적 과제가 제시되어야 할 것이다. 학생이 스스로 생각하고 해결 전략을 궁리해 낼 수 있는 기회를 부여함으로써 학습자 자신이 다양한 사고를 할 수 있도록 해야 한다는 것이다.

나. 교과서에 질문 중심적 상호 작용의 원리 반영

학교 밖의 사회나 교사들은 지금까지 대체적으로 수학 지식의 가치를 인정하고 수학 교육의 당위성을 이해해 왔을지 모르지만, 아마도 학생들은 그러한 당위성을 이해하지 못하였을 것이고, 결과적으로 수학을 의미 없는 것으로 받아들일 수밖에 없었을 것이다. 그렇다면 유효한 수학 교육이 이루어지기 위해서는 학생들이 배워야 할 수학, 즉 학교 수학이 학생들에게 의미 있는 것이 되어야 함은 물론 수학 교수-학습 활동에 참여하고자 하는 학생들의 적극적 의지가 수반되어야 한다. 결국 이를 교과서에 반영하는 것은 질문 중심의 상호 학습이 일어날 수 있도록 과제를 제시하는 형태가 될 것이다. 구성주의에서는 교사와 학생 및 학생과 학생 사이의 상호 작용을 매우 중요시한다. 즉, 교사가 적절한 질문으로 학생의 응답을 유도해 냄으로써 학생들로 하여금 일련의 추측 및 논박 활동을 통해 수학 지식을 구성할 수 있도록 교수-학습 환경을 설정할 것을 요구하고 있다. 따라서 의미 지향적인 활동 수업이 이루어지도록 교과서가 구성되어야 할 것이다.

다. 교과서에 의미 지향적 활동의 원리 반영

위에서 살펴본 수학 지식의 자주적인 구성이 교수-학습에서의 학생의 의미 지향적 활동이나 교사의 적절한 질문만으로 가능한 것은 아니다. 학생에 의한 지식의 자주적 구성은 지식 구성을 하는 학습자 자신에 의해 내면적으로 이루어지는 자주적 활동 없이는 불가능하다. 다시 말해 효율적인 수학 교수-학습을 위해서는 학습자의 내면화된 자주적 활동이 학생의 교수-학습 활동에의 참여 의지 및 교사의 적절한 질문과 더불어 반드시 필요하다.

이때 이 내면화된 자주적 활동의 메커니즘을 구성주의가 설명해 주고 있는바, 이것이 바로 반영적 추상화이다. 그렇다면 학습자가 반영적 추상화의 과정을 경험할 수 있도록 교재가 구성되어야 함은 물론이다. 부연 설명하면, 교과서는 여러 가지 활동을 통하여 익힌 의미 있는 경험을 반성하여 자기 자신의 지식을 구성할 수 있도록 구현되어야 한다는 것이다.

03 구성주의적 관점에서의 교과서 개발 방향

위에서 살펴본 구성주의적 관점에 기초한 바람직한 수학 교과서를 구현하기 위하여 고려되어야 할 사항은 다음과 같다.

가. 교과서 저자의 철학

교과서에는 교과서 저자 나름대로의 철학이 배어 있어야 한다. 지금까지의 교과서에 제시된 교육과정상의 내용들은 누구나 합의할 수 있는 객관적이고 보편적인 것만을 다루도록 하는 것이 불문율이었다. 그러나 이제는 절대적 진리처럼 내용이 전개되던 교과서의 역할과 권위보다 학생들의 주체적인 사고의 참여를 촉발시킬 수 있는 '저자'의 역할과 권위를 우위에 두어야 할 것이다. 이때 교과서 저자는 자신이 왜 그러한 주제에 관심을 가지는지, 그것이 왜 중요한 것인지를 드러내고 어떻게 그 주제를 전개해 나아가는지 등에 관한 자신의 철학과 견해를 피력하고, 또 다른 견해들과의 차이를 드러내어 맥락화시킬 수 있도록 한다.

나. 안내형 교과서

전통주의적 입장에서의 교과서 방식은 학습 목표에서 추출된 세부적 요소들을 논리 정연하게 제시하는 '제시형 교과서'라고 할 수 있으며, 구성주의적 관점에서 보는 교과서는 교과서에 제시된 내용들에 학습자와의 실질적인 상호 작용을 통해서 그 의미가 발현될 수 있도록 소재적 가치를 부여하는 '안내형 교과서'라고 할 수 있다. 즉, 안내형 교과서는 학습하기를 기대하는 내용들을 직접 제시하는 대신 학습자로 하여금 구조적 변화를 경험하도록 안내하는 역할을 하는 내용으로 교과서를 구성하는 방식

을 취한다고 할 수 있다. 안내형 교과서는 개인적인 관심, 해석, 활동 등 학습자의 주체적인 역할에 큰 비중을 두고 학습자의 적극적이고 당사자적인 관여를 요청하고 있다.

이홍우(1997)는 "교과를 가르치되 학생의 경험과 의미 있게 관련되도록 가르쳐야 한다."라고 주장하면서 학생들은 자신이 배우는 다른 내용들을 쉽게 이해하고 기억할 수 있을 뿐만 아니라 학교에서 배운 것을 다른 상황에 쉽게 적용할 수 있어야 한다고 하였다. 그러기 위해서는 날로 팽창하는 지식을 모두 가르치려고 할 것이 아니라, 그중에서 기본 또는 핵심이 되는 것만을 골라 가르쳐야 하며, 이와 같이 기본이나 핵심이 되는 것을 '지식의 구조'라고 명명하였다. 즉, 지식의 구조를 알면 팽창하는 모든 지식을 하나씩 따로따로 배우지 않더라도 그 기본적인 것에 비추어서 나머지를 쉽게 이해할 수 있다고 본 것이다.

다. 관계적 이해를 도모하는 교과서

기존의 교과서는 지극히 제한된 지면에 방대한 내용을 소개해야 하기 때문에 가능한 한 핵심적이고 확실한 원리나 개념들을 중심으로 간결하고 함축적인 방식으로 제시하고 있다. 이와 같이 주요 주제나 개념들을 피상적으로 제시하는 방식은 교사와 학생들로 하여금 '관계적 이해'를 도모하기보다는 수학적 언어와 기호를 이용하여 외우고 재생해 내는 데 급급하게 하는 '도구적 지식'을 가지도록 한다.

도구적 수학은 보통 이해하기가 더 쉬우며, 보다 적은 지식이 필요하기 때문에 학습 결과에 대한 보상이 즉각적이고 명백하다. 그러나 이 방식은 수학의 전체 영역에 서로 연결되는 기초적인 개념을 교수-학습하기보다는 서로 분리하여 각각의 주제를 교수-학습하는 것이기 때문에 기대하는 학습이 이루어진다고 보기 어려울 것이다.

반면 관계적 이해를 통한 학습은 마치 나무가 영양분을 찾아서 뿌리를 뻗어 나가거나 동물이 먹이를 찾아 새로운 지역을 탐험하는 것과 같이 능동적으로 새로운 자료를 찾고 새로운 분야를 탐구하는 것에 비유될 수 있다. 그러므로 관계적 이해를 촉구하기 위해서는, 즉 핵심적인 원리나 개념을 습득하게 하기 위해서는 그러한 내용을 얻을 수 있도록 해당 절차를 안내(유도)하는 방식으로 교과서를 구성하도록 한다.

라. 질문 중심의 개념 전개

기존의 교과서는 수학적 지식을 대부분 완성된 형태로 제시하는 하향식 전개 방식을 택하고 있다. 또한 단원의 마무리 단계는 기본 문제, 연습 문제, 종합 문제, 심화 문제 등으로 구성되어 있다. 따라서 계산이나 풀이 형식의 정착을 위해 학생들이 풀어야 할 문제들이 교과서에 산적해 있다. 이런 상황에서 학생들은 문제 풀이를 위한 반복 훈련을 하는 데 주력하게 되고, 교사 역시 이러한 기능을 정착시키기 위한 내용 전개로 수업을 이끌어 가는 경향이 있다.

이를 개선하기 위해서는 현재 교과서에 수록되어 있는 반복 연습형의 문제들을 줄이고 그 대신 수학적 개념과 문제 해결의 절차를 이해시키는 데 주력함으로써, 학생들에게 '수학을 한다.'는 것이 이미 배운 개념이나 공식, 절차를 바로 적용해서 연습 문제를 푸는 것이 전부가 아니라는 사실을 인식시켜야 할 것이다.

마. 수학적 유용성 강조

수학은 실제로 모든 학문의 기초로서 우리의 일상생활뿐만 아니라 공학, 의학, 경제, 사회, 문화 등 여타 분야에 지대한 영향을 미치고 있음에도 불구하고 이에 대한 인식이 부족하다. 지금까지의 교과서의 내용 및 그 전개 방식을 살펴보면 교사나 학습자로 하여금 여러 단원의 내용들이 서로 독립된 것이라고 오판하기 쉽게 되어 있다. 따라서 앞으로의 교수-학습 자료에는 단원 간의 내용 연계성을 강조함으로써 학생들 각자의 스키마를 구성하는 데 도움이 되도록 해야 할 것이다. 특히 교과서에

수학의 활용성에 대한 구체적인 내용을 단원별로 또는 전체적으로 기술하고, 과학이나 미술 등 다른 교과목과의 연결성을 찾는 내용도 포함시켜 학생들이 수학의 중요성을 알도록 해야 할 것이다.

바. 다양한 교구 및 도구 활용

수학 수업에서의 교구 사용은 추상적인 수학적 개념을 구체물로 모델링한다는 데 가장 큰 의의가 있으며 이를 통해서 학생들은 수학적 절차나 공식보다는 그 이면에 내재되어 있는 의미를 알 수 있게 된다. 또 교구는 학생들이 직접 만지면서 다루기 때문에 학생 중심적인 개별화 수업을 가능하게 할 뿐만 아니라 2~4명의 소집단 학습을 통하여 집단별 그리고 전체 토론이 이루어짐으로써 반영적 추상화를 경험할 수 있게 한다. 우리나라의 수학 교육과정은 컴퓨터와 계산기의 사용을 교사나 학교의 재량에 따라 사용하도록 권장하고 있다. 하지만 실제 학교 현장에서는 이들을 수업에 언제, 어떻게 활용해야 하는지를 잘 모르고 있는 실정이다. 그러므로 교수-학습 자료에 컴퓨터나 계산기 등의 활용 지침 및 방안에 대한 자세한 설명이 수록되어야 할 것이다.

04 수준별 수업의 운영

가. 수준별 수업의 운영 방식

수학과의 경우 수준별 수업은 1996년부터 현장에서 서서히 실시되기 시작하여 제7차 단계형 수준별 교육과정의 취지에 따라 더욱 활성화되었다. 수준별 수업과 예전의 단계형 수준별 교육과정의 운영은 그 접근 방법이 다르다고 할 수 있겠으나, 학생의 수준에 적합한 교육 내용을 다루고자 하는 점에서 기본 취지는 동일한 것으로 볼 수 있다.

2009 개정 교육과정에 따른 교과서는 기본 과정과 심화 과정의 학습 내용이 명료히 구분되어 제시되어 있지 않지만, 수준별로 개념 설명의 접근 방법을 차별화하고 해당 문제들의 난이도를 조정한다면 분단 수업이나 이동 수업을 진행하기가 용이할 것이다. 이렇듯 수준별 수업은 전통적으로 해 왔던 일제 수업의 폐단을 줄이고, 교사들의 다양한 교수-학습 자료 개발을 활성화시키며 학습자 주도의 학습의 중요성을 인식시키는 등 현장 교육을 긍정적으로 이끌 것이다.

이렇듯 수준별 수업은 학생의 성취 수준에 따라 수준별로 반을 편성하여 동일한 학습 진도 내에서 학습 심도를 달리하여 지도하는 '동진도-이심도' 방식을 취하는 것이 바람직하다. 이에 따라 수준별로 적합한 수업을 진행하기 위해서는 기본적으로 교육과정에 제시된 기본 학습 내용을 모든 수준의 학생들이 다루도록 하되, 각 수준별로 다루어야 할 학습 내용의 정도와 방법을 차별화하도록 한다. 〈표 Ⅲ-1〉 참조 이때 한 차시의 수업 내용을 기준으로 하거나 또는 교과서의 한 소단원을 기준으로 하여도 무방하다.

〈표 Ⅲ-1〉 수준별 수업 운영 방식

반 수준	수준별 수업 과정		
상	내용 수준	기본 내용	심화 내용
	수업 방식	개념 이해 → 단순 / 발전 과제 해결	발전 과제 해결
중	내용 수준	기본 내용	심화 내용
	수업 방식	개념 이해 → 단순 / 발전 과제 해결	단순 과제 해결
하	내용 수준	기본 내용	
	수업 방식	선수 학습 내용의 이해 → 개념 이해 → 단순 과제 해결	

나. 수준별 수업의 효율적 운영 방안

수준별 수업을 효율적으로 운영하기 위해서는 다음 사항에 유의해야 할 것이다.

(1) 학습자의 눈높이

개인차에 따른 학습 능력을 고려하여 수준별로 분단이나 학급을 편성하여 적절히 운영하여야 한다. 즉, 수준별 수업 운영을 위한 노력으로 우선 각 수준에 따라 수업 내용, 수업 진도 등이 적절한지 검토하여야 한다. 이때 무엇보다도 중요한 것은 수준별 수업을 위한 수업 내용, 수업 진도 등이 교사 또는 수학 교육 관련 전문가의 눈높이가 아닌 '학습자'의 눈높이에 맞춰져야 한다는 점이다.

(2) 내용의 차별화

수준별 개념에 입각한 교수-학습의 차별화는 수준에 따른 '학습 내용의 차별화'를 의미하는 것으로, '학습 내용의 차별화'란 각 수준별로 다루는 학습 내용 그 자체의 차별화를 말하는 것이다. 그런데 2009 개정 교육과정에는 학생들의 수준에 상관없이 모든 학생들이 공통으로 다루어야 하는 내용이 명시되어 있다. 그러므로 '학습 내용의 차별화'란 현행 교육과정에 기초한 공통 필수 격의 학습 내용을 모든 수준의 학생들이 다루도록 하되, 수준별로 중점을 두어 다루어야 할 '주요 내용'을 차별화하는 것으로 이해할 수 있다. 따라서 '문항의 난이도'뿐만 아니라 각 수준에 적합한 '내용의 차별화'에 기초를 둔 수준별 학습 자료가 개발되어야 할 것이다.

(3) 귀납적 학습법

수학 수업을 전개해 나가는 데 있어서 일반적으로는 개념 및 원리를 설명하고 이에 따른 예제를 푼 뒤 반복 연습 문제를 푸는 '연역적 방식'을 취하고 있다. 그러나 경우에 따라서는 예 또는 예제들을 통하여 그에 부합되는 학습 내용들을 체계적으로 정리하는 '귀납적 방식'을 취함으로써 학습의 이해를 보다 높일 수도 있다. 특히 학습 결손이 명백히 드러난 학생들에게 지극히 한정된 몇몇 문제의 풀이로 학습 내용을 이해시키기는 어렵다. 그러므로 각 수준별로 구체적인 예 또는 예제를 통하여 그에 부합되는 학습 내용(개념, 원리, 법칙 등)을 정리해 나가는 귀납적 방식의 수업도 병행해야 할 것이다.

(4) 소집단별 수행 과제 활동

수준별 능력에 따른 과제(open-response tasks)를 제시하여 학생들이 과제를 수행하면서 어떤 수학적 지식을 사용하고 또 어떻게 접근해 나가야 하는지 등에 관하여 스스로 탐색해 볼 수 있도록 해야 한다. 그러므로 45분의 수업 시간에 모든 활동이 이루어져야 한다는 제한된 시각에서 벗어나 수업 이외의 시간을 활용하여 좀 더 발전 지향적인 장 · 단기 과제를 다루는 것이 바람직할 것이다. 특히 소집단별 수행 과제 활동은 본인이 속한 집단의 구성원들과 그 결과를 기록하여 발표할 수 있는 '의사소통' 능력의 발휘가 가능하므로, 이를 통하여 다양한 자료를 수집, 표현, 분석, 해석함으로써 과제를 성공적으로 수행할 수 있도록 해야 할 것이다.

Ⅳ. 수학적 문제 해결

01 문제 해결의 의미

20세기 초에 이루어진 문제 해결에 대한 논의는 1960년대의 '새수학' 운동과 1970년대의 '기본으로 돌아가기' 운동과 같은 과정을 거치면서 크게 부각되지는 못하다가, 1980년대에 들어 기초 기능으로서의 문제 해결력에 대한 관심이 높아지기 시작하면서 부흥기를 맞게 된다. 미국의 수학교사협의회인 NCTM(1980)이 'An Agenda for Action'에서 문제 해결이 학교 수학의 초점이 되어야 함을 선언한 이래 1980년대는 문제 해결의 시대라고 할 만큼 이에 대한 다양하고 활발한 논의가 이루어졌다(황혜정 외, 2012, 재인용).

이 같은 문제 해결의 조류는 우리나라의 수학 교육과정에도 서서히 등장하였다. 제3차 교육과정에서 급격하게 도입되었던 수학 교육 현대화의 내용은 제4차 교육과정에서 경감되고 정선되면서 지나치게 어려운 내용보다는 수학의 기초적 기능을 배양하고 문제 해결력을 신장시키는 데 관심을 가지게 되었다. 이어 제5차 수학과 교육과정에서도 수학 내용을 정선하면서 문제 해결력의 신장을 강조하였으며, 제6차와 제7차 교육과정에서는 문제 해결력의 신장을 위한 지도 내용, 전략, 방법 등을 구체적으로 제시하여 문제 해결력의 지도가 보다 적극성을 띠게 되었다.

또한 2007 개정 교육과정에 이어, 2009 개정 교육과정 문서의 모든 교과목의 '교수－학습 방법' 부분에도 문제 해결에 관한 다음과 같은 내용이 명시되어 있다(교육과학기술부, 2011).

수학적 문제 해결력을 신장시키기 위하여 교수－학습에서 다음 사항에 유의한다.

(1) 문제 해결은 전 영역에서 지속적으로 지도한다.
(2) 학생 스스로 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결하게 한다.
(3) 문제 해결의 결과뿐만 아니라 문제 해결 방법과 과정, 문제를 만들어 보는 활동도 중시한다.
(4) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고, 이를 일반화하게 한다.

02 문제의 의미와 유형

가. 문제의 의미

문제 해결에서의 '문제'는 해결의 절차가 이미 알려져 있어서 단순히 계산 연습의 대상이 되는 문제보다는, 구체적이고 확실한 해결 방법을 쉽게 구하기 어렵고 문제 해결 과정에서 다단계에 걸친 다양한 사고가 요구되는 문제를 말한다. 예를 들어 문제 해결이라고 하면 이차방정식의 근의 공식을 배운 후에 근의 공식을 적용하여 주어진 이차방정식의 해를 구하는 것과 같이 배운 내용을 단순하게 적용하여 해를 구하는 연습 문제를 떠올릴지도 모른다. 그러나 최근 수학 교육에서 중요시되는 문제 해결은 이미 배운 수학적 사실이나 알고리즘을 단순히 적용하는 수준의 것이 아니다. 진정한 문제는 목표는 분명하지만 그 목표에 이르는 길이 즉각적으로 주어져 있지 않은 것이다. 문제의 해결에 이르는 알고리즘이나 풀이 방법이 이미 주어져 있거나 알려져 있다면 그 문제는 진정한 의미의 문제라고 보기 어렵다.

나. 문제의 유형

문제의 유형을 분류하는 데에는 여러 가지 견해가 있지만, 가장 보편적인 방법 중의 하나는 '정형 문제'와 '비정형 문제'로 구분하는 것이다.

■ 정형 문제(routine problems)

이미 제시된 알고리즘을 사용한다. 예를 들어 공식에 나오는 변수에 특정한 수를 대입하여 해결할 수 있는 문제나 전형적인 예제의 풀이 방법을 그대로 적용하여 해결할 수 있는 문제가 해당된다.

■ 비정형 문제(non–routine problems)

문제를 해결하는 알고리즘이나 답을 얻는 방법을 모르는 상태에서 문제 해결 전략이나 독자적인 해결 방법을 고안하여 풀어야 하는 문제를 말한다.

03 문제 해결 과정

폴리아(Pólya, 1957)는 수학적 문제 해결의 과정을 다음과 같이 4단계로 구분하여 제시하고 있다.



다음 표는 문제 해결의 각 단계에서 교사가 사용할 수 있는 적절한 질문과 권고의 예이다.

〈표 Ⅳ–1〉 문제 해결 단계별 질문의 예

문제 해결 과정		해당 질문
문제 이해	문제를 이해하는 단계로, 문제에서 구하려는 것과 주어진 것을 알고 용어의 뜻을 파악하며 문제를 분석하는 단계이다.	• 미지인 것, 주어진 것은 무엇인가? • 자료는 무엇인가? • 조건은 무엇인가? • 그림을 그려 보고, 적절한 기호를 붙여라.
계획 작성	문제에서 주어진 것과 구하려는 것 사이의 관계를 파악하는 단계로 여러 가지 문제 해결 전략을 이용하게 된다. 구하려는 것과 주어진 것 사이의 관련성을 즉각적으로 발견할 수 없을 때에는 보조 문제를 고려해야 한다.	• 전에 그 문제를 본 적이 있는가? • 친숙한 문제 중에서 미지인 것이 같거나 유사한 문제를 생각해 보아라. • 유사한 문제는? • 문제를 푸는 데 필요한 조건을 모두 사용했는가?
계획 실행	해결 계획에 따라 실행하는 단계이다.	• 풀이의 각 단계를 조심스럽게 실행하도록 하라. • 각 단계가 올바른지 명확히 알 수 있는가? • 각 단계가 옳다는 것을 설명할 수 있는가?
반성	문제를 해결한 과정을 처음부터 검토해 보고, 다른 방법으로 해결할 수는 없는지 알아본 뒤, 혹시 다른 방법이 있으면 어느 방법이 더 나은지를 비교해 본다.	• 결과를 점검할 수 있는가? • 풀이 과정을 점검할 수 있는가? • 결과를 다른 방법으로 이끌어 낼 수 있는가? • 결과나 방법을 다른 문제에 활용할 수 있는가?

한편 문제 해결 전략이란 문제 해결에 도움이 되는 일반적인 절차나 해법의 단서가 되는 생각, 발견의 실마리를 얻도록 하는 방법 등의 사고 전략을 뜻한다. 크룰릭과 루드닉(Krulick, Rudnick, 1984)은 문제 해결 전략으로 패턴 찾기, 거꾸로 풀기, 추측과 검증, 모의실험, 환원, 목록 작성, 논리적 연역, 자료 정리(그래프, 방정식, 대수식, 표, 차트, 도식)를 제시하였으며, 그리노(Greeno, 1978)는 어림산, 단순화하기, 실험하기, 그림 그리기, 표 만들기, 그래프 그리기, 방정식 세우기, 규칙성 찾기, 순서도 구성, 판단 공간(decision-space)의 분할, 연역 논리로 문제 해결 전략을 구분하였다.

04 문제 해결의 예

다음에 주어진 문제를 폴리아(Pólya, 1957)의 문제 해결 4단계를 따라 풀어 보면 다음과 같다.

> ㉮ 직사각형의 둘레의 길이가 35 cm이고 가로의 길이가 세로의 길이의 2.5배라고 하면, 가로의 길이는 얼마인가?

① 문제의 이해

문제에서 구하려는 것은 가로의 길이이며, 문제에서 주어진 것은 직사각형의 둘레의 길이가 35 cm이고 가로의 길이가 세로의 길이의 2.5배라는 사실이다.

② 계획 세우기

직사각형의 세로의 길이를 x라고 하면, 가로의 길이는 $2.5x$가 된다. 직사각형의 둘레의 길이는 네 변의 길이의 합과 같으므로 $x+2.5x+x+2.5x=35$

③ 계획의 실행

방정식을 풀면 $7x=35$, 즉 $x=5$이므로 가로의 길이는 $2.5\times5=12.5$(cm)이다.

④ 풀이의 반성

풀이 과정을 검토하여 잘못된 곳은 없는지 확인한다. 또 다른 방법으로도 문제를 해결할 수 있는지 조사한다. 이 문제의 경우 다음과 같이 풀 수도 있다.

가로의 길이가 세로의 길이의 2.5배이므로

$$(\text{가로의 길이}):(\text{세로의 길이})=2.5:1=5:2$$

이고, 둘레의 길이가 35 cm이므로

$$(\text{가로의 길이})+(\text{세로의 길이})=\frac{35}{2}=17.5$$

따라서 가로의 길이는 $17.5\times\frac{5}{7}=12.5$(cm)이다.

㉮와 유사한 문제를 다음과 같이 만들어 풀어 본다.

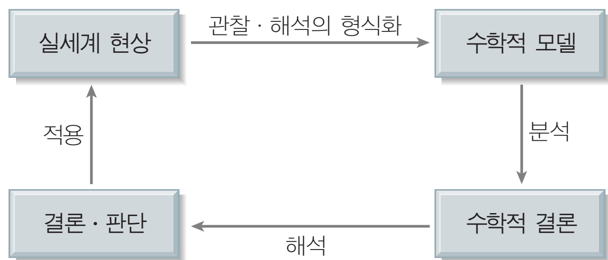
> 둘레의 길이가 35 cm인 직사각형의 가로의 길이가 세로의 길이보다 3 cm 더 길 때, 가로의 길이를 구하여라.

05 문제 해결 과정과 수학적 모델링

가. 문제 해결 과정과 수학적 모델링

수학적 모델링은 문제 해결의 특징을 지니지만, 비수학적 문제 상황에서 출발하는 것을 기본으로 한다는 점에서 문제 해결과 차별화된다(NCTM, 1991). 즉, 수학적 모델링은 비수학적 대상에서 수학적 표상을 찾는 것으로, 대상이나 체계 또는 과정의 중요한 특징을 이루는 수학적 구조나 이론을 세우는 것을 말하며, 어떤 현상에 관한 문제를 해결하기 위하여 원래의 문제 상황을 수학적으로 표현하는 수학화의 과정을 중시한다. 특히 한 체계에서의 개념이나 문제 상황을 다른 체계로 번안하여 내면화하거나 해결해 가는 과정은 모델링 과정의 전이가 쉽게 일어나도록 할 수 있음을 의미한다. 또한 수학적 모델링은 수학과 다른 과목 또는 일상생활과의 연결성을 강조한다. 이것은 수학 학습의 초점이 완결된 지식의 획득이 아니라 지속적인 모델의 구안과 수정을 통한 본 개념의 이해에 맞추어져야 함을 의미한다.

일상생활에서의 경험이 모델링 과정을 통해 수학적으로 재조직될수록 한 체계에서 다른 체계로 쉽게 전이되어 요소들 사이의 관계 구조의 파악이 용이하고, 이를 바탕으로 실세계에서 제기된 문제를 해결할 수 있다. 수학적으로 의미 있는 모델을 구성하는 모델링 과정은 4단계의 순환 과정으로 구성되며, 이를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



[그림 Ⅳ-1] 수학적 모델링 과정(NCTM, 1991)

NCTM(1991)의 '*Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum*'에서는 수학적 모델링 과정을 다음과 같이 설명하고 있다.

① 현상을 관찰하여 그 현상에 내재되어 있는 문제 상황을 명료히 밝히고, 문제에 중요한 영향을 미치는 요인들을 찾는다.
② 요인들의 관계를 추측하고 그 요인들을 수학적으로 해석하여 현상에 적합한 모델을 구축한다.
③ 적절한 수학적 분석을 구축한 모델에 적용한다.
④ 결과를 얻어 내고 그 결과를 현상에 맞도록 재해석하여 결론을 도출한다.

요약하면 수학적 모델링은 실세계의 여러 현상을 수학적인 수단에 의해 정리하고 조직하는 활동으로, 문제를 해결하기 위하여 여러 가지 수학적 표현으로 변환하면서 현상에 내재된 수학적 개념을 파악, 문제를 해결하여 실세계의 문제 상황에 적용할 수 있도록 하는 활동 과정이다. 이러한 수학적 모델링을 통한 수학 학습은 새로운 수학적 개념을 도입하거나 이미 개발된 수학적 개념을 새로운 상황에 적용하는 데 유용하여, 중요한 수학적 아이디어와 문제 해결 과정에 강력한 수단이 된다. 따라서 수학적 모델링을 통하여 수학 교육에서 다음과 같은 목적을 달성할 수 있다(Niss, 1989).

- 새로운 수학적 개념과 방법을 이해한다.
- 실생활 또는 다른 교과에서의 수학의 응용과 모델링의 실제를 이해한다.
- 창의적 사고와 문제 해결 태도, 활동, 능력을 기른다.
- 수학을 활용하여 실생활 또는 다른 교과와 연결된 맥락을 비판적이고 합리적으로 사고하는 태도를 기른다.
- 수학이 이미 완성된 산물이 아니라, 인간 활동의 결과로 만들어지고 있는 것임을 이해한다.

나. 수학적 모델링의 예

연못에 있는 물고기의 수를 조사하는 다음 상황을 통해 수학적 모델링을 살펴보자.

(1) 문제 상황

이 게임의 목적은 연못에 있는 물고기의 수를 알아내는 것이다. 이러한 정보는 연못을 관리하고 물고기에 대해 파악하는 데 도움을 줄 것이다. 연못에 있는 물고기의 수를 어떻게 추측할 수 있겠는가?

(2) 필요한 수학 개념

비와 비율

(3) 모델

우리는 연못에 있는 물고기의 수를 알 수 없으므로, 물고기의 수를 n마리라고 하자.

우선 몇 마리의 물고기를 잡아 물고기가 다치지 않게 꼬리에 표를 달고, 다시 그 물고기들을 연못에 놓아준다고 가정하자. n마리 중에서 p마리를 잡아 표시를 하고, 며칠 후에 q마리의 물고기를 잡는다면 그중에는 꼬리표를 단 것도 있고 달지 않은 것도 있을 것이다. 이때 꼬리표를 단 물고기의 수를 x라고 하면, 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\frac{p}{n} = \frac{x}{q}$$

p, x, q 모두 측정값이므로, n의 값을 구할 수 있다.

다음은 앞과 같은 활동을 10번 시행한 예이다.

표본 채취 순서	꼬리표를 단 물고기의 수	표본 수
1	3	15
2	0	15
3	3	15
4	1	15
5	2	15
6	4	15
7	6	15
8	2	15
9	4	15
10	2	15

이때 좀 더 정확한 n의 값을 구하기 위해서는, x의 평균 $\overline{x}$를 구하여 다음과 같은 식을 세울 수 있다.

$$n=\frac{pq}{\overline{x}}$$

예를 들어 처음에 표시한 물고기의 수(p)가 10마리이고 다섯 번 표본을 채취했다면, $\overline{x}=1.8$, $p=10$, $q=15$이므로 $n=83$이다.

위와 같이 연못에 있는 물고기의 수를 측정하는 이러한 과정을 'the capture/recapture' 방법이라고 하며, 이것은 게임으로도 사용되고 보존청에서도 활용되고 있다.

V. 수학과 평가의 특징 및 방법

01 수학과 평가의 동향

1990년대 초 미국 NCTM의 대안적 평가의 강조를 기점으로, 우리나라에서도 1995년 교육개혁위원회 주체의 '세계화 · 정보화 시대를 주도하는 신교육체제 수립을 위한 교육개혁방안' 수립, 1997년 서울시교육청의 초등학교 새물결 운동, 1997년 제 7 차 교육과정 개정 등의 영향으로 학교 현장에 수행 평가가 점차 반영되기 시작하였다. 결과적으로 우리나라에서도 전통적인 평가 방식의 변화 및 개선의 필요성이 인식되면서 새로운 평가 방법의 도입이 요청되고 이를 위한 대안으로 학교 현장에의 수행 평가 도입 및 활성화 방안이 추진되었으며, 이는 현재까지 지속적으로 강조되고 있다.

이에 대한 실례로 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 모든 교과목에서의 평가 부분은 다음과 같이 진술되어 있다(교육과학기술부, 2011).

가. 수학 학습의 평가는 학생의 인지적 영역과 정의적 영역에 대한 유용한 정보를 제공하고, 학생 개개인의 수학 학습과 전인적인 성장을 돕고 교사의 수업 방법을 개선하는 데 활용되어야 한다.

나. 수학 학습의 평가에서는 학생의 인지 발달 단계를 고려하고, 교육과정에 제시된 내용의 수준과 범위를 준수한다.

다. 수업의 전개 국면에 따라 진단평가, 형성평가, 총괄평가 등을 적절히 실시하되, 지속적인 평가를 통하여 다양한 정보를 수집하고 수업에 활용한다.

라. 수학 학습의 평가에서는 선택형 위주의 평가를 지양하고 서술형 평가, 관찰, 면담, 자기 평가 등의 다양한 평가 방법을 활용하여 수학 학습에 대한 종합적인 평가가 이루어질 수 있게 한다.

마. 인지적 영역에 대한 평가에서는 학생의 수학적 사고력 신장을 위하여 결과뿐만 아니라 과정도 중시하여 평가하되, 수학의 교수-학습에서 전반적으로 요구되는 다음 사항을 강조한다.

(1) 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고 적용하는 능력
(2) 수학의 용어와 기호를 정확하게 사용하고 표현하는 능력
(3) 수학적 지식과 기능을 활용하여 추론하는 능력
(4) 다양한 상황에서 발생하는 여러 가지 문제를 수학적으로 사고하여 해결하는 능력
(5) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직하는 능력
(6) 수학적 사고 과정과 결과를 합리적으로 의사소통하는 능력
(7) 수학적 지식과 기능을 바탕으로 창의적으로 사고하는 능력

바. 정의적 영역에 대한 평가에서는 학생의 수학에 대한 긍정적 태도를 신장시키기 위하여 수학 및 수학 학습에 대한 관심, 흥미, 자신감, 가치 인식 등의 정도를 파악한다.

사. 수학 학습의 평가에서는 평가하는 학습 내용과 방법에 따라 학생에게 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구와 다양한 교구를 이용할 수 있는 기회를 제공한다.

이상의 내용을 중심으로 우리나라 수학과의 평가 동향을 간략히 살펴보면, 우선 평가를 통하여 학생에 대한 등급을 매기기보다는 학생과 교사에게 도움을 주는 것이 강조되어 있으며, 최종 결과의 평가보다는 과정에 대한 평가를 강조하고 있다. 또한 객관식 선다형 위주의 평가를 지양하고 주관식 지필 검사, 관찰, 면담 등 다양한 평가 방법을 활용하여 종합적인 수학 학습 평가 등을 권장하고 있다. 특히 최근 들어 인지적 영역에 대한 평가뿐만 아니라 정의적 영역에 대한 평가도 점차 강조되고 있다. 아울러 평가 상황에서도 계산기, 컴퓨터와 같은 공학적 도구 및 교구의 적절한 이용을 권장하고 있음을 알 수 있다.

02 수학과 평가의 원리

학교 수학에서의 평가는 주로 교수-학습 방법의 개선을 위하여 이루어져야 하는데, 그동안 평가는 수준 판정 및 선발의 목적을 달성하는 데 치중해 왔다. 이로 인해 평가는 학생들에게 도움을 주기보다 많은 심적인 부담을 안겨 주었으며, 그러한 평가 결과는 교사의 수업 방법을 반성하고 개선하는 데 그다지 활발히 활용되지 못하였다. 또 지식을 측정하는 지필 검사가 전적으로 활용되고, 창의력, 탐구력과 같은 고등 정신 능력과 흥미, 관심, 열의와 같은 정의적 능력을 평가할 수 있는 다양한 평가 방법이 활용되지 못하였다. 이렇듯 잘못된 평가 방식은 교육 본연의 모습을 그르칠 수도 있지만, 반대로 올바른 평가 방식은 교육 본연의 모습을 찾는 데 절대적인 영향을 미친다. 이에 따라 수학 교과에서 점차 지향되고 있는 평가의 동향이나 특징에서 알 수 있는 바와 같이, 수학과 평가가 바르게 이루어지기 위해서는 다음과 같은 기본 원리가 지켜져야 한다(황혜정 외, 1997).

가. 발달적 교육관을 중시하는 평가

평가는 그 방향과 방법에 영향을 주는 기준하에서 선발적 교육관과 발달적 교육관으로 대별할 수 있는데, 발달적 교육관에서의 교육 평가는 학생의 선발이나 개인차를 내는 데 관심이 있는 것이 아니라, 모든 학생이 가능한 한 의도하는 바의 수업 목표를 달성할 수 있도록 모든 학습자에게 적절한 학습 방법을 배치하기 위한 평가를 하게 된다. 또한 학생 간의 서열과 개인차를 내기 위한 평가 방법보다는 주어진 수업 목표를 어느 정도 달성하였는가 하는 수업 목표 달성도의 평가에 그 관심이 집중된다.

발달적 교육관은 준거지향평가의 관점으로 귀결된다고 할 수 있다. 평가의 목적에 따라서 상대평가를 하여야 할 때가 있고, 준거지향평가를 하여야 할 때도 있다. 그러나 수학과 평가가 수학적 능력을 신장시킨다는 목적을 달성하기 위해서는 교사가 선발적 교육관보다는 발달적 교육관을 지녀야 한다. 그럼으로써 교사는 교육 목표의 달성도와 학생의 학습 과정에 더욱 관심을 기울이고 자신의 수업 방법과 평가 방법에 대해 보다 반성하며 학생 개개인에 적합한 교수-학습 방법을 적용할 수 있다.

나. 다양한 평가 방법을 수반하는 평가

그동안 수학 교과에서 다양한 평가 방법이 사용되지 못한 주된 이유는 교사에게 주는 부담, 그리고 다양한 평가 방법을 활용할 수 있는 다양한 형태의 수업을 하는 데 교사가 익숙하지 못하기 때문이다. 또 수학에서는 지필 검사만으로도 학생들의 수학적 능력을 충분히 평가할 수 있다는 잘못된 인식 때문일 수도 있다. 그러나 지필 검사만으로는 다양한 상황에서 다양하게 표현되는 수학적 능력을 종합적으로 바르게 평가할 수 없다. 수학이 타 교과목과는 다른 특성을 지니고 있다고 하더라도, 수학적 능력 역시 다양한 평가 방식을 통해서 바르게 평가될 수 있다. 이제까지의 일상적인 수업 방법을 탈피하여 학생들의 수학적 사고를 자극하는 새로운 수업 방법을 적용하여 보고, 또 이에 부합하는 새로운 방법으로 평가를 해야 할 것이다.

다. 문제 해결 과정을 중시하는 평가

현재의 수학과 평가에서는 정 · 오답 여부, 점수, 석차 등이 중요시되고 있으며, '학생이 어떠한 사고 과정을 거쳐서 이 문제를 해결하였는가?', '학생이 사고 과정에서 어떤 오류를 범해서 문제를 풀지 못하였는가?'는 중요시되지 않는다. 이는 다인수 학급에서의 평가의 효율성, 선발적 교육관, 상대적 평가관이 중요시되는 분위기 때문이다. 그러나 이러한 평가 방식이 계속 적용되면 학생은 사고 과정, 문제 해결 과정의 타당성보다 정 · 오답 여부에만 신경을 쓰기 때문에 학생의 수학적 사고 능력, 문제 해결력은 향상되지 못한다. 또 교사는 학생 개개인이 지닌 사고 과정의 결함을 알 수 없기 때문에 그러한 결함들이 발견되어도 치유되기 어렵다. 교사 역시 자신의 교육 방법을 반성해 가면서 학생을 지도할 기회를 가지기

어렵다. 그러므로 이러한 일을 가능하게 하려면 다양한 풀이 과정과 방법이 공유되는 해결(또는 수행) 과정을 중요시하는 평가가 이루어져야 할 것이다.

라. 정의적 영역의 능력을 중시하는 평가

정의적 영역의 평가는 수학적 지식 및 기능에 관한 인지적 영역의 평가 못지않게 중요하다. 학생이 가지는 수학적 성향은 그가 수학에 계속적으로 관심을 가지고 공부를 하며, 높은 성취를 이룰 수 있을 것인지를 판단하는 중요한 준거가 된다. 최근 들어 우리나라에서도 정의적 영역에 대한 평가의 중요성이 점차 인식되고 있다. 이는 우리나라 학생들이 국제 학업성취도 비교 평가에서 수학 학업성취 수준은 세계 최상위권임에도 불구하고, 정의적 수준은 최하위권인 것으로 나타났기 때문이다. 많은 학생들이 수학은 재미없고 어려운 과목, 일상생활에 도움이 안 되는 과목, 대학 입시를 위한 과목 등 매우 부정적인 교과로 인식하고 있는 것으로 나타났다. 이는 우리 사회에 큰 우려감을 주고 있으며, 이에 대한 개선책이 요구되고 있다(박선화 외, 2010).

그럼에도 불구하고 우리의 현실에서 정의적 영역에서의 평가가 제대로 이루어지고 있지 않은 이유는 평가에서의 주관성과 교사의 주관적 판단을 중요하게 여기지 않고 신뢰하지 못하는 분위기, 평가상의 번거로움, 교사들이 쉽게 이용할 수 있는 평가 도구나 자료의 부족 때문이다. 이에 따라 교사의 주관적 판단의 중요성을 인식하고 그것을 신뢰하며, 평가상의 번거로움을 최소화하고, 교사들이 손쉽게 이용할 수 있는 관찰 또는 면담지 등의 평가 도구가 개발되고 제공된다면, 정의적 영역에 대한 평가도 보다 활성화될 수 있을 것이다.

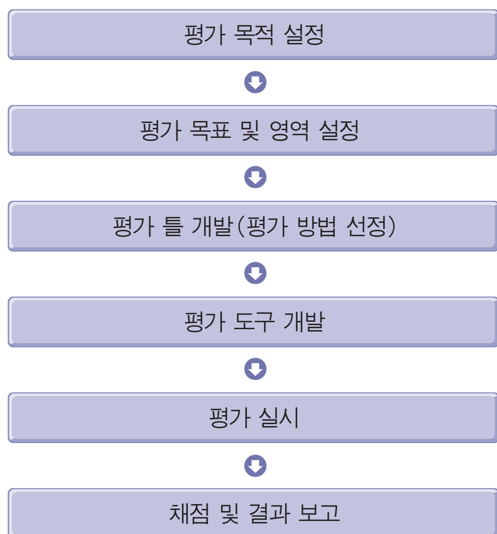
여기서 수학에 대한 정의적 특성의 의미와 구성 요소를 간단히 살펴보면 다음과 같다. 한국교육과정평가원(박선화 외, 2010)에서는 수학에 대한 정의적 특성을 수학에 대한 경험으로 인하여 형성된 정서, 신념, 동기 등을 포함하는 심리적 특성으로 정의하여 제시하였다.

〈표 V-1〉 수학에 대한 정의적 특성의 요소

범주	하위 요소	정의
정서: 비교적 강하게 단시간 동안 계속되는 감정. 희노애락, 애증, 공포, 쾌감 등	흥미	교과나 학습 주제 등에 대해 주관적으로 느끼는 선호도 및 학습 활동에 참여함으로써 발생하는 즉각적인 재미
	호기심	지속적이면서 일관되게 새로운 것을 추구하는 개인의 심리적 경향성
	수학 불안	수학 교과 자체 또는 수학과 관련된 일이나 문제 등에 대하여 긴장하고 두려워하거나 걱정하고 염려하는 심리 상태
신념: 어떤 아이디어, 사건, 행위 등과 같은 대상에 대해 여러 반응을 시도하고 다양한 시행착오의 과정을 반복하면서 형성된 가치 체계	수학관	문화적 가치와 사회적 기대를 경험과 학습을 통하여 내면화한 것으로 수학이 가지고 있는 교과로서의 특성과 그에 적절한 학습 방법에 관한 개인적인 관점
	가치 인식	사회적 맥락이나 학습자 자신의 삶의 맥락과의 관계 속에서 수학의 기능과 유용성에 대한 평가
	귀인	수학과 관련된 성공과 실패의 원인에 대한 개인적 지각으로 원인의 소재(내적 · 외적 요인), 안정성, 통제 가능성에 대한 추론
동기: 학습 활동을 유발하고 지속하게 하는 힘으로서 학습 활동을 의미 있고 가치 있는 것으로 보고 학습 활동으로부터 의도된 가치를 얻고자 하는 경향성	목표 지향성	성취 상황에서 개인이 과제를 수행하는 목표에 대한 개인의 지향성으로, 타인과 비교하거나 자신의 능력을 타인에게 증명하기 위한 목표인 수행 목표와 과제의 숙달이나 능력을 향상하기 위한 목표인 숙달 목표로 구분됨
	자기 효능감	목표 달성에 필요한 행동 과정을 조직하고 행하는 자신의 능력에 대한 믿음으로, 특정한 시간에 주어진 특정 과제를 잘 수행할 수 있는지에 대한 인식
	자기 조절력	개인적 목표 설정과 설정한 목표를 성취하기 위한 행동 조정으로, 장기적 목표 달성을 위해 바람직한 행동을 추구하고 그렇지 않은 행동은 억제하여 충동적이거나 즉각적이지 않고 스스로 문제를 신중하게 계획, 해결, 평가하려는 경향성

03 수학과 평가 절차

평가는 상황에 따라 다양한 형태로 시행되므로 모든 상황에 적용 가능한 평가 절차를 규명하기란 쉽지 않다. 하지만 교사가 평가 주체자가 되어 학생들의 수학적 능력이나 태도를 평가하는 경우에 초점을 두어, 평가 시행을 위한 기본 절차를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



[그림 Ⅴ-1] 수학과 평가의 기본 절차

평가를 하고자 할 때 가장 먼저 고려해야 할 것은 '어떤 목적으로 평가를 할 것인가'를 결정하는 일이다. 진단평가나 형성평가와 같이 교사가 자신의 수업에 대한 피드백을 얻기 위한 목적으로 평가를 실시한다면 수업을 진행하기 전이나 진행하는 도중에 평가를 실시하여 그 결과를 수업 개선에 활용하게 될 것이다. 반면 총괄평가와 같이 학생들의 성취 정도에 따라 등급을 결정하는 것이 목적이라면 보다 객관적인 평가 방법을 이용하며, 평가의 내용도 한 학기 또는 일 년 동안 학생들이 학습한 전체 내용을 포괄하는 것이 더 타당할 것이다. 이처럼 평가의 목적에 따라 평가 내용, 방법, 시기 등 진행되는 평가의 전체적인 모습이 달라지므로, 우선 평가를 하고자 하는 목적부터 염두에 두어야 할 것이다.

두 번째 단계에서는 첫 번째 단계에서 결정한 평가 목적에 따라 평가하고자 하는 영역(이하 평가 영역)을 설정하고, 해당 영역의 주요 교육 목표가 무엇인지 확인하여야 한다. 이때의 교육 목표는 각 문항에 대한 구체적인 평가 목표를 뜻하는 것이 아니라 교육과정의 목표 및 내용에 준하여 해당 평가 영역의 교육 목표를 설정하는 것을 말한다.

세 번째 단계에서는 균형 있는 평가 도구 개발을 위하여 평가 틀을 개발하는 것이다. 평가 틀은 평가 영역의 교육 목표를 분석하여 이를 잘 반영할 수 있도록 설정된 행동 영역과 내용 영역, 평가 목표, 평가 문항 유형, 각 요소별 문항 출제 비율 등을 포괄적으로 포함한다.

또한 이때 평가하고자 하는 목적, 평가하고자 할 영역, 그리고 그 영역에 해당하는 교육 목표를 토대로 이에 부합하는 평가 방법을 선정하여야 할 것이다. 예를 들어 총괄평가를 실시할 목적으로 특정 평가 영역을 선정하여 해당 교육 목표가 확인되었을 때, 인지적 영역 능력에 관한 평가를 실시하기 위해서는 이에 부합하는 평가 방법을, 정의적 영역 능력에 관한 평가를 실시하고자 할 경우에는 이에 따른 적절한 평가 방법을 사용해야 할 것이다.

네 번째 단계는 위의 세 번째 단계를 통해 마련된 평가 틀에 부합하는 평가 도구를 개발하는 과정이다. 평가 도구 개발 시에 문항의 양호도, 검사 시행의 시간 소요 등을 고려하여 문항을 개발하고 그에 따라 모범 답안 및 채점 기준도 개발하여야 한다. 이때 '평가 도구 개발'이란 인지적 영역의 평가에서 지필 검사를 위한 평가 문항 개발, 채점 기준 및 예상 답안 작성과 정의적 영역에서의 평가를 위한 평가(주로 관찰 및 면담) 요목 개발, 기록 방법 작성 등을 총체적으로 일컫는 말이다.

다섯 번째 단계에서는 평가를 실시하고, 가채점을 통하여 사전에 준비한 채점 기준 및 예상 답안의 적절성을 검토하여 이를 수정 · 보완한 후, 이를 참고로 하여 실제적인 채점에 임하도록 한다.

마지막 단계로는 평가 목적에 따라 적절한 방법으로 기록하여 그 결과를 보고하도록 한다.

04 수학과 평가 틀 개발 시 유의 사항

학교 수학에서 수학 교육 목표를 내용과 행동 수준에 맞추어 평가하는 것은 바람직한 일이며, 이를 위해서는 수학과에 적합한 평가 틀을 마련하여야 한다. 평가 틀은 평가 도구 개발 및 평가의 전 과정에서 평가 방향과 평가 관련 항목을 선택하거나 결정할 때 판단의 준거가 된다. 평가 틀은 평가에 관한 보다 체계적이고 포괄적인 구조를 설명할 수 있다는 장점과 더불어 평가 문항과 내용 및 행동 영역의 적합성을 판정하고 설명하는 데 용이하다고 할 수 있다. 〈표 Ⅴ-2〉, 〈표 Ⅴ-3〉 참조

수학과 평가 틀을 개발하는 데 있어서 고려해야 할 제한 사항은 다음과 같다.

첫째, 일반적으로 평가의 목적은 우수 학생을 선발하려는 것이 아니고 학생들의 교육 성취 정도(수준)가 얼마나 되는지, 그리고 각각의 수준에 도달한 학생들이 얼마나 되는지 파악하는 데 있으므로 평가 틀이 학생들의 성취 수준을 골고루 측정해 낼 수 있도록 세워져야 한다. 그러므로 가장 기초가 되는 수준에서부터 우수한 학생까지의 성취 정도가 잘 드러날 수 있도록 다양한 수준의 문항으로 구성되어야 한다.

둘째, 가능하면 평가 요소를 적어도 내용 영역과 행동 영역으로 이원화하도록 한다. 특히 행동 영역을 설정하여 소홀하기 쉬운 ‘지식의 활용 또는 적용’ 능력에 의미 있는 비중을 두도록 한다. 동시에 폭넓은 수준의 학업 성취의 정도를 파악할 수 있도록 행동 영역을 가장 기초적인 지식이나 단순 계산에서부터 보다 복합적인 사고를 요구하는 탐구나 문제 해결 능력까지 평가의 대상으로 삼아, 학생들이 어느 영역에 더 높은 성취를 보이는지 파악할 수 있도록 한다.

셋째, 평가 틀의 구성에 있어서 시대적 요구가 강한 행동 영역을 의도적으로 평가 틀에 포함시키도록 한다. 예를 들어 의사소통 능력과 같이 시대적으로 강력히 요구되고 있으면서도 실제 학교 현장에서는 소홀히 다루어지는 능력을 평가 틀에 과감히 도입함으로써 학교 교육과정 운영에 있어서 선도적 역할을 기대해 볼 만하다.

〈표 Ⅴ-2〉 수학과 평가 틀의 예

행동 영역 / 내용 영역	계산	이해	추론	문제 해결
수와 연산				
문자와 식				
함수				
확률과 통계				
기하				

〈표 Ⅴ-3〉 수학과 평가 틀에서의 인지적 행동 영역의 정의

행동 영역	정의
계산	여러 가지 계산법, 나아가 문제 해결에 이르기 위한 명확한 절차, 즉 알고리즘을 능숙하게 구사할 수 있는 능력에 관한 것
이해	기본적인 수학적 개념, 원리, 법칙 및 그 관련성을 이해하여 의미 충실한 개념적 사고를 형성할 수 있는 능력에 관한 것
추론	• 관찰, 열거, 실험 등을 통한 귀납과 유추, 추측에 의해 수학적 법칙과 문제의 해법을 발견할 수 있는 능력에 관한 것 • 조건명제의 증명, 삼단논법에 의한 연역적 추론, 반례에 의한 증명, 간접증명법, 모순법, 동치인 명제의 증명, 수학적 귀납법 등을 이용한 증명을 읽고 이해할 수 있으며, 이러한 방법을 사용하여 수학적 명제를 증명할 수 있는 능력에 관한 것
문제 해결	• 수학의 여러 가지 내용 사이의 개념, 원리, 법칙 등의 관련성이 요구되는 수학 내적인 문제를 해결할 수 있는 능력에 관한 것 • 수학과 일상생활 및 타 교과 내용과의 관련성의 파악이 요구되는 통합 교과적(수학 외적)인 소재의 응용 문제를 해결할 수 있는 능력에 관한 것

05 서술형 및 수행 평가 문항의 채점 방법

서술형 또는 수행 평가 문항 등에서 학생들은 문제(질문 내용)조차 이해하지 못하는 경우, 문제는 이해했으나 풀이 과정이 틀린 경우, 또는 풀이 과정은 옳으나 계산 과정이 미흡하여 실제로 결과를 나타내는 부분이 틀린 경우 등 여러 가지 반응을 나타낸다. 실제로 학생들의 문제 풀이를 평가하는 데 있어서 가장 어려운 부분은 여러 가지 유형의 오류들을 드러내는 풀이를 어떻게 평가할 것인가를 결정하는 일이다. 이때 풀이 과정을 중시하여 채점하는 방법으로는 '분석적 점수화 방법'과 '총체적 점수화 방법'을 들 수 있다(Charles, et. al., 1987).

먼저 '분석적 점수화 방법'이란 주어진 문제를 해결하는 데 필요한 단계(과정)를 구체화하여 각 단계별로 채점 요소를 세우고 점수를 배당하는 방법을 말한다. 이때 어떤 특정 요소에 대한 채점 결과가 다른 요소에 대한 채점 결과에 영향을 주어서는 안 되며, 각 문항마다 채점 요소를 지나치게 세분화하지 않도록 한다. 분석적 점수화 방법은 학생 개개인의 답안지를 면밀히 분석해야 하므로 채점하는 데 많은 시간을 필요로 하지만, 주어진 문제의 해결 과정에 따라 단계별로 수치화한 점수를 부여함으로써 채점자 간의 평점 차를 줄이고 동일한 채점자 내에서도 일관성 및 객관성을 유지할 수 있다는 것이 주요 장점이다. 한편 '총체적 점수화 방법'이란 주어진 문제를 해결하는 데 필요한 특정 내용이나 과정에 대하여 각각 점수를 부여하는 대신, 풀이 전반에 걸쳐 하나의 점수를 부여하는 방법을 말한다.

서술형 및 수행 평가 문항의 채점을 위한 채점 기준은 주로 분석적 점수화 방법을 토대로 문제 이해, 문제 해결 과정, 답 구하기 등의 과정이 반영되도록 작성한다. 이를 작성하는 과정에서 각 문항의 배점과 채점 요소별 배점은 평가 목적이나 목표에 따라 적절히 부여하도록 한다. 다음은 서술형의 문항에 대한 채점 기준을 분석적 점수화 방법으로 제시한 예이다.

【문항】

작년에 A 중학교의 학생 수는 1050명이고, 금년에는 작년보다 남학생은 4 % 증가하고 여학생은 2 % 감소하여 전체적으로 9명이 증가했다. 금년의 남녀 학생 수를 각각 구하여라.

【모범 답안】

작년의 남학생의 수를 x, 여학생의 수를 y라고 하면

$$\begin{cases} x+y=1050 \\ \frac{4}{100}x-\frac{2}{100}y=9 \end{cases}$$

이므로 $x=500$, $y=550$이다.

따라서

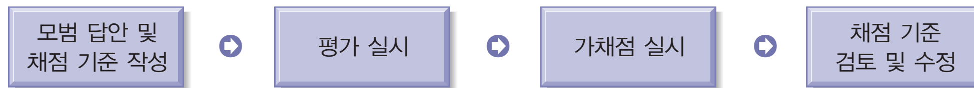
금년의 남학생의 수: $500+\frac{4}{100}\times500=520$(명)

금년의 여학생의 수: $550-\frac{2}{100}\times550=539$(명)

【채점 기준】

영역 \ 요소	채점 요소	배점
문제 이해	작년의 남학생 수를 미지수로 정하기	1점
	작년의 여학생 수를 미지수로 정하기	1점
해결 과정	작년의 학생 수에 관한 식 세우기	1점
	작년보다 늘어난 금년의 학생 수에 관한 식 세우기	3점
답 구하기	금년의 남학생 수 구하기	2점
	금년의 여학생 수 구하기	2점
총점		10점

서술형 및 수행 평가 문항에 있어서 모범 답안은 채점 기준을 작성하는 데 있어서 구체적인 지침의 역할을 한다. 문항의 특징이나 성격에 따라 다르겠지만, 일반적으로 수학 교과의 특성상 피험자가 다양한 창의성을 발휘하여 평가자가 생각하지도 않았던 여러 가지 형태의 답을 제시할 가능성은 그리 높지 않다. 하지만 서술형 문항의 경우에는 답안을 작성하는 과정에서 실수나 오답의 가능성이 높으므로 이에 관한 채점 기준을 마련하여 채점 결과의 공정성을 유지해야 할 것이다. 이에 따라 모범 답안과 그에 따른 채점 기준을 구체적으로 마련하고 평가를 실시한 후 이미 작성된 채점 기준(안)을 토대로 일부 학생들의 실제 답안을 '가채점'하는 일은 매우 중요하다고 하겠다. 이는 채점 기준의 요소 중에서 채점자(교사)가 미처 생각하지 못하였던 채점 요소나 부적절하게 배당된 요소별 점수가 있는지를 검토하고, 미비한 부분을 보완 · 수정하기 위함이다. 위와 같은 절차를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

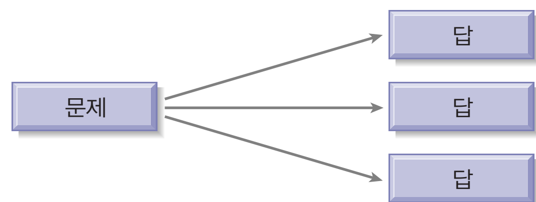


[그림 Ⅴ-2] 채점 절차

06 프로젝트

가. 프로젝트의 의미

프로젝트의 사전적 의미는 '실행 계획서'이지만, 수학 교육에서 프로젝트는 보다 넓은 의미로 무엇을 할 것인가뿐 아니라 그것을 실제로 수행하여 자료를 제시하고 그 결과를 평가하는 것을 포함한다. 프로젝트는 열린 반응을 요구하는 일종의 수행 과제를 말하며, 이때 개방형 문제, 즉 열린 반응(open-ended, open-responded) 문제는 해답이 정해져 있지 않고 학생의 관점에 따라 여러 가지 답이 나올 수 있는 문제를 말한다. 하지만 경우에 따라서 개방형 문제의 답은 모범 답안이 제한되지 않을 수 있다. 즉 결정되지 않을 수도 있다.



[그림 Ⅴ-3] 수학적 모델링 과정(NCTM, 1991)

【개방형 문제의 예】

숫자 4를 네 번 사용하고 $+$, $-$, $\times$, $\div$, $\sqrt{\ }$, 분수 등의 기호를 써서 0부터 9까지의 수를 만들어 보아라.

【풀이】

$0=4+4-4-4=44-44$

$1=\frac{4}{4}+4-4=\frac{44}{44}=\frac{4}{4}\times\frac{4}{4}=\frac{4}{4}\div\frac{4}{4}$

$2=\frac{4}{4}+\frac{4}{4}=4-\frac{4+4}{4}$

$3=\frac{4+4+4}{4}$

$4=(4-4)\times4+4=\sqrt{4+4+4+4}$

$5=\frac{4\times4+4}{4}$

$6=\frac{4+4}{4}+4=\frac{4+4+4}{\sqrt{4}}$

$7=\frac{44}{4}-4=\{4-(4\div4)\}+4$

$8=4+4+4-4=\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4}$
$=4\times4\div4+4=4\times4-(4+4)$

$9=4+4+\frac{4}{4}$

학생들은 열린 반응의 과제들을 수행하기 위하여 어떤 수학적 지식을 사용해야 하는지를 결정해야 할 뿐만 아니라 때로는 어떻게 접근해 나아가야 할 것인가에 관한 수학적 방법까지도 결정해야 한다. 이에 따라 프로젝트는 학생들의 실제 생활과 직접 관련되어 그들의 고등 사고 능력을 발휘할 수 있는 문제 상황을 주제로 제시함으로써 과정 중심의 수행 경험을 하게 한다.

나. 프로젝트의 특징과 개발 시 유의점

프로젝트의 특징을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 프로젝트는 어떤 특수한 상황에서 개인이 원하는 바의 깊이 있는 탐구를 가능하게 하므로, 프로젝트의 주제 및 진행 과정을 개별화 또는 차별화하여 개성에 맞게 다룰 수 있다.

둘째, 프로젝트는 구체물에서 서적, 영화, 비디오 등의 매체에 이르기까지 다양한 자료에 대하여 수학적으로 해석하고 설명하는 과정을 포함하므로, 다른 교과 내용과의 연계성에 따른 수학적 가치의 인식이 가능하고 창의적 사고, 비판적 사고 등과 같은 보다 고차원적인 사고 능력을 신장시킬 수 있다.

셋째, 프로젝트는 소그룹의 협동 학습을 통하여 학생들이 자신이 속한 집단의 다른 구성원들과 이야기하고 그들의 활동 결과를 학급 전체에 (말하기와 쓰기의 형태로) 전달함으로써 의사소통 능력을 신장시킬 수 있다.

한편 다음은 프로젝트 개발 시 유의해야 할 사항이다.

첫째, 프로젝트는 학생들이 수학적인 안목에서 현상을 파악할 수 있는지, 또는 배운 수학적 지식을 사용하여 생활의 여러 가지 문제를 해결할 수 있는지를 평가하기 위한 것으로, 판에 박힌 문제(정형 문제)를 지양하고 참신하고 새로운 성격의 주제(문제)를 개발하도록 한다.

둘째, 프로젝트의 채점을 위한 채점 기준은 총체적 점수화 방법과 분석적 점수화 방법을 적절히 고려하여 작성한다. 서술형 문항의 경우와 마찬가지로, 프로젝트의 채점 기준(표)의 작성 과정에서 각 문항의 배점과 채점 요소별 배점은 평가 목적이나 목표에 따라 부여하도록 한다.

다. 프로젝트의 채점 방법

프로젝트의 수행 과정은 다음 〈표 Ⅴ-4〉와 같은 기록지를 사용한 자기 평가(self-assessment) 방법을 이용하여 학생 스스로 작성해 보게 하고, 이를 평가하거나 점검하는 것이 용이하며 바람직하다(황혜정 외, 1997).

〈표 Ⅴ-4〉 학생 자기 평가 기록지(예)

학생 자기 평가 기록지
단원명: ________________________ 날　짜: ______년 _____월 _____일 _____교시 이　름: ________________________ (_____학년 _____반 _____번)
주제(문제):
해설(풀이):
반성(소감):
자기 평가: 아주 못함(　　)　못한 편임(　　)　잘한 편임(　　)　아주 잘함(　　)
교사 논평:

점선을 따라 자르세요.

한편 프로젝트의 전반적인 활동 과정 및 결과에 대하여 평가하고자 할 때, 다음과 같이 관찰에 의한 평정척도지를 활용하면 편리하다(Krulick 외, 1998).

〈표 Ⅴ-5〉 평정척도법을 이용한 과제 수행 능력 평가(예)

이름: ________________ 날짜: ________________

평정척도

1=불충분 2=만족 3=훌륭함

관찰(면담) 요목			0	1	2	3	논평
과제 수행 능력	주제 이해						
	해결 전략 선정						
	계획 수행						
	검토 및 반성						
	의사소통						
	태도						

07 관찰 및 면담

가. 관찰 및 면담의 특징

관찰 및 면담에서 평가자는 수학 문제의 해결을 위하여 사고하고 있는 개인, 소집단, 또는 학급에 대하여 관찰 내지 면담을 하면서 기록하게 된다. 이 방법은 수학적인 수행 능력과 같은 인지적 영역뿐 아니라 수학에 대한 태도와 신념 등 정의적인 영역까지 평가할 수 있는 장점이 있다. 또한 관찰 및 면담은 검사를 통해 양적으로 확인할 수 있는 학생의 수학적 능력이나 사고에 대하여 보다 심화된 자료를 얻을 수 있다. 하지만 우리나라 교육 현실을 감안할 때, 독자적인 평가 기법으로서의 역할보다는 다른 평가 기법에 의한 결과를 점검하고 보완하는 보조 역할의 의미가 크다.

특히 관찰의 목적으로 사전에 생각하지 못하였던 측면에 대하여도 부수적인 자료를 수집할 수 있다. 또 관찰은 정규 수업 시간 중에 자연스럽게 이루어질 수 있고, 특정한 사고력에 중점을 두고 평가할 수 있으며, 다른 평가 기법에 의한 결과를 점검하고 보완할 수 있다.

관찰이나 지필 검사와 더불어 면담은 학생들과 직접 대화함으로써 문제 해결 상황에서 실제로 나타내 보인 행동이나 서면의 '결과'를 도출해 내기까지의 사고 '과정'에 대한 통찰을 가능하게 하는 기법이다. 개별적으로 면담을 실시하여 학습 부진아를 진단하거나 학습 우수아를 선별할 수 있다. 또 소그룹별로 과제를 수행하는 자연스러운 분위기에서 면담을 실시하여 평가 목적에 부합하는 정보를 얻을 수도 있다.

나. 관찰 및 면담의 유형

실제로 현장에서 사용할 수 있는 관찰법은 수업 시간에 교사가 학생들을 대상으로 실시하는 비참여 관찰로, 학생 전체 또는 소집단이나 개인별로 자연스럽게 행해질 수도 있다. 다만 교사가 수업을 진행하면서 관찰 결과를 기록할 수 있는 시간이 한정되어 있으므로, 학급 전체보다는 개별 또는 소집단을 대상으로 관찰을 실시하는 것이 효과적이다. 그런데 사실 비참여 관찰의 경우 객관적으로 관찰이 가능하나 관찰의 기회가 적고, 심리적으로 격리되어 있기 때문에 미세한 변화를 파악하기 힘들다.

한편 공식적 면담은 면담자가 미리 만들어진 일련의 질문을 가지고 응답자에게 질문하는 방법이다. 이때 각 면담에서는 똑같은 질문이 똑같은 방법으로 부과되므로, 공식적 면담은 질문지를 언어로 표현하는 방법이라고 볼 수 있다. 이에 반해 비공식적 면담은 면담 계획을 세우되 면담 목적만을 명백히 하여 융통성 있는 접근을 시도하는 방법이다. 따라서 연구자(교사)가 한 현상에 관한 적절한 질문들을 충분히 가지고 있지 않을 때 유용하다. 이러한 면담은 예정된 '질문군'이 없고 본질적으로 탐색전부터 시작한다고 볼 수 있다.

결국 면담이 공식적으로 진행되든 비공식적으로 진행되든, 교사는 주로 정규 수업 외의 상황에서 학생들과의 면담을 통해 그들과 직접 대화함으로써 그들이 수학 수업 상황에 어떻게 수용하고 대처하는지에 대해 보다 깊은 이해를 구할 수 있다. 또 소그룹별로 과제를 수행하는 자연스러운 분위기에서 (비공식적) 면담을 실시하여 평가 목적에 부합하는 정보를 얻을 수도 있다.

특히 공식적 면담은 개별적으로 면담을 실시하여 학습 부진아를 진단하거나 학습 우수아를 선별하는 데 유용하며, 비공식적 면담은 그들을 진단, 선별하는 것뿐만 아니라 그들의 능력에 따른 처치도 가능하다. 면담은 주로 개별적으로 진행하는 것이 상례이지만, 비공식적 면담의 경우에는 소그룹별로 면담을 진행하여 면담 대상자들끼리 보다 자연스러운 분위기에서 진행됨으로써 보다 정확한 정보를 얻을 수 있는 이점도 있다.

다. 관찰 및 면담 시 유의 사항

일반적으로 관찰을 통해 정기적으로 기록하여 평가하기 위해서는 관찰자인 교사의 많은 시간과 노력이 절대적으로 필요하며, 관찰 목적에 알맞은 현상을 포착하기 어려울 때도 있다. 또한 학생들의 반응을 관찰할 때 편견

을 가지게 되어 관찰 결과에 주관성이 개입될 여지가 있으며, 관찰의 대상이 되는 학생들 역시 관찰자인 교사를 의식하면서 행동이 달라질 수 있다. 사실 교사가 관찰만을 통하여 학생들의 다양한 행동이나 사고 과정 등을 정확히 파악하기는 어렵다.

관찰 시 유의해야 할 점은 다음과 같다.

- 뚜렷한 관찰 목적 또는 문제 의식을 가지고 관찰에 임하도록 한다.
- 관찰 계획을 치밀하게 세워야 한다.
- 부분과 전체의 관련을 지으며 관찰함으로써 피상적인 관찰이 되지 않도록 해야 한다.
- 객관적인 태도로 관찰해야 한다.
- 관찰 기간은 짧게 하고 누적시키는 방법을 쓰도록 한다.

공식적 면담의 경우에는 면담 도중 학생의 반응에 개입하는 일이 없으므로, 사전에 질문 내용들을 신중히 계획하여 작성하면 별 문제가 없으나, 비공식적 면담에서는 교사가 학생의 반응에 따라 수시로 질문하게 되므로 더욱 주의를 해야 한다.

면담 시 유의해야 할 점은 다음과 같다.

- 면담 시 교사의 반응이나 질문으로 인해 대화의 방향이 바뀌어서는 안 되므로 교사의 태도(반응)는 중립적 입장을 취해야 한다.
- 질문의 내용과 시기가 적절해야 한다.
- 학생이 편안하고 안정감을 가지도록 면접 환경과 조건을 구성해야 한다.
- 교사가 면담 시 기본적으로 갖추어야 할 태도는 중립적인 태도, 공정한 태도, 자연스러운 태도, 담화적인 태도, 친절한 태도이다.

라. 관찰 및 면담의 기록 방법

관찰 및 면담의 목적이 결정되면 대상, 장소, 시간, 기록 유형 등의 세부 계획이 진행되어야 하며, 이때 활용될 수 있는 기록 방법에는 체크리스트와 평정척도법 등이 있다.

체크리스트나 평정척도법은 사전에 관찰할 행동 요목을 제작하는 과정에서 많은 시간과 노력이 요구되지만, 그 기록 자료를 재분석하지 않고 평가 자료로 수월하게 활용할 수 있다. 그러나 체크리스트나 평정척도법은 사전에 치밀하게 관찰 요목을 작성하여도 임의적이고 예측하지 못하는 행동이 발생하는 경우에는 적절한 기록을 수행하기가 곤란한 단점이 있다.

관찰 및 면담의 자료(정보)를 수집하면, 그다음 단계로 그 정보들을 요약하고 행동의 패턴을 결정하는 작업이 필요하다. 물론 기록 형태에 따라 정보를 요약하는 방법이 다양하게 개발될 수 있다. 일반적으로는 관찰에 의해 기록된 자료들을 그래프 및 빈도, 시간, 가중치의 평균 등의 기술 통계 수치로 분석한다. 그러나 학교 현장에서는 기록된 자료를 진술문 형태로 요약하여 교사의 전문적 판단에 따라 필요한 조언을 하는 것이 보다 수월하고 바람직하며, 이는 학교생활기록부에서 각 교과에 대한 학생의 발달 상황을 작성하는 기초 자료가 될 수 있다.

관찰 및 면담은 수학에 대한 흥미와 호기심, 수학에 대한 자신감, 수학에 대한 불안, 수학의 유용성 인식, 과제 집착력과 의지, 창의적 사고, 수학 수업에의 참여 등 정의적 영역을 평가하는 데 용이하다. 다음 〈표 Ⅴ-6〉은 여러 정의적 영역에 대한 평가를 위하여 체크리스트를 사용하여 관찰 또는 면담이 가능한 구체적인 요목들을 제시한 예이다(박선화 외, 2010).

〈표 Ⅴ-6〉 정의적 영역 평가를 위한 체크리스트지(예)

체크리스트					
정의역 영역	관찰(면담) 요목	학생 1	학생 2	학생 3	학생 4
수학에 대한 흥미와 호기심	• 수학을 하는 것을 즐거워한다.				
	• 수학에서 배우는 것들에 대해 흥미가 있다.				
	• 수학 수업 시간을 기다린다.				
	• 수학에 대한 것을 읽기를 좋아한다.				
	• 수학의 개념이나 원리를 알려고 한다.				
수학에 대한 자신감	• 수학 공부에 자신감을 가지고 있다.				
	• 수학에서 좋은 성적을 받을 것이라고 생각한다.				
	• 수학에서 어려운 내용까지도 잘 이해할 수 있다.				
	• 수학을 가장 잘하는 과목 중의 하나로 생각한다.				
수학에 대한 불안	• 수학 수업이 어려울까 봐 걱정한다.				
	• 수학 성적이 나빠질까 봐 걱정한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 긴장한다.				
수학의 유용성 인식	• 수학이 우리의 생활에 많은 도움을 준다고 생각한다.				
	• 수학이 사고력을 기르는 데 도움이 된다고 생각한다.				
	• 수학이 나중에 공부하는 데 필요하므로 중요한 과목이라고 생각한다.				
	• 수학이 나중에 직장 생활을 하는 데 도움이 된다고 생각한다.				
과제 집착력과 의지	• 수학 공부를 열심히 한다.				
	• 수학 시간에 배운 내용을 확실히 알려고 노력한다.				
	• 수학 문제를 풀 때, 답을 구할 때까지 중단하지 않고 열심히 하려고 노력한다.				
	• 수학 공부를 잘하기 위해 계획을 세우고 스스로 노력한다.				
창의적 사고	• 다른 사람의 방법을 그대로 따라 하는 것보다는 스스로 생각하고 탐구한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 다른 사람과는 다른 독특한 방법을 찾아보려고 한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 한 가지 방법으로 해결하는 것보다는 다양한 방법을 찾아보려고 한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 내가 알고 있는 방법 중에 어떤 것이 더 적절한지를 생각한다.				
수학 수업에의 참여	• 수학 수업 시간에 모둠 활동에 적극적으로 참여한다.				
	• 수학 수업 시간에 다른 생각을 한다.				
	• 수학 수업 시간에 발표를 많이 한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 아이디어를 다른 학생들과 공유한다.				

VI. 좋은 수업의 의미

01 좋은 수업에 대한 관점의 변화

어떤 수업이 좋은 수업인가에 대한 견해는 구성주의 이론의 도래와 함께 바뀌기 시작하였다고 볼 수 있다. 구성주의 인식론에서는 지식을 개인이나 집단이 적극적으로 만들어 낸 경험적 구성물로 본다. 즉, 학생들은 모든 지식을 수동적으로 받아들이는 것이 아니라 학생 스스로 능동적 구성 활동에 의해 이를 형성한다는 것을 그 주된 요지로 삼고 있다. 이와 같은 관점에서 생각해 볼 때 교사의 가장 중요한 역할은 학생들이 개념을 탐구하고 개념 사이의 관련성을 잘 이해할 수 있도록, 다시 말해 구성 활동이 잘 일어날 수 있도록 총체적인 환경을 조성해 주는 것이다.

학습 기회의 제고라는 측면에서 좋은 수업을 진단할 때, 학습 기회란 수업을 통해 가르쳐진 것과 평가되어지는 것 사이의 중복 정도를 의미한다. 이는 수업 중에 다루어지는 교육과정의 내용과 평가의 내용이 수업의 주요 목표를 반영해야 함을 뜻한다. 그러므로 1980년대 이래로 교육과정의 개정은 교사가 아닌 학생 중심의 교육을 강조하고, 실생활과 학교 교육 내용을 연결시키며, 단순 암기나 훈련보다는 이해와 사고에 초점을 두어 왔다.

따라서 진정한 학습은 일상의 학습 상황에서 다양한 정보와 같은 인지적 도구 혹은 다른 사람들의 도움을 받아 학생들이 확실하게 어떤 문제 상황을 파악할 수 있을 때 일어난다고 볼 수 있다. 그러므로 학습자는 문제를 해결하면서 개개인이 직접 이미 알고 있던 지식을 사용하여 새로운 지식을 만들어 내는 과정을 통하여 자신의 생각을 다양한 방법으로 적용하고 또 새로운 의미를 창출함으로써 그와 관련된 내용을 이해하게 된다는 것이다 (von Glasersfeld, 1993).

다시 말하면 구성주의에 입각한 수학 수업의 방법은 어떤 개념을 습득함에 있어서 고정되고 활동력이 없는 인식이 아닌 가변적이고 유용한 인식의 발달을 강조한다. 학습은 사회 활동을 하는 가운데 일어나며 학습자들간, 혹은 교사와 학생 사이에 생각이나 아이디어를 서로 교환함으로써 이해를 증진시킨다(남승인, 1998). 이때 교사는 학생 스스로가 의미 있는 학습 활동에 참여할 수 있도록 도와주어야 한다. 아울러 학습자는 능동적이고 무한한 잠재력과 가능성을 가지고 있다고 보며, 따라서 학습자 개개인의 생각과 아이디어를 학습 활동에 최대한 반영하여야 한다는 것이다. 이렇게 볼 때 중앙집권식 교육과정의 편성·운영을 탈피하고 현장 중심으로 전환함으로써 학습자들을 보다 창의적인 교육과정에 의해 가르칠 수 있게 된다고 본다(최승현 외, 2002).

〈표 Ⅵ-1〉 좋은 수업을 위한 교수-학습 관점의 변화

교수-학습 관점의 변화		
강의식 전체 수업, 교사의 지시 중심 수업	➡	경험적, 귀납적, 실제적인 학습
수업 시간 중 학습자의 수동성: 좌석에 앉아 있기, 정보를 듣고 암기하기	➡	수업 시간 중 학습자의 능동성: 모든 학생들이 학습에 직접 참여하기
학습지, 시험지, 연습지 등의 활동	➡	고등 사고력을 강조한 중심 개념과 원리 배우기
모든 교과 영역의 많은 학습량을 교사가 직접적으로, 간단히 다루기	➡	학습의 과정(계획, 정리, 관찰, 평가)에 대한 학습자의 책임하에 학습자 자신이 직접 연구 과제를 결정하기
어떤 사실이나 사항을 단순 암기하기	➡	학습자 개개인의 정의적인 요구나 다양한 인식 양식에 관심을 가지기

성적이나 학업 경쟁을 강조하기	➡	교실을 독립된 작은 사회로 만들기 위한 협동 또는 합작 활동
능력별 그룹을 만들거나 능력별 이름 붙이기	➡	다양한 능력의 학생들을 같은 그룹에 배치하여 활동하기
특별 프로그램을 대용하기	➡	교사, 학부모, 학교 직원들의 다양하고 협동적인 역할을 활용한 일반 학급에서의 특별 지도
표준화 검사를 사용하기	➡	교사들의 관찰로 얻어진 질적 형태의 기술적 평가 사용하기

02 수학과 좋은 수업의 조건

수학과 교과 특성을 반영한 '좋은 수업'이란 '좋은 수업'에 대한 범교과적 정의와 그 궤도를 함께하면서, 수학 수업과 관련하여 현장의 교사들이 제기하는 문제점들을 효과적, 현실적으로 해결해 나가고 있는 수업들이라는 가정하에, 현장의 수학과 수업 지도와 관련하여 제기되어 온 문제점을 감안한 수학과 좋은 수업 선정 기준은 다음과 같다(최승현 외, 2002).

가. 교육과정과의 일관성을 유지하면서 수학과 목표와 본질에 부합되는 수업이어야 한다.

현장의 수학 교사는 수학과 목표와 본질에 부합되면서 학생들의 요구, 능력 및 흥미에 알맞게 교육과정을 재구성할 필요가 있다. 실제로 좋은 수업을 진행하는 교사는 장기적인 기대, 학습 목표, 계획, 학습 활동, 자료 및 평가의 모든 측면을 포함하여 교실 수준에서 실행된 교육과정을 계획, 실천 및 평가하여야 한다(NCTM, 1993). 그뿐만 아니라 수업 목표와 목표 달성을 위하여 모든 교육과정의 요소들을 결합한 일관성 있는 체제를 유지해야 한다.

교육과정과 학습 내용 사이의 일관성을 유지하는 것은 학생들로 하여금 유의미한 지식을 구성할 수 있도록 한다. 즉, 학생들이 학교 밖 생활에서도 쉽게 접근하여 활용할 수 있는 지식을 구성할 수 있도록 하여야 한다. 이때 교사는 (1) 수학과 교육과정과 일관성을 유지하면서 핵심적인 내용들을 심도 있게 학습할 수 있도록 학습 내용의 폭을 줄이고, (2) 학습 내용을 중요한 개념 중심으로 구조화하여 제시하며, (3) 주요 개념들과 그들 사이의 관련성을 쉽게 설명할 수 있도록 교육과정 내용을 재구성하고, (4) 수학과 목표와 본질에 부합되는 수업의 결과를 반영하는 학습 활동과 평가 방법을 학생들에게 제공해야 할 것이다.

나. 수학 수업에서는 수학적 경험이 실생활에 활용되는 가치 있는 것임을 학생들이 인식하여 실생활의 수학적 상황에 전이될 수 있도록 해야 한다.

현장의 수학 수업에서의 문제점은 현실과 유리된 많은 양의 수학적 지식을 교과서나 틀에 박힌 수업 양식에 의존하여 가르친다는 것이다. 좋은 수학 수업을 위해서는 학생들 스스로 문제를 이해하고, 문제 해결의 과정에 관련된 다양한 전략들을 활용하여 실제적으로 문제를 해결하며, 그 과정을 반성해야 한다. 즉, 학생들이 설계한 문제 해결 활동이 이루어지는 기회를 제공하여야 한다. 학교에서 배운 수학이 학교 밖의 다른 실제 상황들에서 활용될 수 없다면, 수학을 학습할 필요성이 줄게 된다. 즉, 학교에서 배운 수학 지식은 실생활에 적용될 때 보다 유의미해진다. 따라서 좋은 수학 수업이란 학생들이 수업 시간에 배운 지식, 이해, 추론 및 문제 해결을 다른 학문 분야에는 물론 실생활 상황에도 적용할 수 있도록 가르치는 수업이다. 장래에 수학이나 과학과 관련된 직업에 종사하게 될 학생들뿐만 아니라 교양을 갖춘 시민이

되기 위하여 학교 수학 교육은 우리가 살아가고 있는 현실 세계에 대한 이해와 흥미를 길러 줄 수 있어야 한다(OECD, 2001).

학교에서는 도형의 넓이나 부피에 대하여 배우지만 실생활에서 어떻게 활용되는지, 어떤 경우에 필요한지를 파악하지 못한다면 이러한 내용들을 학습하는 의미가 반감된다. 그러므로 수학 교사들은 학교 수학을 대학 입시를 위한 과목으로만 중요하게 취급할 것이 아니라, 현실 세계를 살아갈 수 있는 수학적 소양을 갖춘 시민을 양성한다는 취지를 잊지 말고 가르쳐야 할 것이다. 이러한 맥락에서 수학 교사의 중요한 역할은 수학적 능력이 지역 공동체 속에서, 학생들의 일상생활 속에서, 나아가 보다 광범위한 사회적 당면 과제들 속에서 어떻게 적용되는가를 학생들이 파악할 기회를 제공하여야 한다(NCTM, 1989, 1991). 그러므로 학교에서 배운 것을 다른 상황으로 전이할 수 있는 학생의 능력 양성을 위해 교사는 다음과 같은 측면을 강조하여 수업하여야 한다.

- 적절한 수준의 내용을 이해하지 않고서는 실생활로의 학습 전이는 기대하기 어려우므로, 학습한 내용을 숙달하도록 한다.
- 학생들이 학습한 내용에 대하여 다른 상황으로 전이할 수 있음을 인식하도록 한다.
- 학습한 내용과 관련된 교과 내 다른 영역과 타 교과 영역에 적용하도록 한다.
- 학생들이 스스로 학습하고, 스스로 평가한 결과를 피드백할 수 있도록 돕는다.
- 단순 암기보다는 이해를 추구하는 수업을 진행한다.

다. 수학 수업은 현대의 수학 지식을 반영하는 내용과 첨단 기술의 발달을 반영한 기술과 도구의 학습이 요구되므로 컴퓨터, 멀티미디어 및 다른 기술 등과 통합되어야 한다.

수학이 생성되고 응용되는 방법이 현대화되면서 학생들이 배워야 하는 수학적 아이디어나 수학적 입장도 변화되고 있다. 예를 들어 학교 수학에서는 규칙이나 공식으로 설명될 수 있는 필연적인 사건을 주로 다루는 반면, 실생활의 현상에서는 임의의 모델인 경우가 대부분이다. 이러한 변화의 원동력은 컴퓨터의 보급이다. 컴퓨터의 도입으로 지금까지는 생각지 못했던 새로운 유형의 문제를 만들 수 있게 되었고, 수학의 내용과 방법도 많이 달라졌다. 예를 들어 연속적인 것에서 이산적인 것으로, 정확한 것에서 반올림한 값으로, 추상적인 것에서 구체적인 것으로, 이론적인 것에서 경험적인 것으로 변화되었다.

컴퓨터와 계산기는 수학적 아이디어와 응용을 탐구할 기회를 제공한다. 예컨대 저학년의 학생들도 계산기 자체를 수학적인 대상으로 생각하며 계산기의 기능과 규칙을 배울 수 있다. 고학년의 학생들은 그래픽 소프트웨어를 이용하여 함수의 그래프, 함수의 변환을 탐구할 수 있으며, 그 결과 함수 관계를 전보다 더 쉽게 이해할 수 있을 것이다(신동선 외, 1998). 이와 같이 공학적 기술 도구의 사용은 학습 환경을 풍부하게 만들 뿐만 아니라 학습의 질을 향상시킨다. 즉, 학생들은 이러한 기술이 없었다면 불가능했을 활동들을 경험하고 참여할 수 있게 된다. 인터넷이나 모의실험(simulation) 등의 기술들은 수학과 실생활을 연결시키고, 나아가 학습 환경을 보다 넓은 범위로 확산시킬 수 있는 능력을 가지게 한다.

라. 학생들의 선행 지식(기존 지식)을 고려한 수학 수업이어야 한다.

좋은 수학 수업은 새로운 지식을 선행 지식에 관련시킬 수 있는 수업이어야 한다. 그러나 학생들이 선행 지식을 지니고 있는 것만으로 바람직한 학습 결과를 가져오지는 않으며, 학생들이 선행 지식을 새로운 이해와 학습에 활용할 수 있도록 교사가 학습자의 선행 지식에 관심을 기울이고, 이러한 선행 지식을 수업의 출발점으로 활용할 때 비로소 학습이 촉진될 수 있다. 그러므로 수학과 좋은 수업을 위해서는 교사가 학생들이 이미 지니고 있는 선행 지식을 이끌어 내고, 직접적인 체험 활동이나 사고 활동을 통하여 새로운 개념을 도입하며, 나아가 학생들의 기존의 개념을 새로운 개념과 연결하여 통합적인 개념으로 수정해 나가야 한다(Driver 외, 1995).

이와 같이 학생들이 선행 지식을 활성화하여 수학과 학습에 활용할 수 있도록 수업을 할 때, 교사는 다음과 같은 측면을 고려해야 한다.

- 교사는 학생들이 가지고 있는 선행 지식이 무엇인가 정확히 파악하여야 한다.
- 교사는 학생들이 새로운 내용의 학습에 필요한 선행 지식을 활성화하도록 수업 시작 시 수업의 내용에 대하여 논의한다.
- 때때로 학생들의 선행 지식이 불완전하거나 치명적인 오개념을 포함하고 있을 수도 있으므로, 교사는 학생들이 지니고 있는 불완전하거나 잘못된 개념을 상세히 조사할 필요가 있다.
- 학생들이 새로운 내용의 학습에 필요한 선행 지식을 갖추지 못한 경우, 교사는 중요한 선수 학습 자료들을 미리 다루어 수업 진행에 차질이 없도록 해야 한다.
- 교사는 학생들이 선행 지식과 새로운 학습 내용을 연관지을 수 있도록 적절한 질문을 제공하여야 한다.
- 교사는 학생들이 선행 지식과 새로운 개념의 관계를 파악하고, 또 다른 형태의 통합적인 개념을 형성하도록 도와야 한다.
- 교사는 교수-학습에 관한 인지심리학의 이론에 초점을 맞추어 수업해야 한다.

마. 학습자 스스로 문제 해결 활동을 수행할 수 있도록 이끄는 수업이어야 한다.

좋은 수업이란 학생들로 하여금 주어진 수학 문제를 이해하고 그 풀이 과정을 추론하며 이를 이용하여 문제를 해결할 뿐만 아니라 교사나 다른 학생들에게 자신의 방법을 설명할 수 있도록 하는 일련의 학습 전략을 가르치는 수업이다. 보스니아도(Vosniadou, 2001)는 교사가 학생들에게 학습 전략들을 가르치기 위한 체계적인 노력을 할 때, 학생들이 실질적인 성과를 얻을 수 있다고 주장하였다. 이러한 학습 전략들은 학습 과정을 촉진하고 학습을 제고할 뿐더러 학생들이 주어진 상황에 적절한 방법으로 문제를 이해하며 이를 해결할 수 있도록 돕는다는 측면에서 중요하다. 그러므로 문제 해결에 있어서 보다 적용 범위가 넓을수록 성공적인 학습 전략이 된다.

여기서 중요한 것은, 교사는 학생들에게 단순히 수학적 지식의 전달과 수학을 하는 방법을 가르치는 것에만 국한할 것이 아니라 학생들에게 자신의 학습을 스스로 관리, 감독할 수 있는 메타인지 학습 전략을 가르쳐야 한다는 것이다. 구체적인 학습 기능과 내용도 중요하지만, 학습자가 스스로의 학습 과정을 감독하고, 학습이 일어나는 중에 자신의 마음에 어떤 변화가 일어나는지를 의식한다는 것은 보다 고차원의 학습을 위해 중요하다. 즉, 학생들은 주어진 학습 목표 달성을 위해 자신의 학습 진행 과정을 측정하고, 끊임없이 감독하고, 스스로 조절하며, 반성적으로 사고할 필요가 있다.

학습에서의 자기 조절(self-regulation)이란 학습자 자신이 스스로의 학습 과정을 평가하고 이해 수준을 점검하며, 필요시 실수를 수정할 수 있는 전략들을 개발하는 것을 포함한다. 교사는 다음과 같은 기회를 제공함으로써 학생들이 자기 조절적인 학습자가 되도록 도울 수 있다.

- 문제를 해결함에 있어서 학생 자신이 문제 해결 전략이나 방법을 계획하도록 한다.
- 사용 가능한 가장 효과적인 학습 전략들은 무엇이며, 이들을 어떻게 사용할 것인지를 알도록 가르친다.
- 학생 스스로 자신의 수학적 사고 과정을 점검하고, 이해 수준에 따라 문제가 요구하는 질문에 답할 수 있도록 한다.
- 주어진 진술문이나 주장, 문제에 대한 해결책 등에 대하여 평가하도록 한다.

바. 학생들의 동기 유발이 가능한 수학 수업이어야 한다.

일반적으로 학습에 대한 동기가 유발된 학습자는 설정한 목표를 달성하려는 열의가 있으며, 끈기와 의지를 가지고 학습 성취에 많은 노력을 기울이게 된다. 이는 수학 학습에 있어서도 마찬가지이다. 그러므로 학습자의 동기는 학습되는 양과 질에 영향을 미치게 되며, 수학 교사들은 동기 유발된 학습자를 원한다. 교사의 말과 행동은 학생들의 목표 달성 의지에 영향을 미치게 되며, 내적 동기가 유발된 학습자는 학습 성취를 위해 더 노력하게 된다. 교사가 학생들의 내적 동기 유발을 위해 취할 수 있는 행동들은 다음과 같다.

- 새롭고 흥미 있는 학습 과제를 제공함으로써 학생들이 호기심을 갖고 고차원의 사고 기술을 사용하도록 장려한다.
- 학생들의 성취를 외적인 요인이 아닌 내적인 요인들로 귀착시키고 스스로의 수학적 능력에 대하여 자신감을 가질 수 있도록 격려한다.
- 학생 각각의 수준에 실현 가능한 목표를 설정하도록 조언한다.
- 학생들의 수학적 성취를 인정하고, 그 결과에 대하여 정직하게 평가한다.
- 학생들의 성취 결과를 내적 동기를 유발할 수 있는 언어를 사용하여 피드백할 뿐만 아니라 학생들이 활용하는 학습 전략을 개선할 수 있도록 그 방법을 제공한다.

사. 지식 위주의 평가보다는 실제 상황에 기초한 평가 방법을 수반하는 수학 수업이어야 한다.

실제 상황에 기초한 평가 방법 중 하나인 수행 평가는 그 목적과 수행 과정, 그리고 평가 결과가 모두 일치하고 있다. 바람직한 평가는 수업에서 다룬 내용에 대하여 평가하고, 평가가 수업과 일관될 뿐만 아니라 의도한 학습 목표와 일치하며, 나아가 수업의 방식과도 일관성을 유지하는 평가이다. 예를 들어 고차원의 분석과 추론 기술을 활용한 수업에서 학습한 것을 선다형 객관식 문항으로 평가하는 것은 수업의 방법과 평가 사이에 일관성이 결여된 경우이다. 교육 개혁의 중요한 한 부분을 차지하고 있는 수행 평가는 실생활 과제와 상황에서 학생들의 수행 능력을 측정하고 반영하는 것이다.

좋은 수학 수업에는 수업에서 기대되는 학습의 본질, 사용된 학습 자료, 일관성을 유지한 다양한 평가 전략들이 포함된다. 수학과 좋은 수업에서의 평가는 학생들에게 기대되는 것과 결과에 대한 명확한 의사 전달이 요구된다. 이때 평가는 수업과 일관성 있게 통합되어 서로에게서 유용한 정보를 얻을 수 있도록 한다. 수업과 평가를 통합하기 위하여 교사들은 다음 사항들을 주목하여야 한다.

- 학생들에게 도전적이고, 학생들의 발달 단계상 적절한 학습 표준을 개발한다.
- 학생들 사이의 개인차를 적절하게 고려한다.
- 학생들의 수학에 대한 이해 발달을 도울 수 있는 수업 및 평가 전략을 선택한다.
- 상호 양립 가능한 수업 및 평가 전략을 선택한다.
- 다양한 방법과 도구를 활용하여, 학생들의 과학적 추론 기술과 과학 개념의 이해에 대하여 체계적으로 자료를 수집한다.
- 학생들이 그들의 지식, 이해 수준 및 기술을 다양한 방법으로 증명할 수 있는 기회를 제공한다.
- 다양한 수준에서 다양한 방법으로 이루어진 평가 결과들을 교수-학습의 개선을 위해 활용한다.

학교 현장에는 학생들의 수준을 고려한 학생 개인 수준에 맞는 학생 중심 교육과정이 구현되어 있는데, 교사뿐만 아니라 교장, 교감 차원에서도 이에 적합한 평가 방법을 생각해 보아야 한다. 모든 실제 상황에 기초한 평가의 시행 및 운영을 교사에게만 맡긴다는 것은 교사에게 지나친 부담이 될 수도 있다.

VII. 수학과 수업 평가

01 수학과 수업 전문성의 의미

학교 교육에서 교사의 역할이 중요해지고 교사의 책무성에 대한 기대가 높아지면서, 세계 여러 나라에서는 우수한 교사를 확보함과 동시에 현직 교사의 전문성 발달을 촉진하고자 각별한 노력을 기울이고 있다. 이러한 상황에서 학생들의 학습을 평가하기 위한 활동과 평가 방법을 고안하고 그 효과를 경험한 교사들은 이러한 수업 전문성 기준의 유용성을 알고 있으며, 교사의 수업 전문성 평가에도 학생 평가와 같은 원리가 적용된다. 수업 전문성 기준에 비추어 교사의 수업 전문성을 평가(즉, 수업 평가)를 하기 위한 방법들이 제시되고 있으며, 이러한 평가의 시도 자체가 교사들의 좋은 수업 실행을 위한 하나의 기준이 될 수 있다.

구체적인 수학과 수업 전문성 기준 개발의 방향은 다음과 같다(임찬빈 외, 2006).

첫째, 수학 교사의 수업 활동을 총망라하는 포괄적인 기준을 제시한다. 다시 말하면 수학과 수업 전문성 기준은 교사의 수학 수업 전-중-후 활동인 수업을 준비하기 위한 과정-실제 수업 실행-수업 후 반성과 평가 · 향후 개선 노력 등을 종합적으로 다룬다.

둘째, 수학과의 모든 내용 영역에 공통적으로 적용할 수 있는 종합적인 기준을 제시한다. 즉, 특정 영역이나 단원에 국한하는 기준보다는 각 영역에 고루 적용할 수 있는 대표적인 기준을 중심으로 제시한다.

셋째, 각 기준 간의 상호 연계를 고려하여 제시한다. 즉, 수업의 흐름을 고려하여 각각의 기준을 독립적인 영역과 요소로 제시하되, 이들 간의 관계가 상호 의존적으로 연계됨을 보여 준다. 수업이란 복합적이고 다면적일 뿐만 아니라 수업의 제 양상은 상호 의존적이다. 이러한 다층적 위계 속에서 수업 평가 기준의 대영역을 설정하고 다시 중영역과 하위 요소로 세분하여 제시한다.

넷째, 목적과 상황에 따라 유연하게 선택할 수 있는 종합적인 기준 목록을 제시한다. 즉, 수학과 수업 평가 기준은 모든 수업에 획일적이고 고정적으로 적용하는 것이 아니라, 목적과 상황에 따라 기준들을 선정, 조합하고 수학과 각 영역의 특성에 따라 그것들을 변용하여 달리 적용할 수 있음을 고려한다.

다섯째, 수업 전문성 기준은 하나의 개별 기준도 다양한 방식으로 접근하여 판단할 수 있음을 전제하여 제시한다. 교사의 전문성과 수업의 양상은 한 가지 측면에서 살피기보다는 다양한 각도에서 접근하고 판단할 필요가 있다. 예전에는 주로 수업 활동에 초점을 맞추어 수업 평가가 이루어졌기에 교실 수업 관찰이 가장 강력한 평가 도구였지만, 수업 전문성은 수업 전-후의 활동을 모두 포함하므로 교실 수업 관찰만으로 기준의 달성 정도를 가늠하기 어렵다. 따라서 특정 기준이 달성된 정도를 판단할 때에는 전문성 기준 영역과 요소별로 다양하게 제시하고, 나아가 각각의 기준도 다양한 방법으로 적용할 수 있음을 전제한다.

여섯째, 수업 전문성 기준은 수업을 위한 장 · 단기적인 계획이나 단원 단위로도 활용할 수 있도록 충분히 고려하여 제시한다. 수업 전문성 기준의 적용은 하나하나의 수업에 국한하지 않으며, 수업 전-중-후를 포괄하여 설정하여야 한다.

요약하면, 수업 전문성 기준은 좋은 수업 활동의 실제를 특징짓는 요소들이라고 규정지을 수 있다. 그러므로 수업 전문성 기준은 (1) 초보 교사를 위한 지침, (2) 숙련된 전문가 교사를 위한 지침, (3) 개선 노력을 집중할 부분을 파악하는 구조, (4) 교사 집단 이외의 다른 공동체들과의 의사소통의 수단으로 사용될 수 있다.

교사의 수업 활동에 대한 전문성 기준이 마련되었을 때, 관계 당사자들은 공유된 개념과 가치 속에서 개선을 위한 노력을 어디에 집중할 것인지에 대한 논의를 할 수 있게 된다. 아울러 수업 전문성 기준에 교직의 임무와 역량, 우수한 교수 활동의 수준을 명확하게 규정해 놓음으로써 타 분야의 사람들로부터 신뢰받을 수 있고, 교직의 위상을 높일 수 있게 된다. 교사들은 교수 활동을 기술하는 공통된 용어의 가치를 익히 알고 있다. 또한 수업 전문성 기준은 교사들에게 '우수성'에 대한 합의된 기준을 제공함으로써 모범적인 교수 활동에 대한 교사들의 대화를 조직하는 역할을 한다. 이러한 대화를 통하여 경력자뿐만 아니라 초보자의 수행 수준을 향상시킬 수 있을 것이다.

한편 수업 전문성 향상을 위한 평가, 즉 수업 평가 기준에서 규정하는 교사의 가장 중요한 역할은 학생들이 주요 내용 학습에 참여할 수 있도록 지원하는 것이다. 수학과 수업 평가 기준의 구성 요소들은 이러한 목적하에 조직되며, 중요한 내용을 학습할 때 교사는 학생들과 함께 학습자 공동체를 조성해 나아가야 할 것이다.

대니얼슨(Danielson, 1996)은 초임 교사와 경력 교사들이 함께 활용할 수 있도록 보완한 수업 평가 기준을 제시하면서 복합적인 교수 활동을 4개 영역(계획과 준비, 교실 환경, 수업, 전문적 책임)으로 구분하였다(임찬빈 외, 2004, 재인용). 이 수업 평가 기준은 교사의 전문성 발달 단계를 파악하여 각 영역에 알맞은 해당 요소들을 제시함으로써 교사로 하여금 전문성을 계발하고 자기 반성에 활용할 수 있도록 하였다.

수업 평가 기준을 개발·실행하는 과정에서 교사는 공동의 연구를 해야 할 뿐만 아니라 평가 기준 개발을 뒷받침하는 원리와 목적에 대한 이론적 근거도 확보하여야 한다. 무엇보다도 수업 평가 기준을 개발하고 설계함에 있어서 주요 이해 당사자들인 교사, 전문가 집단, 정부 기관 등의 참여와 논의가 요구되며, 그에 대한 활용을 전제로 개발하여야 한다. 이때 주의해야 할 것은 교사 자신이 수업 평가 기준을 지원하는 결정적인 역할을 하여야 활용이 가능하게 된다는 점이다.

또한 수업 평가 기준은 자기 평가나 동료 평가, 상호 평가 등으로 활용될 수 있도록 보다 상세하게 개발되어야 하며, 교사의 가르치는 활동에는 일정한 기준이 있다는 점도 제시하여야 한다. 대부분의 교사들은 전문적인 교수 활동의 필수 요소들을 이해하고 있음에도 불구하고, 지극히 관념적인 수준에서 표현하는 경우가 흔히 있는데, 이 점을 특히 주의해야 한다. 동료 교사들뿐만 아니라, 학생, 학부모 및 사회의 다른 구성원들이 교사에게 요구하는 지식과 역량을 명시하는 수업 평가 기준은 좋은 교수 활동을 파악하고 알리며 보상할 수 있는 수단이 되기도 한다.

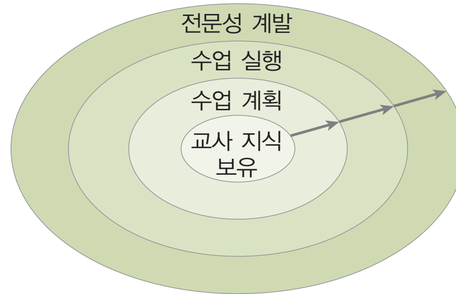
02 수학과 수업 영역 및 요소

가. 수업 평가 영역

수업 평가는 수업 전, 수업 중, 수업 후의 단계별로 진행할 수 있으며, 이러한 수업 단계는 '지식 보유', '수업 계획', '수업 실행', '수업 반성' 부문으로 구성되는데, 이는 교사가 좋은 수업을 하기 위해서는 다음과 같은 요건을 갖추어야 하기 때문이다.

- 교사가 알아야 할 것 ⇨ 지식 보유
- 교사가 준비해야 할 것 ⇨ 수업 계획
- 교사가 행해야 할 것 ⇨ 수업 실행
- 교사가 전문성 발달을 위해 해야 할 것 ⇨ 수업 반성

아는 것이 바로 수업의 실행으로 옮겨지는 것만은 아니지만, 일반적으로 교사가 계획을 세우고 준비하는 것은 수업에 영향을 주고, 이러한 모든 것은 실시한 수업에 대한 교사의 반성적 실천의 영향을 받게 된다. 이렇듯 [지식 보유] ⇨ [수업 계획] ⇨ [수업 실행] ⇨ [수업 반성]의 연계성이 있음을 나타내고 있다. [그림 Ⅶ-1] 참조



[그림 Ⅶ-1] 교사의 수업 단계

위의 [그림 Ⅶ-1]에서 알 수 있는 바와 같이, 교사의 '지식 보유'는 교사가 갖추고 있는 지식에 관한 이해 정도가 수업을 원만히 진행하는 데 충분하다고 생각하는가, '수업 계획'은 본인이 준비한 수업 계획 정도가 수업을 원만히 진행하는 데 충분하다고 생각하는가, '수업 실행'은 본인이 계획한 대로 수업을 충실히 실행하였다고 생각하는가, 그리고 '수업 반성'은 본인의 수업 실행 결과에 만족하는가 등을 반영하기 위한 것이다.

수업 평가를 위한 세부 영역 및 이에 관한 설명은 다음 〈표 Ⅶ-1〉과 같다.

〈표 Ⅶ-1〉 수업 평가 영역

수업 평가 영역		수업 평가 영역에 관한 설명	비고(수업 평가 요소)
교과 내용	• 교육과정 이해 및 재구성	교육과정 목표 및 내용에 관하여 정확히 이해하고, 이를 적절히 재구성하여 수업에 반영하는 것	수학과 교육과정 목표 및 내용에 부합하는 수업 진행하기
	• 수학 내용	소양이 되는 학교 수학 및 학문 수학에 관하여 충분히 이해하고, 이를 수업에 적절히 반영하는 것	학교(중등) 수학 및 학문 수학에 기초하여 내실 있는 수업 진행하기
	• 방법적 지식	문제 해결, 의사소통, 추론 등의 활동을 충분히 이해하고, 이를 효과적으로 수업에 반영하는 것	문제 해결, 의사소통, 추론 등의 활동을 적절히 반영하여 수업 진행하기
	• 수학적 가치	수학적 가치와 중요성을 충분히 인식하고, 이를 수업에 적절히 반영하는 것	수학적 가치와 중요성이 전달되도록 수업 진행하기
학습자 이해	• 학습자 수준	학습자의 인지 수준, 선행 지식, 학업 성취 수준 등을 파악하고 이를 적절히 수업 시간에 반영하는 것	학습자 수준에 부합하는 학습 내용 및 과제, 활동을 수행하기
	• 학습자 오개념	학습자의 오개념을 인지하고 이에 대처하는 것	학습자의 오개념을 파악하여 적절한 피드백 주기
	• 학습 동기	학습자의 관심 및 흥미도를 파악하고 이를 고취시키는 것	학습자 수준이 반영된 적절한 수업 활동을 통하여 학습 동기 및 흥미 유발하기
	• 수학적 태도	학습자의 자신감, 신념 등을 파악하고, 이를 증진시키는 것	학습자의 수학 학습에 대한 긍정적 태도 증진시키기
	• 학습 방법	학습자가 선호하는 학습 활동 및 방법을 파악하고, 이를 수업에 반영하는 것	학습자가 선호하는 학습 활동 및 방법을 반영하여 수업 진행하기
교수 학습 방법 및 평가	• 수업 목표 및 내용 반영	교육 목표 및 내용을 파악하고 이에 적합한 교수 학습 방법을 수행하는 것	수업 목표 및 내용에 적합한 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기
	• 문제 해결 활동 반영	수학적 문제 해결과 관련된 전반적인 활동을 인지하고 이를 적절히 반영하여 교수 학습 방법을 수행하는 것	수학적 문제 해결 관련 활동을 적절히 활용하여 수업 진행하기
	• 학습자 수준 및 태도 반영	학습자의 인지 수준 및 정의적 특성을 인지하고, 이를 적절히 반영하여 교수 학습 방법을 수행하는 것	학습자 수준 및 태도에 부합하는 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기
	• 질문 및 의사소통 활용	효과적 질문 및 의사소통에 관해 인지하고, 이를 적절히 활용하여 교수 학습 방법을 수행하는 것	효과적 질문 및 의사소통을 수반하는 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기
	• 평가 방법 및 절차 마련	수업 목표, 학습자 수준, 평가 목적 등에 따른 평가 방법 및 절차를 계획하고 마련하는 것	평가 목적에 부합하는 평가 방법 및 절차 마련하기
	• 평가 도구 개발	학습 목표에 따른 평가 목표, 문항, 기준 선정 및 실행에 관하여 인지하고 이를 수행하는 것	평가 계획에 준하는 적절한 평가 도구 개발하기
	• 평가 결과 활용	수업 개선 및 학습 처치를 위한 피드백 계획 및 실행을 교사가 인지하고 수행하는 것	수업 개선 및 학습 처치에 유용하도록 평가 결과 활용하기
수업 상황	• 도구 및 교구, 자료 활용	학습 목표와 학습자 수준에 적합한 공학적 도구, 교구, 또는 자료 등을 파악하고, 이를 준비하여 수업에 활용하는 것	학습 목표와 학습자 수준에 적합한 공학적 도구, 교구, 또는 자료를 준비하여 활용하기
	• 교실 환경 및 수업 집단 조성	여러 도구 및 교구, 자료의 효율적인 활용성을 이해하고, 이에 맞춰 수업 환경 및 집단을 구성하는 것	공학적 도구, 교구, 자료 등의 효율적 활용을 위하여 적절한 수업 집단 및 교실 환경 조성하기
	• 학습 태도 및 수업 분위기 조성	교사가 해당 수업 내용에 관한 학습자의 적극적 학습 태도 및 긍정적 수업 분위기를 인지하고, 이를 유도하는 것	학습자의 적극적 학습 태도 및 긍정적 수업 분위기 유도하기
	• 학생 관리 및 수업 상황 대처	학습자의 어려움 또는 질문 등을 인지하고, 이를 효율적으로 대처하는 것	학습자의 어려움 및 질문 등을 합리적으로 처리하기

나. 수업 평가 요소

수업 평가 영역에 따른 수업 평가 요소는 다음 〈표 Ⅶ-2〉와 같이 평정척도법을 이용하여 평정척도를 3단계 정도로 두는 것이 적당하며, 경우에 따라서는 5단계로 좀 더 세분화하여 사용하도록 한다.

수업 평가 요소를 수업 전(지식 보유 및 수업 계획), 수업 중(수업 실행), 수업 후(수업 반성)의 상황으로 세분화하여 제시하면 다음과 같다.

〈표 Ⅶ-2〉 수학 수업 평가 요소

<table>
<tr><th colspan="2" rowspan="2">수업 평가 영역</th><th colspan="2" rowspan="2">수업 평가 요소</th><th colspan="3">평정척도</th></tr>
<tr><th>그렇다</th><th>보통이다</th><th>그렇지 못하다</th></tr>
<tr><td rowspan="16">교과 내용</td><td rowspan="4">1.
교육과정 이해 및 재구성</td><td rowspan="4">수학과 교육과정 목표 및 내용에 부합하는 수업 진행하기</td><td>【지식 보유】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 계획】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 실행】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 반성】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">2.
수학 내용</td><td rowspan="4">학교(중등) 수학 및 학문 수학에 기초하여 내실 있는 수업 진행하기</td><td>【지식 보유】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 계획】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 실행】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 반성】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">3.
방법적 지식</td><td rowspan="4">문제 해결, 의사소통, 추론 등의 활동을 적절히 반영하여 수업 진행하기</td><td>【지식 보유】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 계획】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 실행】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 반성】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">4.
수학적 가치</td><td rowspan="4">수학적 가치와 중요성이 전달되도록 수업 진행하기</td><td>【지식 보유】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 계획】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 실행】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 반성】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="20">학습자 이해</td><td rowspan="4">1.
학습자 수준</td><td rowspan="4">학습자 수준에 부합하는 학습 내용 및 과제, 활동을 수행하기</td><td>【지식 보유】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 계획】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 실행】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 반성】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">2.
학습자 오개념</td><td rowspan="4">학습자의 오개념을 파악하여 적절한 피드백 주기</td><td>【지식 보유】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 계획】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 실행】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 반성】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">3.
학습 동기</td><td rowspan="4">적절한 수업 활동을 통하여 학습 동기 및 흥미 유발하기</td><td>【지식 보유】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 계획】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 실행】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 반성】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">4.
수학적 태도</td><td rowspan="4">학습자의 수학 학습에 대한 긍정적 태도 증진시키기</td><td>【지식 보유】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 계획】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 실행】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 반성】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="4">5.
학습 방법</td><td rowspan="4">학습자가 선호하는 학습 활동 및 방법을 반영하여 수업 진행하기</td><td>【지식 보유】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 계획】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 실행】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>【수업 반성】 측면</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

교수 학습 방법 및 평가	1. 수업 목표 및 내용 반영	수업 목표 및 내용에 적합한 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	2. 문제 해결 활동 반영	수학적 문제 해결 관련 활동을 적절히 활용하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	3. 학습자 수준 및 태도 반영	학습자 수준 및 태도에 부합하는 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	4. 질문 및 의사소통 활용	효과적 질문 및 의사소통을 수반하는 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	5. 평가 방법 및 절차 마련	평가 목적에 부합하는 평가 방법 및 절차 마련하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	6. 평가 도구 개발	평가 계획에 준하는 적절한 평가 도구 개발하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	7. 평가 결과 활용	수업 개선 및 학습 처치에 유용하도록 평가 결과 활용하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
수업 상황	1. 도구 및 교구, 자료 활용	학습 목표와 학습자 수준에 적합한 공학적 도구, 교구, 또는 자료를 준비하여 활용하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	2. 교실 환경 및 수업 집단 조성	공학적 도구, 교구, 자료 등의 효율적 활용을 위하여 적절한 수업 집단 및 교실 환경 조성하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	3. 학습 태도 및 수업 분위기 조성	학습자의 적극적 학습 태도 및 긍정적 수업 분위기 유도하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	4. 학생 관리 및 수업 상황 대처	학습자의 어려움 및 질문 등을 합리적으로 처리하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			

따라서 이 수업 평가 틀은 교사가 자신의 수업 계획 및 진행, 그리고 반성을 통해 수업 개선은 물론, 더 나아가 교사 지식의 확장을 이끌 수 있도록 하는 데 도움을 줄 것이다. 이때 가급적 수업 후 즉각적으로 평가를 실시함으로써 자신의 수업 반성을 통하여 보다 수월하게 수업 개선이 이뤄질 수 있도록 한다. 또 학교 환경 및 수업 상황에 따라 동료 교사들과의 협력, 연구, 논의 등을 통하여 지속적으로 수업 개선을 도모하는 의지와 노력을 갖추도록 한다.

결론적으로 수업 평가 요소는 기본적으로 교사들이 어떤 지식을 보유하고, 그 지식을 토대로 수업을 계획하고 그 계획에 따라 수업을 실행하며, 더 나아가 반성 및 개선 여부에 활용되어야 한다. 만약 한 교사가 교과 내용, 학습자 이해, 교수 학습 방법 및 평가, 수업 상황 등에 관한 지식을 보유한다면, 수업 계획이나 수업 실행에서 교사의 보유된 지식이 고루 반영되어 드러나야 하며, 수업 반성의 측면도 마찬가지이다. 하지만 어떤 교사에 대해 지식 보유, 수업 계획, 수업 실행, 수업 반성 부문을 동시에 판단하기는 무리이다. 일반적으로 지식 보유, 수업 계획, 수업 실행, 수업 반성의 네 부문 중에서 가장 진단하기에 용이하고 필요한 부문은 수업 실행 부문일 것이며, 또한 간편한 수업 평가를 위해서는 수업 실행 부문에 초점을 두어 교사 스스로 자기 평가를 수행하는 것이 좋다.

한마디로 교사가 자신이 수학 및 수학 교육 관련 지식을 어느 정도 보유하고 있는가에 초점을 두어 진단하고자 할 때에는 이 부문만을 스스로 점검하도록 한다. 마찬가지로 수업 계획, 수업 실행, 수업 반성 측면에 초점을 두어 진단하고자 할 때에는 해당 부문만을 선택하여 점검하도록 한다. 여기서 수업 계획과 수업 반성 측면의 평가 요소는 교사 자신의 교사 지식 및 전문성 향상을 위한 '자기 평가' 용으로 활용 가능하다. 한편 수업 실행 측면의 평가 요소는 교사 자신은 물론 동료 교사의 판단에 따라 진단 및 평가가 가능하다. 이때 평가 요소의 활용 단위(즉, 얼마만큼 수업을 진행한 후 평가를 할 것인가)는 교사의 수업 여건이나 상황에 따라 결정하도록 한다.

VIII. 교과서의 구성

01 편찬 방향

이 교과서는 새로 개정된 교육과정에 따라 학생들이 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 현상을 수학적으로 생각하고, 주어진 문제를 창의적이고 합리적으로 해결하는 능력을 기를 수 있도록 하기 위하여 다음과 같은 사항에 중점을 두고 엮었다.

첫째, 수학적 개념과 원리를 이해하고 기초 계산을 숙달하게 할 뿐만 아니라 문제 해결력을 기를 수 있도록 하였다.

둘째, 탐구 활동을 통하여 스스로 수학을 체험하게 하여 학생들이 자연스럽게 수학적 내용을 이해하도록 하였다.

셋째, 자신의 생각을 표현하고 토론하며, 다양한 방법으로 수학적 내용을 다른 사람에게 설명할 수 있는 의사소통 능력을 기를 수 있도록 하였다.

넷째, 흥미와 더불어 수학의 아름다움을 발견하고 수학의 유용성을 느낄 수 있도록 하였다.

02 구성과 특징

■ 단원 소개

단원과 관련된 사진을 제시하고, 사회 현상이나 자연 현상에서 이 단원의 수학 내용이 이용되는 사례를 재미있게 소개함으로써 단원 학습의 의미와 흥미를 불어넣어 주도록 하였다.

■ 대단원 학습 목표

교육과정에서 제시하고 있는 내용 중 이 단원에서 학습해야 할 목표를 제시함으로써 학습의 방향을 이해하고 자기 주도적인 학습을 해 나갈 수 있도록 하였다.

■ 단원의 연계성

이 단원과 관련하여 이전에 학습했던 내용과 현재 단원에서 공부해야 할 내용, 이후에 학습할 내용을 제시하였다.

■ 준비 학습

각 중단원을 공부하는 데 꼭 필요한 선수 학습 요소와 이에 대한 문제를 제시함으로써 학습에 필요한 선행 지식을 상기하고 학습의 위계를 알 수 있도록 하였다.

■ 창의력 기르기

새로운 내용의 학습을 시작하면서 다른 교과나 실생활과 관련된 내용을 소개하여 학생들에게 학습에 대한 흥미를 불러일으키고 내용 전개의 실마리를 제공하였다. 또한 이를 통하여 수학의 가치와 유용성도 느끼고 창의적인 생각을 키울 수 있도록 스토리텔링 형식을 빌렸다.

■ 탐구 활동

창의력 기르기와 관련된 물음이나 수학적 사고를 유발할 수 있는 물음과 활동을 통하여 새로 도입할 수학의 원리나 개념을 탐구할 수 있도록 하였다.

■ 예제

학습 내용과 관련된 대표적인 문제와 그 풀이 과정을 함께 제시함으로써 학생들의 개념 이해를 더욱 탄탄히 하고 유사 문제를 해결할 수 있도록 하였다.

■ 문제, 발전 문제, 실생활 문제

학습한 내용을 확인하는 기본 문제를 제시함으로써 학생들이 공부한 내용을 바르게 이해하였는지 스스로 점검할 수 있도록 하였다.

■ 함께 만들어요(문제)

교과서에 주어진 문제를 해결하는 데에서 그치지 않고, 수학적 과정을 반영하여 학생들 스스로 문제를 만들어 보게 함으로써 학생들이 학습한 내용에 대한 문제 해결 방법과 과정을 보다 잘 이해할 수 있도록 하였다.

■ 창의 UP

생활 주변에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 원리와 법칙을 탐구하고, 수학의 개념을 깊이 생각해 보고 표현할 수 있게 하여 창의적인 생각을 기를 수 있도록 하였다.

■ 수학적 능력 관련(문제 해결, 추론, 의사소통)

여러 가지 문제를 창의적으로 해결하는 능력을 기르기 위해 생활 주변의 문제 상황을 탐색하고 해결하는 문제를 제시하였다. 또 수학적 사실을 분석하고 정당화하는 문제를 통하여 수학적으로 사고하고 추론하는 능력을 향상시킬 수 있도록 하였다. 더불어 수학적 개념을 말로 표현하고 토론해 보게 함으로써 다른 사람과 효율적으로 의사소통하는 능력을 기를 수 있도록 하였다.

■ 중단원 기초, 기본, 실력

중단원에서 학습한 내용에 대한 문제를 세 가지 수준으로 나누어 제시하였다. 기초에서는 중단원 학습 내용 중 최소 필수 내용을 확인하는 문제를 제공, 기본에서는 중단원 학습 내용 중 기본 개념을 확인하는 문제를 제공, 실력에서는 중단원 학습 내용을 완벽히 이해한 학생들의 수월성 교육에 이용하여 수준별 학습에 도움이 될 수 있도록 하였다.

■ 수행 과제

대단원에서 학습한 내용 중 탐구 소재를 선정하여 실험 또는 분석을 하거나 조사나 관찰을 하여 그 결과를 조직하고 표현함으로써 종합적인 문제 해결 능력을 기를 수 있도록 하였다.

■ 학습에 대한 자기 평가

대단원 학습을 마친 후 자신의 학습을 되돌아보고, 이 단원에서 가장 자신 있게 이해한 개념을 확인하는 한편 미진한 부분은 선생님께 질문하는 형식으로 전달할 수 있도록 하였다. 또한 자신이 이 단원의 수업에 얼마나 열심히 참여했는지를 반성하게 하여 보다 나은 학습 태도를 유도함으로써 스스로 올바르게 학습할 수 있도록 하였다.

■ 대단원 핵심 한눈에 보기

대단원 학습을 마친 후 이 단원에서 배운 내용을 요약 · 정리하고, 새로 배운 용어와 기호를 제시함으로써 학습 내용을 스스로 점검하고 보완할 수 있도록 하였다.

■ 만화로 보는 수학 이야기

이 단원에서 학습한 내용 중 중요한 내용만을 엄선하여 만화로 보여 줌으로써 학습한 내용을 정리하고 주요 개념을 쉽게 이해할 수 있도록 하였다.

■ 생각 키우기

만화와 더불어 학생들의 사고를 확산시키기 위하여 다양한 아이디어를 산출할 수 있는 열린 반응을 요구하는 수학적 과제를 제시하였다.

■ 대단원 평가 문제

대단원 학습을 종합적으로 평가하기 위하여 다양한 유형의 평가 문항들을 제시하였다. 또 마지막 두 문제는 서술형으로 제시하여 수학적 표현 능력을 기를 수 있도록 하였다.

■ 공학적 도구(컴퓨터, 계산기)의 활용

단원의 내용 중에서 공학적 도구를 의미 있게 활용할 수 있는 학습 주제를 선정하여 인터넷, 컴퓨터, 계산기 등을 활용하는 방법을 제시함으로써 학습자의 흥미를 높이고, 효과적인 수업이 될 수 있도록 하였다.

■ 수학 산책

단원의 끝에 이 단원과 연관이 있는 다양한 이야기를 소개하여 수학에 흥미를 불러일으킬 수 있도록 하였다. 여기에 소개된 이야기는 실생활에서 수학이 활용되는 예나 그 내용이 출현하게 된 계기 등을 소재로 하여 학생들이 이해하기 쉽게 전개하였다.

Ⅸ. 연간 지도 계획안

단원	중단원	차시	교과서 쪽수	지도 내용
Ⅰ. 유리수	1. 유리수와 순환소수	1~7	10~23	1-1 유리수와 소수 1-2 유리수와 순환소수 수준별 학습
	단원 마무리	8~9	24~31	
Ⅱ. 식의 계산	1. 단항식의 계산	10~17	32~49	1-1 지수법칙 1-2 단항식의 곱셈과 나눗셈 수준별 학습
	2. 다항식의 계산	18~28	50~71	2-1 다항식의 덧셈과 뺄셈 2-2 다항식의 곱셈과 나눗셈 2-3 곱셈 공식 2-4 등식의 변형 수준별 학습
	단원 마무리	29~30	72~81	
Ⅲ. 연립일차방정식	1. 연립일차방정식	31~40	82~101	1-1 미지수가 2개인 일차방정식 1-2 연립일차방정식과 그 해 1-3 연립일차방정식의 풀이 1-4 연립일차방정식의 활용 수준별 학습
	단원 마무리	41~42	102~109	
Ⅳ. 부등식	1. 일차부등식	43~52	110~131	1-1 부등식과 그 해 1-2 부등식의 성질 1-3 일차부등식의 풀이 1-4 일차부등식의 활용 수준별 학습
	2. 연립일차부등식	53~58	132~143	2-1 연립일차부등식 2-2 연립일차부등식의 활용 수준별 학습
	단원 마무리	59~60	144~151	
Ⅴ. 일차함수	1. 일차함수와 그래프	61~73	152~179	1-1 일차함수의 뜻과 그래프 1-2 일차함수의 그래프의 성질 1-3 일차함수의 활용 수준별 학습
	2. 일차함수와 일차방정식의 관계	74~79	180~191	2-1 일차함수와 일차방정식 2-2 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해 수준별 학습
	단원 마무리	80~81	192~201	
Ⅵ. 확률	1. 경우의 수와 확률	82~88	202~217	1-1 경우의 수 1-2 확률의 뜻 수준별 학습
	2. 확률의 성질과 계산	89~94	218~229	2-1 확률의 성질 2-2 확률의 계산 수준별 학습
	단원 마무리	95~96	230~237	

Ⅶ. 도형의 성질	1. 삼각형의 성질	97～107	238～261	1-1 이등변삼각형 1-2 직각삼각형의 합동 1-3 삼각형의 외심과 내심 수준별 학습
	2. 사각형의 성질	108～116	262～279	2-1 평행사변형 2-2 여러 가지 사각형 수준별 학습
	단원 마무리	117～118	280～289	
Ⅷ. 도형의 닮음	1. 도형의 닮음	119～124	290～303	1-1 닮은 도형 1-2 삼각형의 닮음조건 수준별 학습
	2. 닮음의 활용	125～134	304～323	2-1 평행선과 선분의 길이의 비 2-2 닮음의 활용 수준별 학습
	단원 마무리	135～136	324～331	

※ 위 계획안은 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도 등에 따라 적절히 조정하여 운영할 수 있다.

X. 참고 문헌

- 강완, 백석윤(1998). 초등수학 교육론. 동명사.
- 교육과학기술부(2007). 수학과 교육과정(교육과학기술부 고시 제 2007-79호 별책 8).
- 교육과학기술부(2009). 2009 개정 교육과정 총론. 교육과학기술부 고시 제 2009-41호.
- 교육과학기술부(2011). 수학과 교육과정(교육과학기술부 고시 제 2011-361호 별책 8).
- 신이섭 외(2011). 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구. 한국과학창의재단 정책연구 2011-11.
- 이홍우(1999). 지식의 구조와 교과. 서울: 교육과학사.
- 임찬빈, 이화진, 곽영순, 강대현, 박영석(2004). 수업 평가 기준 개발 연구(Ⅰ): 일반 기준 및 교과(사회, 과학, 영어) 기준 개발. 한국교육과정평가원 연구 보고서 RRI 2004-5.
- 임찬빈, 이화진, 최승현, 오은순, 이경언, 이수정, 노은희, 권순달(2006). 수업 평가 기준 개발 연구(Ⅲ): 일반 기준 및 교과(국어, 수학, 기술·가정, 음악, 초등) 기준 상세화. 한국교육과정평가원 연구 보고서 RRI 2006-3.
- 조지민, 김명화, 최인봉, 송미영, 김수진(2007). 2006년 국가수준 학업성취도 평가 연구: 수학. 한국교육과정평가원 연구 보고 RRE 2007-3-4.
- 박선화, 김명화, 주미경(2010). 수학에 대한 정의적 특성 향상 방안 연구. 한국교육과정평가원 연구 보고 RRI 2010-9.
- 박순경(2010). 2009 개정 교육과정에 따른 교과 교육과정의 개선 방향 탐색. 2009 개정 교육과정에 따른 교과 교육과정 개선 방향 23-72. 국가교육과학기술자문위원회 교육과정위원회.
- 최승현(2002). 수학과 교육 내실화 방안 연구-좋은 수업 사례에 대한 질적 접근-. 한국교육과정평가원.
- 최승현, 황혜정(2007). 수학 수업 평가 기준 개발에 관한 기초 연구, 학교 수학, 9(3), pp.327~352.
- 황혜정, 김홍원, 박경미, 김수환, 김신영, 채선희(1997). 창의력 신장을 돕는 중학교 수학과 학습 평가 방법 연구. 한국교육개발원 연구 보고 CR 97-10-1.
- 황혜정, 나귀수, 최승현, 박경미, 임재훈, 서동엽(2012). 수학교육학신론(2012 증보판). 문음사.
- 황혜정(2012). 수학 수업에서 요구되는 교사 지식에 대한 평가 기준 재탐색. 한국학교수학교육학회 시리즈 E 수학교육논문집, 26(1), pp.29~55.
- Charles, L., Lester, F., & O'Daffer, P.(1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc..
- Danielson Charlotte(1997). *A collection of Performance Tasks and Rubrics*: Middle School Mathematics. Larchmont, NY: Eye O Education, Inc..
- Driver, R., Asoko, H., Leach, J. Mortimer, E. & Scott, P.(1994). *Constructing scientific knowledge in the classroom*. Educational Researcher, 23, (7), 5-12.
- Greeno, J. G.(1978). *Nature of Problem Solving Abilities*, In W. K. Estes(Ed.). *Handbook of learning and cognitive process: Human Information Processing*(pp.239~270). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Krulick, S. & Rudnick, J. A.(1984). *A Sourcebook for Teaching Problem Solving*. Boston: Allyn and Bacon.
- National Council of Teachers of Mathematics(1989). *The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics(1991). *Mathematics Assessment*, In J. K. Stenmark(Ed.). Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics(1991). *Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum*, In Frank Swetz and J. S. Hartzler(Eds.). Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics(2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Niss, M.(1989). *Aims and Scope of Applications and Modeling in Mathematics Curricula*, In W. Blum et. al.(Eds.), *Application and Modeling in Learning and Teaching Mathematics*(pp. 22~31). West Sussex: Ells Horwood Limited.
- Pólya, G.(1957), *How to Solve it*. 2nd ed., New York: Doubleday & Company, Inc..
- Vosniadou, S.(2001). *How children learn. Educational Practices series*. Monograph No. 7. International Bureau of Education(IBE).

교사용 지도 자료

각론

I 유리수

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 순환소수의 의미를 이해한다.
2. 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

1. 유리수와 순환소수





현악기는 소리의 높낮이가 현의 길이에 따라 달라진다.

현의 길이가 $\frac{1}{2}$배가 되면 한 옥타브 높은 소리가 나고, $\frac{2}{3}$배가 되면 5도 높은 음이 된다고 한다. 현의 길이와 소리의 진동수는 반비례하므로 기준음 '도'의 진동수를 1이라고 하면 진동수가 $\frac{3}{2}$인 음은 '도'보다 5도 높은 '솔'이 되고, 진동수가 2가 되면 한 옥타브 높은 '도'가 된다. 이를 이용하면 각각의 음에 해당되는 진동수를 구할 수 있다. 예를 들면

① '솔'보다 5도 높은 '높은 레'의 진동수는 $\frac{3}{2}\times\frac{3}{2}=\frac{9}{4}$이므로 이보다 한 옥타브 낮은 '레'의 진동수는 $\frac{9}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{9}{8}$이다.

② '레'보다 5도 높은 '라'의 진동수는 $\frac{9}{8}\times\frac{3}{2}=\frac{27}{16}$이다.

이와 같이 자연수의 비를 이용하여 음악의 아름다운 소리를 나타낼 수 있다.

단원을 시작하기 전에

상품에 들어 있는 내용물의 무게나 성분 함유 비율 등과 같이 일상생활에서 쓰이는 대부분의 수치는 유리수로 나타내어진다. 유리수를 소수로 표현하였을 때, 무한소수와 유한소수로 나타낼 수 있다. 이 단원에서는 유리수 중 무한소수로 나타내지는 순환소수에 대하여 지도한다.

단원의 지도 목표

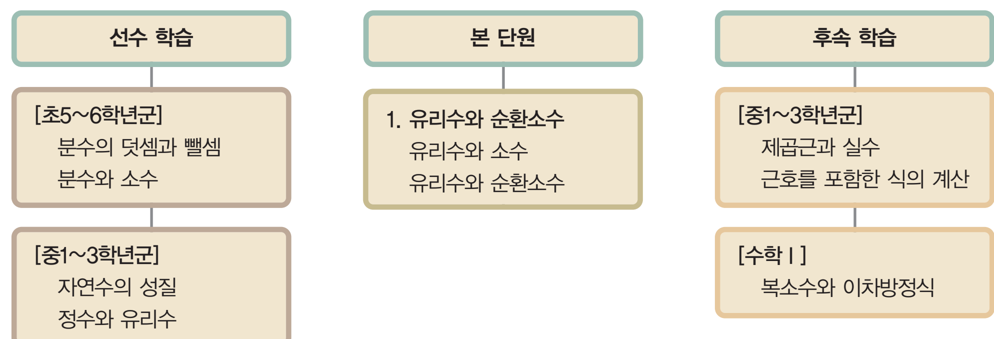
1. 유리수와 순환소수

① 유리수를 소수로 나타낼 수 있게 한다.
② 유한소수와 무한소수의 의미를 이해하게 한다.
③ 주어진 분수를 유한소수로 나타낼 수 있는지 판별하게 한다.
④ 순환소수의 의미를 이해하게 하고, 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.
⑤ 유리수와 순환소수 사이의 관계를 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 유한소수를 순환소수로 나타내는 것은 다루지 않는다.
예 $0.1=0.0\dot{9}$
② 순환소수를 분수로 고치는 것은 순환소수가 유리수임을 이해할 수 있는 정도로만 다룬다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			10~11	• 단원의 개관	
1. 유리수와 순환소수	**준비 학습**		12	• 약분 • 분수는 소수로, 소수는 분수로 나타내기 • 소인수분해 • 정수와 유리수	
	1-1 유리수와 소수	1~3	13~15	• 유한소수와 무한소수 • 유한소수로 나타낼 수 있는 분수	유한소수, 무한소수
	1-2 유리수와 순환소수	4~6	16~20	• 순환소수와 순환마디 • 순환소수를 분수로 나타내기 • 유리수와 순환소수 사이의 관계	순환소수, 순환마디, $2.\dot{4}1\dot{5}$
	수준별 학습	7	21~23	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		8~9	24~31	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 수학 산책	

 학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 유리수와 순환소수

기수법의 발명, 네이피어의 로그 발명, 소수의 발명을 일컬어 '계산의 3대 발명'이라고 한다.

기원전 1650년경 이집트의 린드 파피루스에 의하면 산술에 관한 여러 가지 문제에 분수를 사용한 흔적을 찾아볼 수 있다. 이것은 분수의 개념이 수학사에서 매우 일찍 형성되어 발달하였음을 말하여 준다. 실제로 분수는 식량의 배분, 농토의 측량, 세금의 부과 등 필요에 의하여 자연 발생적으로 도입되었다고 할 수 있다.

그러나 소수는 분수에 비해 훨씬 늦게 사용되기 시작하였다. 초기 바빌로니아에서 시작되어 사용되어 오던 60진 소수 대신 10진 소수의 도입을 주장한 비에타(Viéta, F.: 1540~1603)의 제안은 이론 수학자들도 실제적인 계산 기술에 적극적인 관심을 보였음을 말해 주는 예이다.


스테빈

그 후, 네덜란드의 수학자 스테빈(Stevin, S.: 1548~1620)이 정수와 마찬가지로 소수에도 10진법을 채용하자고 주장했을 때에는 이론 수학자들의 강력한 호응이 있었다. 이는 분수의 사용 후 3000년도 더 지나서야 소수가 사용되기 시작한 것이다.

스테빈은 1585년에 상업과 공학 및 수학의 기호법에 폭넓게 영향을 미친 "10분의 1(De thiende)"이라는 책을 라이덴에서 출판하였다. 이 책은 "소수(La disme)"라는 제목의 프랑스 어판으로 같은 해에 다시 출판되어 대단한 인기를 얻었다. 스테빈은 분모가 10의 거듭제곱 꼴인 분수이면 계산이 매우 쉽다는 것에 주목하여 정수에서처럼 10진 소수의 사용을 적극적으로 주장하였다.

초기 스테빈이 사용한 소수 표기 방식은 오늘날의 소수 표기 방식과는 많이 달랐다. 지금으로부터 400여 년 전의 네덜란드는 스페인의 지배로부터 벗어나기 위한 독립 전쟁이 한창이었다. 이 독립군의 회계 책임자였던 스테빈은 이자 계산에서 $\frac{1}{10}$일 때에는 간단하였으나 $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{12}$일 때에는 갑자기 계산이 복잡해짐을 알게 되었다. 이에 스테빈은 사람이 사는 데 필요한 모든 계산을 분수없이 정수만으로 쉽게 할 수 있는 방법을 모든 사람에게 가르치고 싶어 하였다.

즉, 5분을 1시간의 $\frac{5}{60}$라고 분수로 생각하지 않고 정수로 보듯이 스테빈은 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, …과 같은 것을 정수처럼 다루려고 하였다. 이런 이유로 그는 비에타와 같이 10진 소수의 표기에 분모를 사용하지 않고, 이를테면 소수 3.1415를

⓪①②③④
3 1 4 1 5 또는 3⓪1①4②1③5④

로 나타내었다. 즉, 각 자리의 숫자 위 또는 뒤쪽 동그라미 안에 10의 거듭제곱의 지수를 써넣은 것이다.

한편 고대 중국에서도 16세기경에 10진 소수법이 상당히 정비되어 사용되고 있었다. 그 한 예로 중국 명나라 때인 1593년에 간행된 정대위의 "산법통종"에는 소수점 아래 각 자릿수의 명칭이 여러 개 나타나 있다.


네이피어

오늘날과 같은 소수 표기 방식인 소수점을 이용한 소수 표시법은 네이피어(Napier, J.: 1550~1617)가 그의 저서 "불가사의한 로그 법칙의 구조"에서 처음 사용하였다. 그러나 당시만 해도 소수점이 널리 사용된 것은 아니었고, 소수점의 사용이 일반화된 것은 18세기 초부터이다.

일반적으로 $b \neq 0$에 대하여 유리수 $\frac{a}{b}$(a, b는 서로소인 정수)를 소수로 나타낼 수 있다. 이때 a를 b로 계속하여 나누는 각 단계에서 얻어지는 수는 0 또는 1, 2, …, $b-1$ 중 어느 하나이다. 따라서 b번의 나눗셈 단계 이내에서 반드시 같은 나머지가 나오게 되며, 이때 이후의 나눗셈은 앞의 계산을 반복하게 된다. 이와 같이 나눗셈을 여러 번 시행했을 때 같은 나머지가 나오게 되는 소수를 순환소수라고 하며, 특히 어느 한 단계에서 나머지가 0이 되면 유리수 $\frac{a}{b}$는 유한소수가 된다.

순환소수의 이론을 처음 발견한 사람은 영국의 수학자 윌리스(Wallis, J.: 1616～1703)로 알려져 있다. 그 후 스위스의 오일러(Euler, L.: 1707～1783), 베르누이(Bernoulli, J.: 1654～1705) 등에 의하여 완성되었다.

순환소수에 관한 몇 가지 성질을 살펴보면 다음과 같다.

정리 1. 순환소수는 유리수이다.

[증명] 순환소수 $c=a_0.a_1a_2\cdots a_kb_1b_2\cdots b_m\cdots$에서 $b_1b_2\cdots b_m$을 순환마디라고 하자.

이 순환소수에 10^k을 곱한 것을 d라고 하면

$$d=10^kc=a_0a_1\cdots a_k.\dot{b}_1b_2\cdots\dot{b}_m$$

$$10^md=a_0a_1\cdots a_kb_1b_2\cdots b_m.\dot{b}_1b_2\cdots\dot{b}_m$$

$$10^md-d=a_0a_1\cdots a_kb_1b_2\cdots b_m-a_0a_1\cdots a_k$$

이때 10^md-d는 정수이므로 d는 유리수가 된다.

따라서 c도 유리수이다.

정리 2. 순순환소수 $0.\dot{b}_1b_2\cdots\dot{b}_m$과

혼순환소수 $0.a_1a_2\cdots a_k\dot{b}_1b_2\cdots\dot{b}_m$은 각각

$$\frac{b_1b_2\cdots b_m}{10^m-1},\quad \frac{a_1a_2\cdots a_kb_1b_2\cdots b_m-a_1a_2\cdots a_k}{10^k(10^m-1)}$$

와 같은 분수 꼴로 나타낼 수 있다.

[증명] (1) 순순환소수의 경우

$c=0.\dot{b}_1b_2\cdots\dot{b}_m$이라고 하면

$$10^mc=b_1b_2\cdots b_m.\dot{b}_1b_2\cdots\dot{b}_m$$

$$10^mc-c=b_1b_2\cdots b_m$$

$$c=\frac{b_1b_2\cdots b_m}{10^m-1}$$

(2) 혼순환소수의 경우

$c=0.a_1a_2\cdots a_k\dot{b}_1b_2\cdots\dot{b}_m$이라고 하면

$$10^kc=a_1a_2\cdots a_k.\dot{b}_1b_2\cdots\dot{b}_m$$

$$10^{k+m}c=a_1a_2\cdots a_kb_1b_2\cdots b_m.\dot{b}_1b_2\cdots\dot{b}_m$$

$$10^{k+m}c-10^kc=a_1a_2\cdots a_kb_1b_2\cdots b_m-a_1a_2\cdots a_k$$

$$c=\frac{a_1a_2\cdots a_kb_1b_2\cdots b_m-a_1a_2\cdots a_k}{10^k(10^m-1)}$$

정리 3. (1) $\frac{k}{9}$인 꼴로 나타낼 수 있는 분수

$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$, …, $\frac{8}{9}$

은 순환마디의 숫자의 개수가 1개인 순환소수로 나타낼 수 있다.

(2) $\frac{k}{99}$인 꼴로 나타낼 수 있는 분수

$\frac{1}{11}$, $\frac{2}{11}$, $\frac{3}{11}$, …, $\frac{1}{33}$, $\frac{2}{33}$, …, $\frac{1}{99}$

은 순환마디의 숫자의 개수가 2개인 순환소수로 나타낼 수 있다.

(3) $\frac{k}{999}$인 꼴로 나타낼 수 있는 분수

$\frac{1}{27}$, $\frac{2}{27}$, …, $\frac{1}{37}$, $\frac{2}{37}$, …, $\frac{1}{111}$, $\frac{2}{111}$, …, $\frac{1}{333}$, …, $\frac{1}{999}$

은 순환마디의 숫자의 개수가 3개인 순환소수로 나타낼 수 있다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원	Ⅰ. 유리수	쪽수	교과서 15쪽
소단원	1. 유리수와 순환소수 1-1 유리수와 소수	차시	3/9
학습 목표	유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 안다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 어떤 분수가 유한소수로 나타내어지고, 어떤 분수가 무한소수로 나타내어지는지에 대하여 질문한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 안다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	개념 학습 문제 해결	◐ 학습 내용 설명 **유한소수로 나타낼 수 있는 분수** 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{3}{40}=\frac{3}{2^3\times5}$ ⇨ 유한소수로 나타낼 수 있다. $\frac{2}{45}=\frac{2}{3^2\times5}$ ⇨ 유한소수로 나타낼 수 없다. ◐ 문제 2, 3, 추론 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	분수를 유한소수로 나타낼 수 있는지 알아볼 때에는 반드시 주어진 분수를 기약분수로 나타내어야 함을 강조한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 다음 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 찾아라. ㉠ $\frac{21}{12}$ ㉡ $\frac{5}{15}$ ㉢ $\frac{9}{20}$ ㉣ $\frac{7}{32}$ ㉤ $\frac{18}{45}$ 답 ㉡ ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 순환소수의 의미를 알아본다.	

수준별 학습지 (기초)

대단원	I. 유리수	쪽수	교과서 15쪽
소단원	1. 유리수와 순환소수 1-1 유리수와 소수	차시	3/9
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

(1) $\frac{27}{75}$을 기약분수로 나타내면 □이고, 이 기약분수의 분모의 소인수는 □이므로 $\frac{27}{75}$은 유한소수로 나타낼 수 있다.

(2) $\frac{20}{28}$을 기약분수로 나타내면 □이고, 이 기약분수의 분모의 소인수는 □이므로 $\frac{20}{28}$은 유한소수로 나타낼 수 없다.

답 (1) $\frac{9}{25}$, 5 (2) $\frac{5}{7}$, 7

2 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 찾아라.

ㄱ $\frac{3}{7}$ ㄴ $\frac{5}{8}$ ㄷ $\frac{13}{30}$ ㄹ $\frac{16}{18}$ ㅁ $\frac{3}{45}$

답 ㄴ

3 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 찾아라.

ㄱ $\frac{2}{3\times7}$ ㄴ $\frac{13}{2\times5}$ ㄷ $\frac{4}{5\times30}$ ㄹ $\frac{17}{2^3\times5^4}$ ㅁ $\frac{3^3}{4^2\times12}$

답 ㄱ, ㄷ

4 다음은 분수 $\frac{39}{75}$를 유한소수로 나타내는 과정이다. (가)~(라)에 알맞은 수를 구하여라.

$$\frac{39}{75}=\frac{\boxed{(가)}}{25}=\frac{\boxed{(가)}\times\boxed{(나)}}{5^2\times\boxed{(나)}}=\frac{\boxed{(다)}}{100}=\boxed{(라)}$$

답 (가) 13 (나) 2^2 (다) 52 (라) 0.52

교수 · 학습 과정안 (기본)

대단원		Ⅰ. 유리수	쪽수	교과서 15쪽
소단원		1. 유리수와 순환소수　1-1 유리수와 소수	차시	3/9
학습 목표		유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 안다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 어떤 분수가 유한소수로 나타내어지고, 어떤 분수가 무한소수로 나타내어지는지에 대하여 질문한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 안다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	개념 학습 문제 해결	◐ 학습 내용 설명 **유한소수로 나타낼 수 있는 분수** 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다. 예) $\frac{3}{40}=\frac{3}{2^3\times5}$ ⇨ 유한소수로 나타낼 수 있다. $\frac{2}{45}=\frac{2}{3^2\times5}$ ⇨ 유한소수로 나타낼 수 없다. ◐ 문제 2, 3, 추론 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		분수를 유한소수로 나타낼 수 있는지 알아볼 때에는 반드시 주어진 분수를 기약분수로 나타내어야 함을 강조한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● $\frac{11}{60}\times a$가 유한소수가 되도록 하는 자연수 a의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라. 답 3 ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 순환소수의 의미를 알아본다.		

수준별 학습지 (기본)

대단원	I. 유리수	쪽수	교과서 15쪽
소단원	1. 유리수와 순환소수　1-1 유리수와 소수	차시	3/9
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾아라.

$\frac{3}{5}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{8}{17}$, $\frac{11}{40}$, $\frac{11}{121}$

답 $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{15}$, $\frac{11}{40}$

2 10 이하의 자연수 a에 대하여 $\frac{1}{a}$이 유한소수로 나타내어질 때, 이를 만족하는 a의 개수를 구하여라.

답 6개

3 분수 $\frac{33}{5^2 \times a}$이 유한소수로 나타내어질 때, 다음 중에서 a의 값이 될 수 없는 것을 찾아라.

㉠ 3　㉡ 6　㉢ 9　㉣ 11　㉤ 15

답 ㉢

4 두 분수 $\frac{1}{224}$과 $\frac{3}{475}$ 중에서 어느 것에 곱하여도 그 결과가 모두 유한소수로 나타내어지는 가장 작은 자연수를 구하여라.

답 133

교수 · 학습 과정안 (실력)

대단원		I. 유리수	쪽수	교과서 15쪽
소단원		1. 유리수와 순환소수 1-1 유리수와 소수	차시	3/9
학습 목표		유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 안다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◎ 어떤 분수가 유한소수로 나타내어지고, 어떤 분수가 무한소수로 나타내어지는지에 대하여 질문한다. ◎ 학습 목표를 제시한다. • 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 안다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	개념 학습 문제 해결	◎ 학습 내용 설명 **유한소수로 나타낼 수 있는 분수** 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다. 예 $\frac{3}{40}=\frac{3}{2^3\times5}$ ⇨ 유한소수로 나타낼 수 있다. $\frac{2}{45}=\frac{2}{3^2\times5}$ ⇨ 유한소수로 나타낼 수 없다. ◎ 문제 2, 3, 추론 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		분수를 유한소수로 나타낼 수 있는지 알아볼 때에는 반드시 주어진 분수를 기약분수로 나타내어야 함을 강조한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◎ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● $\frac{1}{5}$과 $\frac{3}{7}$ 사이의 분수 중에서 분모가 35이고 유한소수로 나타낼 수 있는 수를 구하여라. 답 $\frac{14}{35}$ ◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◎ 다음 차시를 예고한다. • 순환소수의 의미를 알아본다.		

수준별 학습지 (실력)

대단원	Ⅰ. 유리수	쪽수	교과서 15쪽
소단원	1. 유리수와 순환소수 1-1 유리수와 소수	차시	3/9
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 $\frac{3}{70}\times\frac{a}{b}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되도록 하는 분수 $\frac{a}{b}$는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, a, b는 2 이상 10 이하인 자연수이다.)

답 7개

2 분수 $\frac{a}{210}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{1}{b}$이다. 이때 자연수 a, b에 대하여 $a+b$의 값을 구하여라. (단, $20\le a\le 30$)

답 31

3 두 수 0, 1에 각각 대응하는 수직선 위의 두 점을 이은 선분을 15등분하였다. 15등분하는 14개의 점에 대응하는 유리수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 수의 개수를 구하여라.

답 4개

4 분수 $\frac{14}{80}$를 $\frac{b}{10^a}$로 고쳐서 유한소수로 나타낼 때, 가장 작은 자연수 a, b의 값을 구하여라.

답 $a=3$, $b=175$

1 유리수와 순환소수

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 유리수를 소수로 나타낼 수 있게 한다.
② 유한소수와 무한소수의 의미를 이해하게 한다.
③ 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구분하게 한다.
④ 순환소수의 의미를 이해하게 하고, 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.
⑤ 유리수와 순환소수 사이의 관계를 이해하게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 유리수와 소수	유한소수와 무한소수
	유한소수로 나타낼 수 있는 분수
1-2 유리수와 순환소수	순환소수와 순환마디
	순환소수를 분수로 나타내기
	유리수와 순환소수 사이의 관계
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 12 쪽

꼬리가 너무 길어서 힘들어.

1 유리수와 순환소수

준 | 비 | 학 | 습

약분
- 약분: 분모와 분자를 그들의 공약수로 나누는 것
- 기약분수: 분모와 분자의 공약수가 1뿐인 분수

분수는 소수로, 소수는 분수로 나타내기
- 분자를 분모로 나누거나 분모가 10, 100, 1000, …인 분수로 고친 후 소수로 나타낸다.
- 분모가 10, 100, 1000, …인 분수로 고친 후 약분하여 기약분수로 나타낸다.

소인수분해
- 소수: 1보다 큰 자연수 중에서 1과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수
- 소인수분해: 어떤 자연수를 소인수만의 곱으로 나타내는 것

정수와 유리수

유리수 { 정수 { 양의 정수(자연수), 0, 음의 정수 }, 정수가 아닌 유리수 }

1 다음 분수를 약분하여 기약분수로 나타내어라.

(1) $\frac{3}{9}$ (2) $\frac{18}{12}$
(3) $\frac{15}{35}$ (4) $\frac{24}{81}$

2 다음 분수는 소수로, 소수는 분수로 나타내어라.

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{7}{25}$
(3) 0.176 (4) 0.008

3 다음 수를 소인수분해하여라.

(1) 12 (2) 30
(3) 45 (4) 315

4 보기의 수 중에서 다음에 해당하는 수를 각각 찾아라.

보기: 0.6, $-\frac{4}{7}$, -2, 0, $\frac{5}{1}$

(1) 정수 (2) 유리수

준비 학습의 해설

1

목표| 분수를 약분하여 기약분수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{3}{9}=\mathbf{\frac{1}{3}}$ (2) $\frac{18}{12}=\mathbf{\frac{3}{2}}$

(3) $\frac{15}{35}=\mathbf{\frac{3}{7}}$ (4) $\frac{24}{81}=\mathbf{\frac{8}{27}}$

2

목표| 분수는 나눗셈을 이용하여 소수로 나타내고, 소수는 분수로 나타낸 후 약분할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{1}{2}=1\div2=\mathbf{0.5}$ (2) $\frac{7}{25}=7\div25=\mathbf{0.28}$

(3) $0.176=\frac{176}{1000}=\mathbf{\frac{22}{125}}$ (4) $0.008=\frac{8}{1000}=\mathbf{\frac{1}{125}}$

3

목표| 소인수분해를 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $12=2\times2\times3=\mathbf{2^2\times3}$

(2) $30=\mathbf{2\times3\times5}$

(3) $45=3\times3\times5=\mathbf{3^2\times5}$

(4) $315=3\times3\times5\times7=\mathbf{3^2\times5\times7}$

4

목표| 정수와 유리수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\mathbf{-2,\ 0,\ \frac{5}{1}}$

(2) $\mathbf{0.6,\ -\frac{4}{7},\ -2,\ 0,\ \frac{5}{1}}$

교과서 13 쪽

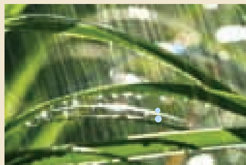
1-1 유리수와 소수

● 유한소수와 무한소수의 의미를 이해한다.

유한소수, 무한소수란 무엇인가?

창의력 기르기

우리나라의 강수량



우리나라의 연평균 강수량은 1245 mm로 세계 평균 880 mm의 1.4배나 되지만 1인당 강수량은 세계 평균의 $\frac{1}{8}$인 연간 2591 m^3에 불과하다. 또한 여름철에 연 강수량의 $\frac{2}{3}$가 집중되는 등 계절별 강수량 차이가 심하여 봄, 가을에 가뭄이 발생하기도 한다.

탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1 창의력 기르기에서 분수를 모두 찾아 소수로 나타내어 보자.

2 1에서 구한 소수 중에서 소수점 아래의 숫자가 유한개인 것과 무한개인 것을 각각 말하여 보자.

❶ "수학 ①"에서 $\frac{10}{5}$, $\frac{9}{100}$, $\frac{7}{9}$과 같이 분자, 분모(0이 아니다.)가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있는 수를 유리수라고 배웠다.

분수 꼴인 유리수는 나눗셈을 이용하여 다음과 같이 정수 또는 소수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{10}{5}=10\div5=2,\qquad \frac{18}{3}=18\div3=6$$

$$\frac{9}{100}=9\div100=0.09,\quad \frac{7}{4}=7\div4=1.75$$

$$\frac{7}{9}=7\div9=0.777\cdots,\quad \frac{4}{11}=4\div11=0.363636\cdots$$

이때 0.09, 1.75와 같이 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한개인 소수를 **유한소수**라 하고, 0.777…, 0.363636…과 같이 소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한히 계속되는 소수를 **무한소수**라고 한다.

새로 나온 용어와 기호

- 유한소수(有限小數, finite decimal)
- 무한소수(無限小數, infinite decimal)

창의력 기르기 참/고/자/료

국제인구행동연구소(PAI)에서는 재생 가능 수자원 양을 기준으로 물 기근 국가군, 물 부족 국가군, 물 풍요 국가군으로 분류하였다. 이 기준에 의하면 쿠웨이트 · 바레인 · 싱가포르 등 19개국이 물 기근 국가로, 우리나라 외에 이집트 · 폴란드 · 벨기에 등이 물 부족 국가로, 미국 · 영국 · 일본 등 119개국이 물 풍요 국가로 분류되었다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 분수를 소수로 나타내어 보고 유한소수와 무한소수로 구분할 수 있게 하려는 것이다.

1-1 유리수와 소수

소단원 지도 목표

① 분수를 소수로 나타낼 수 있게 한다.
② 유한소수와 무한소수의 의미를 이해하게 한다.
③ 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 알게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 분수의 분자를 분모로 나누어 보면 정수가 되거나 소수점 이하에 0이 아닌 숫자가 유한개만 나타나는 경우와 무한히 나타나는 경우가 있다. 실제 충분한 예를 통하여 이러한 경우를 확인한다.

2. 분수를 소수로 나타내지 않아도 유한소수와 무한소수 중 어느 것으로 나타낼 수 있는지 판단할 수 있도록 한다. 또 기약분수로 고쳐서 분모에 2나 5뿐인 경우만 유한소수가 됨을 이해하게 한다.

1. $\frac{1}{8}=0.125$

$\frac{2}{3}=0.6666\cdots$

2. 소수점 아래의 숫자가 유한개인 것은 $\frac{1}{8}=0.125$이고, 소수점 아래의 숫자가 무한개인 것은 $\frac{2}{3}=0.6666\cdots$이다.

본문 해설

❶ 두 수 a, b가 정수이고 $b\neq0$일 때, 분수 $\frac{a}{b}$의 꼴로 나타내어지는 수를 유리수라고 하였다.

이때 $\frac{a}{b}=a\div b$임을 이용하여 모든 유리수는 분자를 분모로 나눔으로써 정수 또는 소수로 나타낼 수 있다.

교과서 14 쪽

목표| 분수를 소수로 나타내고, 유한소수와 무한소수로 구분할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{9}{4}=9\div4=\mathbf{2.25}$이므로 **유한소수**이다.

(2) $\frac{4}{3}=4\div3=\mathbf{1.333\cdots}$이므로 **무한소수**이다.

(3) $\frac{5}{8}=5\div8=\mathbf{0.625}$이므로 **유한소수**이다.

(4) $\frac{1}{6}=1\div6=\mathbf{0.1666\cdots}$이므로 **무한소수**이다.

문제 | 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수인지 무한소수인지 말하여라.

(1) $\frac{9}{4}$ (2) $\frac{4}{3}$

(3) $\frac{5}{8}$ (4) $\frac{1}{6}$

어떤 분수를 유한소수로 나타낼 수 있는가?

탐구 활동 다음 물음에 답하여 보자.

1 다음은 유한소수를 기약분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$0.6=\frac{6}{10}=\frac{3}{\square}$, $0.35=\frac{\square}{100}=\frac{\square}{\square}$

2 유한소수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모에는 어떠한 특징이 있는지 말하여 보자.

3 다음은 분수를 유한소수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$\frac{3}{2}=\frac{3\times\square}{2\times\square}=\frac{\square}{10}=1.5$

$\frac{7}{25}=\frac{7\times\square}{25\times\square}=\frac{\square}{100}=\square$

4 3과 같이 모든 기약분수는 분모를 10의 거듭제곱으로 고칠 수 있는지 말하여 보자.

유한소수 0.3, 0.47, 0.653은 다음과 같이 분모가 10의 거듭제곱인 분수로 나타낼 수 있다.

$0.3=\frac{3}{10}$, $0.47=\frac{47}{100}=\frac{47}{10^2}$, $0.653=\frac{653}{1000}=\frac{653}{10^3}$

그런데

$10=2\times5$, $10^2=2^2\times5^2$, $10^3=2^3\times5^3$, $\cdots$

이므로 유한소수를 분수로 나타내면 분모의 소인수는 2와 5뿐이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 유한소수를 기약분수로, 기약분수를 유한소수로 나타내어 봄으로써 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 알게 하려는 것이다.

1. $0.6=\frac{6}{10}=\frac{3}{\boxed{5}}$, $0.35=\frac{\boxed{35}}{100}=\frac{\boxed{7}}{\boxed{20}}$

2. 유한소수는 분모가 10, 100, 1000, …과 같이 10의 거듭제곱인 분수로 나타내어지고, 기약분수로 나타내었을 때 기약분수의 분모의 소인수가 2나 5뿐이다.

3. $\frac{3}{2}=\frac{3\times\boxed{5}}{2\times\boxed{5}}=\frac{\boxed{15}}{10}=1.5$

$\frac{7}{25}=\frac{7\times\boxed{4}}{25\times\boxed{4}}=\frac{\boxed{28}}{100}=\boxed{0.28}$

4. 모든 기약분수의 분모를 10의 거듭제곱으로 고칠 수는 없다. 예를 들어 기약분수 $\frac{1}{3}$에서 분모 3에 어떤 자연수를 곱하여도 분모를 10의 거듭제곱으로 만들 수 없다.

본문 해설

❶ 분수를 소수로 나타내지 않고 유한소수 또는 무한소수로 구분하기 위해서는 반드시 기약분수로 고친 상태에서 분모의 소인수를 확인해야 한다. 학생들이 주어진 수를 기약분수로 고치지 않은 상태에서 분모를 소인수분해하여 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 찾는 오류를 범하는 경우가 많으므로 기약분수가 아닌 예를 이용하여 기약분수로 고치는 과정의 중요성을 강조한다.

교과서 15 쪽

또한 분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 다음과 같이 분모를 10의 거듭제곱으로 고칠 수 있으므로 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\frac{7}{20}=\frac{7}{2^2\times5}=\frac{7\times5}{2^2\times5^2}=\frac{35}{10^2}=\frac{35}{100}=0.35$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

1 …소수로 나타낼 수 있는 분수

…를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

보기 (1) $\frac{9}{75}=\frac{3}{25}=\frac{3}{5^2}$이므로 $\frac{9}{75}$는 유한소수로 나타낼 수 있다.

(2) $\frac{35}{60}=\frac{7}{12}=\frac{7}{2^2\times3}$이므로 $\frac{35}{60}$는 유한소수로 나타낼 수 없다.

문제 2 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾아라.

기약분수로 나타낸 후 분모의 소인수를 구하여 본다.

㉠ $\frac{9}{2^4}$ ㉡ $\frac{4}{3^2\times5}$ ㉢ $\frac{4}{2\times5\times7}$ ㉣ $\frac{42}{2^3\times3\times5}$

발전 **문제 3** 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾아 유한소수로 나타내어라.

(1) $\frac{13}{60}$ (2) $\frac{24}{120}$ (3) $\frac{27}{180}$ (4) $\frac{21}{525}$


추론 기약분수의 분모가 2나 5 이외의 소인수를 가지면 그 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 없다. 그 이유를 설명하여 보자.

2

목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $\frac{9}{2^4}$에서 분모의 소인수가 2뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉡ $\frac{4}{3^2\times5}$에서 분모의 소인수에 3이 있으므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

㉢ $\frac{4}{2\times5\times7}=\frac{2}{5\times7}$에서 분모의 소인수에 7이 있으므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

㉣ $\frac{42}{2^3\times3\times5}=\frac{7}{2^2\times5}$에서 분모의 소인수가 2와 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 ㉠, ㉣이다.

3

목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수와 나타낼 수 없는 분수를 구분하고, 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 유한소수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{13}{60}=\frac{13}{2^2\times3\times5}$에서 분모의 소인수에 3이 있으므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

(2) $\frac{24}{120}=\frac{1}{5}$에서 분모의 소인수가 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

$\frac{1}{5}=\frac{1\times2}{5\times2}=\frac{2}{10}=\mathbf{0.2}$

(3) $\frac{27}{180}=\frac{3^3}{2^2\times3^2\times5}=\frac{3}{2^2\times5}$에서 분모의 소인수가 2와 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

$\frac{3}{2^2\times5}=\frac{3\times5}{2^2\times5^2}=\frac{15}{100}=\mathbf{0.15}$

(4) $\frac{21}{525}=\frac{3\times7}{3\times5^2\times7}=\frac{1}{5^2}$에서 분모의 소인수가 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

$\frac{1}{5^2}=\frac{1\times2^2}{5^2\times2^2}=\frac{4}{100}=\mathbf{0.04}$

추/론

|출제 의도| 기약분수를 유한소수로 나타내려면 적당한 수를 곱하여 분모를 10의 거듭제곱으로 고칠 수 있어야 함을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 분수의 분모를 10, 100, 1000, …과 같이 10의 거듭제곱으로 나타낼 수 있어야 그 분수를 유한소수로 나타낼 수 있다. 즉, $\frac{2}{3}$와 같이 기약분수의 분모가 2나 5 이외의 소인수를 가지는 경우에는 분모, 분자에 어떤 수를 곱하여도 분모를 10의 거듭제곱으로 나타낼 수 없으므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

1-2 유리수와 순환소수

소단원 지도 목표

① 순환소수와 순환마디의 의미를 이해하고, 순환소수를 간단히 표현할 수 있게 한다.
② 순환소수를 분수로 나타내는 방법을 알게 한다.
③ 유리수와 순환소수 사이의 관계를 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 순환소수에서 순환마디는 되풀이되는 숫자의 배열의 첫 부분임을 예를 이용하여 지도하고, 분수의 소수 표현을 통해 순환소수의 간결한 표현의 필요성을 알게 한다.

2. 유한소수를 순환소수로 나타내는 것은 다루지 않는다.

3. 순환소수를 분수로 고치는 것은 순환소수가 유리수임을 이해할 수 있는 정도로만 다룬다.

교과서 16 쪽

1-2 유리수와 순환소수

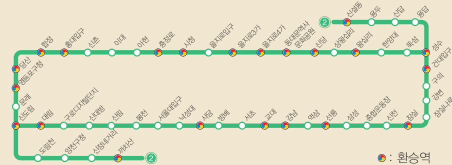


● 순환소수의 의미를 이해한다.
● 유리수와 순환소수의 관계를 이해한다.

순환소수란 무엇인가?

창의력 기르기 **서울 지하철 2호선**

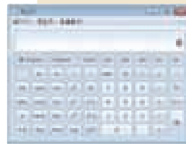
서울 지하철 2호선은 시청을 기점으로 한 바퀴를 도는 을지로 순환선과 신도림–까치산, 성수–신설동을 왕복하는 2개의 지선으로 운행되고 있다. 전체 51개 역 중에서 다른 지하철로 환승할 수 있는 역은 22개로 서울 지하철 노선 중 환승역이 가장 많다.



탐구 활동 다음 물음에 답하여 보자.

1 서울 지하철 2호선 역 중에서 환승역의 수에 대한 전체 역의 수의 비율을 분수로 나타내어 보자.

2 **1**에서 나타낸 분수를 소수로 나타내어 보자.



분수 $\frac{7}{9}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{269}{330}$를 소수로 나타내면

$$\frac{7}{9}=0.777\cdots,\ \frac{6}{11}=0.545454\cdots,\ \frac{269}{330}=0.8151515\cdots$$

이다.

이와 같이 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 끝없이 되풀이되는 무한소수를 **순환소수**라고 하며, 이때 일정하게 되풀이되는 소수점 아래의 한 부분을 **순환마디**라고 한다.

0.363636… ↑ 순환마디

새로 나온 용어와 기호

• 순환소수(循環小數, repeating decimal)
• 순환마디(repeating block)
• $2.\dot{4}1\dot{5}$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 문제의 비율을 분수로 나타내고, 이 분수를 소수로 나타내어 봄으로써 순환소수의 의미를 이해하게 하려는 것이다.

1. 환승역은 22개, 전체 역은 51개이므로 분수로 나타내면 $\frac{51}{22}$이다.

2. 컴퓨터의 계산기 프로그램을 이용하면
$\frac{51}{22}=51\div22=\mathbf{2.3181818\cdots}$

지/도/자/료

무한소수 중에는 0.070070007… 등과 같이 수의 배열에 규칙은 있지만 순환하지 않는 무한소수도 있고, π와 같이 순환하지 않는 무한소수로 알려진 소수도 있음을 예로 들어 순환소수의 의미를 이해할 수 있도록 지도한다.

읽/기/자/료 순환하지 않는 무한소수 π

원의 크기에 관계없이 원주를 원의 지름의 길이로 나눈 값은 항상 일정하다. 그 값을 원주율이라 하고 기호로 π와 같이 나타내며, '파이'라고 읽는다. 원주율 π의 값은 3.14159265358979323846…으로 순환하지 않는 무한소수이고 유한소수가 아님을 1761년에 람베르트(Lambert, J. H.: 1728~1777)가 증명하였는데, 일반적으로 π의 값으로 3.14, $\frac{22}{7}$ 등을 사용한다. 세계 각국에서는 매년 3월 14일을 파이의 날로 기념하고 있다.

교과서 17 쪽

이를테면 순환소수 0.777…, 0.545454…, 0.8151515…의 순환마디는 각각 7, 54, 15이다.

한편 순환소수는 다음과 같이 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 간단히 나타낸다.

$$2.415415415\cdots=\mathbf{2.\dot{4}1\dot{5}}$$

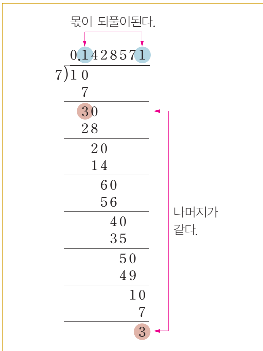
보기 $0.333\cdots=0.\dot{3}$, $2.784784784\cdots=2.\dot{7}8\dot{4}$, $0.1565656\cdots=0.1\dot{5}\dot{6}$

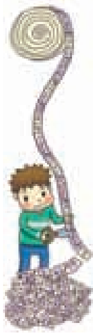
문제 | 다음 순환소수의 순환마디를 말하고, 점을 찍어 간단히 나타내어라.

(1) 0.747474…　　(2) 5.123333…

(3) 6.2898989…　　(4) 0.405405…

❶ 을 소수로 나타낼 때, 다음과 같은 나눗셈 과정을 거치게 된다.





무한소수 중에는 순환하지 않는 무한소수도 있다. 이를테면 원주율 π는 3.1415926535… 로 순환하지 않는 무한소수이다.

위의 나눗셈 과정에서 다음을 알 수 있다.

(1) 나머지는 7보다 작아야 하므로 적어도 7번째 안에는 같은 수가 나타난다.

(2) 나머지가 같은 수가 나타나면 그때부터 같은 몫이 되풀이된다.

즉, $\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$이 됨을 알 수 있다.

목표 | 순환소수의 순환마디를 말하고, 점을 찍어 간단히 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | (1) 0.747474…에서 순환마디는 **74**이고 $\mathbf{0.\dot{7}\dot{4}}$로 나타낸다.

(2) 5.123333…에서 순환마디는 **3**이고 $\mathbf{5.12\dot{3}}$으로 나타낸다.

(3) 6.2898989…에서 순환마디는 **89**이고 $\mathbf{6.2\dot{8}\dot{9}}$로 나타낸다.

(4) 0.405405…에서 순환마디는 **405**이고 $\mathbf{0.\dot{4}0\dot{5}}$로 나타낸다.

참고 | 0.333…의 순환마디는 3, 33, 333, … 등으로 볼 수 있으나 가장 간단한 3으로 생각한다.

0.450450…은 $0.4\dot{5}0\dot{4}$, $0.45\dot{0}4\dot{5}$, $0.\dot{4}\dot{5}\dot{0}$, $0.\dot{4}5045\dot{0}$ 등으로 나타내지 않고, 순환하는 첫 번째 순환마디의 양 끝의 숫자 위에 점을 찍어 $0.\dot{4}5\dot{0}$과 같이 나타낸다.

본문 해설

❶ 기약분수 $\frac{b}{a}$(단, $a\neq0$)를 소수로 나타낼 때, b를 a로 나누는 과정에서 각 계산 단계의 나머지는 a보다 작은

$$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ a-1$$

중의 하나이다. 여기서 나머지가 0이 나오면 유한소수가 되고, 나누어떨어진다. 그러나 유한소수가 아닌 경우에는 나머지가 0이 나오지 않으며 a번의 나눗셈 이내에 반드시 앞 단계에서 나왔던 나머지가 다시 나온다.

일단 같은 나머지가 나오면 그때부터 같은 배열의 숫자가 몫으로 되풀이된다. 따라서 순환마디가 만들어진다.

지/도/자/료

분수를 소수로 고쳤을 때, 무한소수가 되는 경우는 반드시 순환소수가 됨을 직관적으로 알게 하여 유리수와 순환소수의 관계를 이해하도록 한다. 또 순환소수에서 되풀이되는 소수의 부분을 명확히 말할 수 있도록 한다. 이때 유한소수로 나타낼 수 없는 분수를 소수로 나타내는 나눗셈 과정은 너무 복잡하지 않은 예부터 시작하여 계산기를 사용하지 않아도 순환마디를 발견할 수 있도록 지도한다.

기/초/력 향상 문제

1 다음 분수를 순환소수로 나타내어라.

(1) $\frac{7}{33}$　　(2) $\frac{7}{18}$

(3) $\frac{8}{9}$　　(4) $\frac{5}{7}$

답 **1** (1) $0.\dot{2}\dot{1}$ (2) $0.3\dot{8}$ (3) $0.\dot{8}$ (4) $0.\dot{7}1428\dot{5}$

2

목표| 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 말할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{5}{6}=5\div6=0.8333\cdots=\mathbf{0.8\dot{3}}$에서 순환마디는 **3**이다.

(2) $\frac{13}{18}=13\div18=0.7222\cdots=\mathbf{0.7\dot{2}}$에서 순환마디는 **2**이다.

(3) $\frac{4}{33}=4\div33=0.121212\cdots=\mathbf{0.\dot{1}\dot{2}}$에서 순환마디는 **12**이다.

(4) $\frac{14}{111}=14\div111=0.126126\cdots=\mathbf{0.\dot{1}2\dot{6}}$에서 순환마디는 **126**이다.

교과서 18 쪽

일반적으로 기약분수의 분모가 2나 5 이외의 소인수를 가지면 그 분수는 무한소수가 되며 이 무한소수는 반드시 순환소수로 나타내어진다.

문제 2 다음 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 말하여라.

(1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{13}{18}$ (3) $\frac{4}{33}$ (4) $\frac{14}{111}$



문제 3 문제 2와 같이 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 알아보는 문제를 만들고 풀어 보아라.

순환소수는 분수로 나타낼 수 있는가?

탐구 활동 순환소수 $x=0.2222\cdots$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$10x=10\times0.2222\cdots=$ □

2 x와 $10x$의 소수 부분을 비교하여 보자.

순환소수 $0.\dot{7}$을 분수로 나타내어 보자.

$0.\dot{7}$을 x라고 하면

$x=0.7777\cdots$ …… ①

이고, ①의 양변에 10을 곱하면

$10x=7.7777\cdots$ …… ②

이다. 이때 ①과 ②의 소수 부분이 같으므로 ②에서 ①을 변끼리 빼면 $9x=7$

따라서 $x=\frac{7}{9}$이다.

즉, $0.\dot{7}=\frac{7}{9}$임을 알 수 있다.

$$\begin{array}{r} 10x=7.7777\cdots \\ -)\quad x=0.7777\cdots \\ \hline 9x=7 \end{array}$$

3

|출제 의도| 분수를 순환소수로 나타내고, 순환소수의 순환마디를 찾는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 순환소수와 순환마디를 이해하게 하려는 문제이다.

예시| 다음 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 말하여라.

(1) $\frac{8}{9}$ (2) $\frac{4}{27}$ (3) $\frac{5}{110}$

풀이| (1) $\frac{8}{9}=8\div9=0.888\cdots=\mathbf{0.\dot{8}}$에서 순환마디는 **8**이다.

(2) $\frac{4}{27}=4\div27=0.148148148\cdots=\mathbf{0.\dot{1}4\dot{8}}$에서 순환마디는 **148**이다.

(3) $\frac{15}{110}=15\div110=0.1363636\cdots=\mathbf{0.1\dot{3}\dot{6}}$에서 순환마디는 **36**이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 순환소수를 분수로 나타내는 과정을 알게 하려는 것이다.

1. $10x=10\times0.2222\cdots=$ **2.222⋯**

2. $x=0.222\cdots$이고, $10x=2.222\cdots$이므로 **소수 부분은 같다.**

본문 해설

❶ 순환소수를 분수로 나타내는 과정에서 소수 부분을 같게 만드는 방법은 다음과 같이 여러 가지가 있음을 확인할 수 있다.

$x=0.\dot{8}\dot{5}$를 분수로 고칠 때 x, $10x$, $100x$, $1000x$, $10000x$, ⋯를 구하여 보자.

교과서 19 쪽

예 제 1 순환소수 $0.\dot{8}\dot{5}$를 분수로 나타내어라.

$x=$(순환소수)로 놓고, 양변에 적당한 10의 거듭제곱을 곱하여 소수 부분이 같도록 만든다.

❶ $0.\dot{8}\dot{5}$를 x라고 하면

$x=0.858585\cdots$ ······ ①

①의 양변에 100을 곱하면

$100x=85.858585\cdots$ ······ ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$99x=85$

따라서 $x=\frac{85}{99}$이다.

$$\begin{array}{rl} & 100x=85.858585\cdots \\ -) & x=\ \ 0.858585\cdots \\ \hline & 99x=85 \end{array}$$

답 ● $\frac{85}{99}$

문제 4 다음 순환소수를 분수로 나타내어라.

(1) $0.\dot{4}$　(2) $0.\dot{2}\dot{7}$　(3) $0.\dot{2}3\dot{4}$

예 제 2 순환소수 $0.2\dot{3}\dot{6}$을 분수로 나타내어라.

소수점 아래에는 순환마디만 반복되도록 10의 거듭제곱을 곱한 후 뺄셈으로 간단히 한다.

● 풀이 $0.2\dot{3}\dot{6}$을 x라고 하면

$x=0.2363636\cdots$ ······ ①

①의 양변에 10과 1000을 곱하면

$10x=2.363636\cdots$ ······ ②

$1000x=236.363636\cdots$ ······ ③

③에서 ②를 변끼리 빼면

$990x=234$

따라서 $x=\frac{234}{990}=\frac{13}{55}$이다.

$$\begin{array}{rl} & 1000x=236.363636\cdots \\ -) & 10x=\ \ \ 2.363636\cdots \\ \hline & 990x=234 \end{array}$$

답 ● $\frac{13}{55}$

$x=0.858585\cdots$ ······ ①
$10x=8.585858\cdots$ ······ ②
$100x=85.858585\cdots$ ······ ③
$1000x=858.585858\cdots$ ······ ④
$10000x=8585.858585\cdots$ ······ ⑤
⋮

위에서 ①, ③, ⑤, ⋯끼리, ②, ④, ⋯끼리는 각각 소수 부분이 같다. 따라서 ①, ③, ⑤, ⋯ 중에서 어느 두 수의 차와 ②, ④, ⋯ 중에서 어느 두 수의 차는 정수가 됨을 알 수 있다. 즉, 10의 거듭제곱을 달리하여 곱하여도 계산이 가능하다. 그러나 보통 계산의 편의를 위해 가장 간단한 식을 사용한다.

4

목표| 소수점 아래의 수가 모두 순환마디인 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $0.\dot{4}$를 x라고 하면

$x=0.444\cdots$ ······ ①

①의 양변에 10을 곱하면

$10x=4.444\cdots$ ······ ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$9x=4$, $x=\mathbf{\frac{4}{9}}$

(2) $0.\dot{2}\dot{7}$을 x라고 하면

$x=0.272727\cdots$ ······ ①

①의 양변에 100을 곱하면

$100x=27.272727\cdots$ ······ ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$99x=27$, $x=\frac{27}{99}=\mathbf{\frac{3}{11}}$

(3) $0.\dot{2}3\dot{4}$를 x라고 하면

$x=0.234234234\cdots$ ······ ①

①의 양변에 1000을 곱하면

$1000x=234.234234234\cdots$ ······ ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$999x=234$, $x=\frac{234}{999}=\mathbf{\frac{26}{111}}$

기/초/력 향상 문제

다음 순환소수를 분수로 나타내어라.

1 $0.\dot{8}$

2 $0.\dot{7}\dot{2}$

3 $0.\dot{1}2\dot{6}$

4 $0.4\dot{7}\dot{2}$

답 **1** $\frac{8}{9}$ **2** $\frac{8}{11}$ **3** $\frac{14}{111}$ **4** $\frac{26}{55}$

교과서 20 쪽

문제 5 다음 순환소수를 분수로 나타내어라.

(1) $0.5\dot{2}$　(2) $0.\dot{2}4\dot{7}$　(3) $1.09\dot{3}$

이상에서 알아본 것과 같이 순환소수는 모두 분수로 나타낼 수 있으므로 순환소수는 유리수이다.

일반적으로 다음이 성립한다.

유리수와 순환소수

(1) 유한소수와 순환소수는 유리수이다.
(2) 정수가 아닌 유리수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있다.

창의 UP 다음은 지선이가 순환소수 $1.0\dot{2}\dot{7}$을 분수로 나타낸 것이다. 잘못 계산한 곳을 찾아서 바르게 고쳐라.

$1.0\dot{2}\dot{7}$을 x라고 하면

$x=1.0272727\cdots$ ······ ①

①의 양변에 1000을 곱하면

$1000x=1027.272727\cdots$ ······ ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$999x=1026$

따라서 $x=\frac{1026}{999}=\frac{114}{111}$이다.


추론 n이 7보다 작은 자연수일 때, 분수 $\frac{n}{7}$을 소수로 나타내면 모두 순환소수가 된다. 이때 이 순환소수의 특징을 말하여 보자.

5

목표| 소수점 아래에 순환하지 않는 숫자가 있는 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $0.5\dot{2}$를 x라고 하면

$10x=5.222\cdots$ ······ ①

$100x=52.222\cdots$ ······ ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$90x=47$, $x=\mathbf{\frac{47}{90}}$

(2) $0.\dot{2}4\dot{7}$을 x라고 하면

$10x=2.474747\cdots$ ······ ①

$1000x=247.474747\cdots$ ······ ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$990x=245$, $x=\frac{245}{990}=\mathbf{\frac{49}{198}}$

(3) $1.09\dot{3}$을 x라고 하면

$100x=109.333\cdots$ ······ ①

$1000x=1093.333\cdots$ ······ ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$900x=984$, $x=\frac{984}{900}=\mathbf{\frac{82}{75}}$

창의 UP

|출제 의도| 순환소수를 분수로 나타낼 때에는 10, 100, 1000 등을 곱해서 소수점 아래의 순환하는 부분이 같도록 해야 함을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 지선이의 풀이에서 ①과 ②의 소수 부분이 다른데도 불구하고 같다고 보고 ②에서 ①을 빼어 소수 부분을 없앴다. 따라서 바르게 고치면 다음과 같다.

$1.0\dot{2}\dot{7}$을 x라고 하면

$10x=10.272727\cdots$ ······ ①

$1000x=1027.272727\cdots$ ······ ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$990x=1017$

$x=\frac{1017}{990}=\mathbf{\frac{113}{110}}$

추/론

|출제 의도| 순환마디를 관찰하여 규칙성을 찾아봄으로써 순환소수의 특징을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 분모가 7인 분수는 다음과 같이 여섯 개의 숫자 1, 4, 2, 8, 5, 7로 이루어진 순환마디를 가진다.

$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$, $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$

$\frac{3}{7}=0.\dot{4}2857\dot{1}$, $\frac{4}{7}=0.\dot{5}7142\dot{8}$

$\frac{5}{7}=0.\dot{7}1428\dot{5}$, $\frac{6}{7}=0.\dot{8}5714\dot{2}$

순환마디의 순서는 다음 곱셈의 결과에서 나타난 순서와 같음을 알 수 있다.

$142857\times1=142857$, $142857\times2=285714$

$142857\times3=428571$, $142857\times4=571428$

$142857\times5=714285$, $142857\times6=857142$

교과서 21 쪽

중/단/원 기초

소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한히 계속되는 소수를 무한소수라고 한다.

1 다음 소수를 유한소수와 무한소수로 구별하여라.

(1) 0.8888⋯ (2) 0.74
(3) 1.100100100⋯ (4) 2.56666

2 다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수인지 무한소수인지 말하여라.

(1) $\frac{7}{2}$ (2) $\frac{11}{6}$
(3) $\frac{8}{11}$ (4) $\frac{3}{25}$

분모의 소인수가 2나 5뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

3 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾아라.

㉠ $\frac{3}{2\times5^2}$ ㉡ $\frac{6}{2^3\times7}$
㉢ $\frac{6}{3\times5}$ ㉣ $\frac{30}{2\times3^2}$

순환소수에서 일정하게 되풀이되는 소수점 아래의 한 부분을 순환마디라고 한다.

4 다음 순환소수의 순환마디를 말하고, 점을 찍어 간단히 나타내어라.

(1) 0.3333⋯ (2) 0.424242⋯
(3) 2.385555⋯ (4) 1.8512512512⋯

5 다음은 순환소수 $0.\dot{1}\dot{8}$을 분수로 고치는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$0.\dot{1}\dot{8}$을 x라고 하면
□$x=18.1818\cdots$
$-)\quad x=\ \ 0.1818\cdots$
□$x=18$
따라서 $x=$□이다.

중/단/원 기초

1

목표| 유한소수와 무한소수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| 유한소수: (2), (4)
무한소수: (1), (3)

2

목표| 분수를 소수로 나타내고, 유한소수와 무한소수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{7}{2}=7\div2=\mathbf{3.5}$이고, **유한소수**이다.
(2) $\frac{11}{6}=11\div6=\mathbf{1.8333\cdots}$이고, **무한소수**이다.
(3) $\frac{8}{11}=8\div11=\mathbf{0.727272\cdots}$이고, **무한소수**이다.
(4) $\frac{3}{25}=3\div25=\mathbf{0.12}$이고, **유한소수**이다.

3

목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $\frac{3}{2\times5^2}$은 기약분수이고, 분모의 소인수가 2와 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.
㉡ $\frac{6}{2^3\times7}=\frac{3}{2^2\times7}$에서 분모의 소인수에 7이 있으므로 유한소수로 나타낼 수 없다.
㉢ $\frac{6}{3\times5}=\frac{2}{5}$에서 분모의 소인수가 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.
㉣ $\frac{30}{2\times3^2}=\frac{5}{3}$에서 분모의 소인수에 3이 있으므로 유한소수로 나타낼 수 없다.
따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 ㉠, ㉢이다.

4

목표| 순환소수의 순환마디를 말하고, 점을 찍어 간단히 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 0.3333⋯에서 순환마디는 **3**이고 $\mathbf{0.\dot{3}}$으로 나타낸다.
(2) 0.424242⋯에서 순환마디는 **42**이고 $\mathbf{0.\dot{4}\dot{2}}$로 나타낸다.
(3) 2.385555⋯에서 순환마디는 **5**이고 $\mathbf{2.38\dot{5}}$로 나타낸다.
(4) 1.8512512512⋯에서 순환마디는 **512**이고 $\mathbf{1.8\dot{5}1\dot{2}}$로 나타낸다.

5

목표| 소수점 아래의 수가 모두 순환마디인 순환소수를 분수로 나타내는 과정을 이해하게 한다.

풀이| $0.\dot{1}\dot{8}$을 x라고 하면
100 $x=18.1818\cdots$
$-)\quad x=\ \ 0.1818\cdots$
99 $x=18$
따라서 $x=\mathbf{\frac{2}{11}}$이다.

교과서 22 쪽

중/단/원 기본

수준별

1 유한소수와 무한소수

다음 분수를 소수로 나타내고, 유한소수인지 무한소수인지 말하여라.

(1) $-\frac{3}{4}$　　(2) $\frac{7}{18}$

(3) $1\frac{5}{8}$　　(4) $\frac{19}{33}$

2 유한소수로 나타낼 수 있는 분수

다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾아라.

㉠ $\frac{3}{40}$	㉡ $\frac{21}{625}$	㉢ $\frac{17}{72}$
㉣ $\frac{9}{225}$	㉤ $\frac{21}{490}$	㉥ $\frac{6}{540}$

3 유한소수로 나타낼 수 있는 분수

다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾아 유한소수로 나타내어라.

(1) $\frac{7}{15}$　　(2) $\frac{9}{20}$　　(3) $\frac{26}{18}$

(4) $\frac{25}{60}$　　(5) $\frac{49}{70}$　　(6) $\frac{3}{125}$

4 순환소수의 표현

다음 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 말하여라.

(1) $\frac{20}{9}$　　(2) $\frac{1}{11}$

(3) $\frac{13}{60}$　　(4) $\frac{53}{90}$

5 유리수와 순환소수

다음 순환소수를 분수로 나타내어라.

(1) $0.\dot{6}\dot{3}$　　(2) $0.1\dot{7}$

(3) $0.\dot{6}2\dot{1}$　　(4) $0.82\dot{4}$

중/단/원 기본

1

목표| 분수를 소수로 나타내고, 유한소수와 무한소수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| (1) $-\frac{3}{4}=\mathbf{-0.75}$이므로 **유한소수**이다.

(2) $\frac{7}{18}=\mathbf{0.3888\cdots}$이므로 **무한소수**이다.

(3) $1\frac{5}{8}=1+5\div8=\mathbf{1.625}$이므로 **유한소수**이다.

(4) $\frac{19}{33}=\mathbf{0.5757\cdots}$이므로 **무한소수**이다.

2

목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $\frac{3}{40}=\frac{3}{2^3\times5}$은 기약분수이고, 분모의 소인수가 2와 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉡ $\frac{21}{625}=\frac{21}{5^4}$은 기약분수이고, 분모의 소인수가 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉣ $\frac{9}{225}=\frac{1}{5^2}$에서 분모의 소인수가 5뿐이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

3

목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 찾고, 그 분수를 유한소수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (2) $\frac{9}{20}=\frac{9}{2^2\times5}=\frac{9\times5}{2^2\times5^2}=\frac{45}{100}=\mathbf{0.45}$

(5) $\frac{49}{70}=\frac{7}{10}=\mathbf{0.7}$

(6) $\frac{3}{125}=\frac{3}{5^3}=\frac{3\times2^3}{5^3\times2^3}=\frac{24}{1000}=\mathbf{0.024}$

4

목표| 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 알게 한다.

풀이| (1) $\frac{20}{9}=2.2222\cdots=\mathbf{2.\dot{2}}$에서 순환마디는 **2**이다.

(2) $\frac{1}{11}=0.090909\cdots=\mathbf{0.\dot{0}\dot{9}}$에서 순환마디는 **09**이다.

(3) $\frac{13}{60}=0.21666\cdots=\mathbf{0.21\dot{6}}$에서 순환마디는 **6**이다.

(4) $\frac{53}{90}=0.5888\cdots=\mathbf{0.5\dot{8}}$에서 순환마디는 **8**이다.

5

목표| 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $0.\dot{6}\dot{3}$을 x라 하고, $100x-x$를 이용하면

$99x=63$, $x=\frac{63}{99}=\mathbf{\frac{7}{11}}$

(2) $0.1\dot{7}$을 x라 하고, $100x-10x$를 이용하면

$90x=16$, $x=\frac{16}{90}=\mathbf{\frac{8}{45}}$

교과서 23 쪽



중/단/원 실력

1 분수 $\frac{7}{13}$을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 20번째 자리 숫자를 구하여라.

• 기약분수로 나타내었을 때, 분모가 2 또는 5만을 소인수로 가지려면 분자는 어떤 수가 되어야 하는지 생각해 본다.

2 분수 $\frac{x}{2^2\times3\times5}$를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. 이때 x가 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 두 자리의 자연수를 구하여라.

3 x가 100보다 작은 자연수일 때, 분수 $\frac{x}{130}$를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{y}$이다. x, y의 값을 구하여라.

• 먼저 주어진 순환소수를 기약분수로 나타내어 본다.

4 순환소수 $1.8\dot{3}$에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라.

5 두 수 $\frac{13}{42}$, $\frac{49}{60}$에 자연수 a를 곱하면 두 수 모두 유한소수가 된다. 이러한 a의 값 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

(3) $0.\dot{6}2\dot{1}$을 x라 하고, $1000x-x$를 이용하면

$999x=621$, $x=\frac{621}{999}=\mathbf{\frac{23}{37}}$

(4) $0.82\dot{4}$를 x라 하고, $1000x-100x$를 이용하면

$900x=742$, $x=\frac{742}{900}=\mathbf{\frac{371}{450}}$

중/단/원 실력

1

목표| 순환마디를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{7}{13}=0.\dot{5}3846\dot{1}$로 소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디 538461의 여섯 개의 숫자가 차례로 반복된다. 따라서 $20=6\times3+2$이므로 소수점 아래 20번째 자리의 숫자는 반복되는 수의 두 번째 숫자인 **3**이다.

2

목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 만들 수 있게 한다.

풀이| 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이려면 x는 3의 배수이어야 한다. 따라서 x가 될 수 있는 가장 큰 두 자리 자연수는 **99**이다.

3

목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{x}{130}=\frac{x}{2\times5\times13}$가 유한소수이므로 x는 13의 배수이고, $\frac{x}{130}=\frac{7}{y}$이므로 x는 7의 배수이다.
따라서 x는 13과 7의 최소공배수인 **91**이고, $\frac{x}{130}=\frac{91}{130}=\frac{7}{10}$이므로 y는 **10**이다.

4

목표| 순환소수를 분수로 나타내어 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| $1.8\dot{3}$을 x라고 하면 $x=1.8333\cdots$

$$\begin{array}{r} 100x=183.333\cdots \\ -)\ \ 10x=\ \ 18.333\cdots \\ \hline 90x=165 \end{array} \qquad x=\frac{165}{90}=\frac{11}{6}$$

따라서 곱하여야 할 가장 작은 자연수는 $6\times11=$**66**이다.

5

목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{13}{42}=\frac{13}{2\times3\times7}$, $\frac{49}{60}=\frac{7^2}{2^2\times3\times5}$

$\frac{13}{42}\times a$, $\frac{49}{60}\times a$가 유한소수가 되게 하려면 자연수 a는 3과 7을 약수로 가져야 한다. 따라서 가장 작은 수 a는 3과 7의 최소공배수인 **21**이다.

수행 과제

● 수행 과제 의도

이 수행 과제는 컴퓨터 프로그램을 활용하여 여러 가지 분수를 순환소수로 나타내고 순환마디를 찾아봄으로써 유리수와 순환소수 사이의 관계를 정리하고, 순환소수의 특징을 추론해 보기 위한 것이다.

과제 1 _예시

(1) $\frac{12}{19}=0.\dot{6}3157894736842105\dot{2}$

순환마디: 631578947368421052

(2) $\frac{5}{23}=0.\dot{2}17391304347826086956\dot{5}$

순환마디: 2173913043478260869565

(3) $\frac{16}{31}=0.\dot{5}1612903225806\dot{4}$

순환마디: 516129032258064

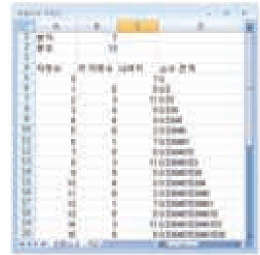
교과서 24 쪽

수행 과제

컴퓨터 프로그램을 활용한 순환소수 구하기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 순환소수를 구하여 보자.

❶ A1, A2 셀에 '분자', '분모'라 각각 쓰고, B1, B2 셀에 유리수의 분자, 분모의 값을 각각 써넣는다.
❷ 자릿수는 소수점 아래 숫자의 개수를 나타낸다.
❸ C5 셀에 '=B1'을 써넣어 나머지로서 분자가 나타나게 한다.
❹ B6 셀에 '=INT(10*C5/B2)'를 써넣는다.
❺ C6 셀에 '=C5*10−B6*B2'를 써넣는다.
❻ 소수 전개식을 나타내기 위해서 D5 셀에 '="0."'이라고 써넣는다.
❼ D6 셀에 '=D5&TEXT(B6, 0)'을 써넣는다.
❽ B6 셀에서 D6 셀까지 아래로 블록을 잡아 메뉴에서 [편집]-[채우기]-[아래쪽]을 선택하면 오른쪽 그림처럼 순환소수가 나타난다.



과제 1 다음 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 구하여라.

(1) $\frac{12}{19}$ (2) $\frac{5}{23}$ (3) $\frac{16}{31}$

과제 2 분수 $\frac{n}{19}$을 순환소수로 나타낼 때, 자연수 n의 값이 변함에 따라 어떤 성질이 나타나는지 찾아보자.

교과서 25 쪽

학습에 대한 **자/기/평/가**

이름:

점검 항목				
학습 내용	유한소수와 무한소수의 의미를 이해하였는가?			
	순환소수의 의미를 이해하였는가?			
	유리수와 순환소수의 관계를 이해하였는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

과제 2 _예시

분수 $\frac{n}{19}$을 순환소수로 나타내어 보면 다음과 같다.

$$\frac{1}{19}=0.\dot{0}5263157894736842\dot{1}$$
$$\frac{2}{19}=0.\dot{1}0526315789473684\dot{2}$$
$$\frac{3}{19}=0.\dot{1}5789473684210526\dot{3}$$
$$\frac{4}{19}=0.\dot{2}1052631578947368\dot{4}$$
$$\vdots$$

이와 같이 순환마디는 모두 18개의 숫자 157894736842105263으로 되어 있으며, 자연수 n의 값에 따라서 18개의 숫자의 배열만 다르다. 즉, 소수로 나타내면 소수점 아래의 몇 개의 숫자 이후로 157894736842105263이 반복된다.

교과서 26 쪽

Ⅰ. 유리수

대단원 핵심 한눈에 보기

① 유리수와 소수

유한소수	소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 유한개인 소수 예 0.32, 3.467, 10.1234
무한소수	소수점 아래의 0이 아닌 숫자가 무한히 계속되는 소수 예 0.333⋯, 2.6262⋯, 3.141592⋯
유한소수로 나타낼 수 있는 분수	분수를 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다. 예 유한소수: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{13}{50}$ 무한소수: $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{11}{60}$

② 유리수와 순환소수

순환소수	소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 끝없이 되풀이되는 무한소수
순환마디	순환소수에서 일정하게 되풀이되는 소수점 아래의 한 부분
순환소수를 분수로 나타내기	$x=3.\dot{5}$라고 하면 $x=3.5555\cdots$ $10x=35.5555\cdots$ $-)\ x=3.5555\cdots$ $9x=32$ $x=\frac{32}{9}$ 즉, 순환소수 $3.\dot{5}$를 분수로 나타내면 $\frac{32}{9}$이다.
유리수와 순환소수	(1) 유한소수와 순환소수는 유리수이다. (2) 정수가 아닌 유리수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 유한소수, 무한소수, 순환소수, 순환마디
- $2.\dot{4}1\dot{5}$(순환소수 표현)

지도 내용

1. 유한소수, 무한소수의 의미를 이해하고, 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 알도록 한다.

2. 순환소수, 순환마디의 의미를 이해하고 분수를 소수로, 순환소수를 분수로 나타내어 봄으로써 정수가 아닌 유리수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있음을 알도록 한다.

만화로 보는 수학 이야기

만화에서 운송 요금이 결정되는 분수는 소수로 나타내었을 때 유한소수이고, 그렇지 않은 분수는 무한소수이다. 이번 단원에서는 유리수와 소수, 유리수와 순환소수 사이의 관계를 지도하였다.

생각 키/우/기

짐을 실을 수 있는 분수는 유한소수이고, 짐을 실을 수 없는 분수는 무한소수이다.

교과서 27 쪽

만화로 보는 수학 이야기

분수들의 비행기 여행



생각 키/우/기 짐을 실을 수 있는 분수와 실을 수 없는 분수의 차이점은 무엇인지 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

1

목표| 유한소수로 나타낼 수 없는 분수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| ① $\frac{5}{7}$는 분모의 소인수가 7이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

답 ①

2

목표| 유리수는 정수 또는 소수로 나타낼 수 있음을 알게 한다.

풀이| ⑤ 유리수를 소수로 나타낼 때, 무한소수가 되면 이 무한소수는 반드시 순환소수이다.

답 ⑤

3

목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{5}{6}=\frac{5}{2\times3}$, $\frac{7}{16}=\frac{7}{2^4}$

$\frac{21}{30}=\frac{7}{10}=\frac{7}{2\times5}$, $\frac{3}{33}=\frac{1}{11}$

$\frac{9}{75}=\frac{3}{25}=\frac{3}{5^2}$

따라서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은 $\frac{7}{16}$, $\frac{21}{30}$, $\frac{9}{75}$의 3개이다.

답 ③

4

목표| 순환소수와 유한소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| ① $0.\dot{2}=\frac{2}{9}$

② $0.3=\frac{3}{10}$

⑤ $-0.2\dot{5}=-\frac{23}{90}$

답 ③, ④

교과서 28 쪽

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것은?

① $\frac{5}{7}$　② $\frac{3}{2^2\times3}$　③ $\frac{13}{5^2}$

④ $\frac{7}{2^3\times5^2}$　⑤ $\frac{3^3}{2\times3\times5^2}$

2 유리수 $\frac{b}{a}(a\neq0)$에서 정수 b를 a로 나눌 때, 다음 중에서 그 계산 결과가 될 수 없는 것은?

① 정수　② 자연수

③ 유한소수　④ 순환소수

⑤ 순환하지 않는 무한소수

3 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수는?

$\frac{5}{6}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{21}{30}$, $\frac{3}{33}$, $\frac{9}{75}$

① 1　② 2　③ 3

④ 4　⑤ 5

4 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾으면? (정답 2개)

① $0.\dot{2}=\frac{1}{5}$　② $0.3=\frac{1}{3}$

③ $-0.\dot{4}\dot{5}=-\frac{5}{11}$　④ $7.\dot{5}=7\frac{5}{9}$

⑤ $-0.2\dot{5}=-\frac{25}{99}$

5 다음 중에서 순환소수를 바르게 나타낸 것은?

① $0.02828\cdots=0.0\dot{2}8\dot{2}$

② $1.123123\cdots=1.\dot{1}\dot{2}\dot{3}$

③ $4.0222\cdots=4.0\dot{2}2\dot{2}$

④ $2.131131\cdots=2.\dot{1}3\dot{1}$

⑤ $3.907878\cdots=3.907\dot{8}$

6 다음 중에서 $x=1.2\dot{7}\dot{3}$을 분수로 나타내는 과정에서 필요한 식은?

① $1000x-x$

② $1000x-10x$

③ $1000x-100x$

④ $100x-10x$

⑤ $10000x-10x$

7 $\frac{7}{30}\times a$가 유한소수가 되도록 하는 자연수 a의 값 중에서 가장 작은 수는?

① 2　② 3　③ 5

④ 7　⑤ 15

8 다음 수 중에서 하나를 골라 x라고 할 때, 분수 $\frac{1}{x}$을 소수로 나타내면 순환소수가 되는 x의 개수는?

2,　5,　7,　9,　10,　15

① 2　② 3　③ 4

④ 5　⑤ 6

5

목표| 순환소수를 간단히 표현할 수 있게 한다.

풀이| ① $0.02828\cdots=0.0\dot{2}\dot{8}$

② $1.123123\cdots=1.\dot{1}2\dot{3}$

③ $4.0222\cdots=4.0\dot{2}$

⑤ $3.907878\cdots=3.90\dot{7}\dot{8}$

답 ④

6

목표| 순환소수를 분수로 나타내는 과정에서 필요한 식을 알게 한다.

풀이| $x=1.2737373\cdots$의 양변에 10과 1000을 곱하면

$10x=12.737373\cdots$　$\cdots\cdots$ ①

$1000x=1273.737373\cdots$　$\cdots\cdots$ ②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$990x=1261$, $x=\frac{1261}{990}$

위와 같이 식 $1000x-10x$가 필요하다.

답 ②

9 다음 중에서 옳은 것을 찾으면?

① 유한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
② 모든 무한소수는 순환소수이다.
③ 기약분수를 소수로 고치면 모두 유한소수가 된다.
④ 모든 무한소수는 유리수이다.
⑤ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.

10 $0.\dot{4}\dot{7}=47\times A$일 때, A의 값은?

① 0.1 ② 0.01 ③ 0.001
④ $0.0\dot{1}$ ⑤ $0.\dot{0}\dot{1}$

서/답/형

11 순환소수 $1.\dot{6}\dot{3}$을 분수로 나타내어라.

12 $0.\dot{6}=\frac{a}{3}$, $0.4\dot{3}=\frac{b}{30}$라고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

13 $\frac{11}{280}\times n$을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다. n의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 작은 두 자리의 자연수를 구하여라.

14 분수 $\frac{10}{27}$을 소수로 나타내었을 때, 소수점 아래 35번째 자리 숫자를 구하여라.

|서술형|
15 $\frac{1}{10}+\frac{1}{10^3}+\frac{1}{10^5}+\cdots$을 순환소수로 나타내는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|
16 분수 $\frac{a}{60}$를 계산기를 이용하여 소수로 나타내었더니 다음과 같은 결과를 얻었다. 이때 자연수 a의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

0.21666666…

7

목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{7}{30}\times a=\frac{7}{2\times3\times5}\times a$이므로 a는 3의 배수이다.
따라서 가장 작은 자연수 a는 3이다.

답 ②

8

목표| 순환소수가 되는 분수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| 기약분수의 분모가 2나 5 이외의 소인수를 가지면 그 분수는 무한소수가 되며 이 무한소수는 반드시 순환소수로 나타내어진다.

따라서 $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}=\frac{1}{3^2}$, $\frac{1}{15}=\frac{1}{3\times5}$은 기약분수이고, 순환소수가 되므로 구하는 x는 7, 9, 15의 3개이다.

답 ②

9

목표| 유리수와 유한소수, 무한소수 사이의 관계를 알 수 있게 한다.

풀이| ① 유한소수는 분수로 나타낼 수 있다.
② 원주율 $\pi=3.141592\cdots$와 같이 순환하지 않는 무한소수도 있다.
③ 기약분수 중에서 분모의 소인수가 2나 5 이외의 것을 갖는 분수는 무한소수로 나타내어진다.
④ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.

답 ⑤

10

목표| 순환소수를 분수로 나타내고, 이를 이용하여 A의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $0.\dot{4}\dot{7}$을 x라고 하면

$x=0.474747\cdots$ ……①
$100x=47.474747\cdots$ ……②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$99x=47$, $x=\frac{47}{99}$

$\frac{47}{99}=47\times A$에서

$A=\frac{1}{99}=0.0101\cdots=0.\dot{0}\dot{1}$

답 ⑤

11

목표| 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $1.\dot{6}\dot{3}$을 x라고 하면

$x=1.636363\cdots$ ……①

①의 양변에 100을 곱하면

$100x=163.636363\cdots$ ……②

②에서 ①을 변끼리 빼면

$99x=162$

$x=\frac{162}{99}=\frac{18}{11}$

답 $\frac{18}{11}$

12

목표 | 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | $0.\dot{6}$을 x라 하고, $10x-x$를 이용하면

$9x=6$, $x=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

따라서 $a=2$이다.

$0.4\dot{3}$을 x라 하고, $100x-10x$를 이용하면

$90x=39$, $x=\frac{39}{90}=\frac{13}{30}$

따라서 $b=13$이다.

$a+b=2+13=15$

답 15

13

목표 | 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | $\frac{11}{280}\times n=\frac{11}{2^3\times5\times7}\times n$이므로 n은 7의 배수이다.

따라서 n은 7의 배수 중에서 가장 작은 두 자리의 자연수인 14이다.

답 14

14

목표 | 순환마디를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | $\frac{10}{27}=10\div27=0.\dot{3}7\dot{0}$으로 소수점 아래 첫째 자리부터 순환마디 370의 세 개의 숫자가 차례로 반복된다.

따라서 $35=11\times3+2$이므로 소수점 아래 35번째 자리 숫자는 반복되는 수의 두 번째 숫자인 7이다.

답 7

15

목표 | 분수의 합을 소수의 합으로 나타내고, 이 값을 순환소수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | $\frac{1}{10}+\frac{1}{10^3}+\frac{1}{10^5}+\cdots$

$=0.1+0.001+0.00001+\cdots$ ⋯ ㉠

$=0.10101\cdots$

$=0.\dot{1}\dot{0}$ ⋯ ㉡

답 $0.\dot{1}\dot{0}$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	분수의 합을 소수의 합으로 나타내기	㉠	40%
답 구하기	순환소수로 나타내기	㉡	60%

16

목표 | 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | 계산기에 나타난 소수 $0.216666\cdots$을 x라고 하면

$x=0.216666\cdots$이므로 ⋯ ㉠

$$\begin{array}{rl} & 1000x=216.6666\cdots \\ -) & \ \ 100x=\ \ 21.6666\cdots \\ \hline & \ \ 900x=195 \end{array}$$ ⋯ ㉡

$x=\frac{195}{900}=\frac{13}{60}$ ⋯ ㉢

이때 $x=\frac{a}{60}=\frac{13}{60}$이므로 $a=13$ ⋯ ㉣

답 13

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	x로 나타내기	㉠	20%
	$1000x-100x$ 계산하기	㉡	40%
	x를 분수로 나타내기	㉢	20%
답 구하기	a의 값 구하기	㉣	20%

교과서 30 쪽

수학산책

달력

달은 지구의 유일한 위성으로 약 384400 km 떨어진 거리에서 지구 주위를 서쪽에서 동쪽으로 돌고 있다. 달의 크기는 지구의 $\frac{1}{3}$보다 작으며 적도의 반지름의 길이는 약 1738 km 정도이다. 또 질량은 지구의 약 $\frac{1}{81}$에 불과하고 중력은 지구의 $\frac{1}{6}$ 정도이며 태양의 빛을 반사하여 빛을 내지만 반사율, 즉 받은 빛을 반사하는 비율은 약 0.073에 불과하다.

달이 지구를 한 바퀴 도는 데는 정확하게 29.53일이 걸리는데 이 시간을 기준으로 하여 한 달을 29일 또는 30일로 정한 것이 태음력이다. 그런데 태음력은 실제 달의 공전주기와 차이가 나기 때문에 이런 차이를 메우기 위하여 어떤 해는 일 년 중 새로운 한 달을 끼워 넣는다. 이렇게 새로 끼워 넣은 달을 윤달이라고 한다.

반면에 지구가 태양을 한 바퀴 도는 것을 기준으로 날짜를 정하는 것을 태양력이라 한다. 태양력에도 음력의 윤달과 같은 것이 있으나 음력처럼 한 달을 통째로 끼워 넣는 대신에 특정한 해에 하루를 첨가하는 윤년을 사용하고 있다.

오늘날 우리가 사용하고 있는 것과 같은 형식의 달력은 로마의 황제였던 카이사르(Caesar. G. J. ; B. C. 100~B. C. 44)에 의하여 처음 고안된 것으로 카이사르의 달력에 의하면 지구가 태양을 한 바퀴 도는 데 걸리는 시간인 $365\frac{1}{4}$일을 1년으로 하고 있다.

교과서 31 쪽

여기에 나타나는 $\frac{1}{4}$일은 4년에 한 번씩 2월에 하루를 더하여 차이를 메우고 있는데, 이처럼 2월에 하루를 더하는 해를 윤년이라고 한다.

그러나 이렇게 4년마다 하루씩 더하여도 지구가 태양을 한 바퀴 도는 1년 동안과는 11분의 차이가 난다. 실제로 태양이 춘분점을 지나서 다시 춘분점까지 되돌아오는 1태양년은 365.2422일이다.

따라서 우리가 사용하는 1년의 365일과의 차 0.2422일은 4년마다 윤년을 두어 처리해도 정확하게 맞지는 않는다.

이것을 반영하여 만든 것이 오늘날 우리가 사용하고 있는 달력으로 1582년 교황 그레고리우스 13세(Gregorius XIII ; 1502~1585)가 제정한 '그레고리력'이다. 이 달력에 의하면 4년마다 윤년을 두되 100으로 나누어지는 해는 평년으로 하고 400의 배수인 1600년, 2000년 등은 윤년으로 정한다.

그레고리력에 의하면 400년 중에서 평년은 303번 나타나고 윤년은 97번 나타나며, 1년은 평균 365.2425일이다. 하루는 86400초이므로 1태양년과의 차는 겨우 25.92초 정도이다. 그래서 그레고리력이 제정된 1582년부터 $\frac{86400}{25.92}$(=약 $3333.\dot{3}$)년 뒤인 4916년에는 태양력보다 하루 앞서게 된다. 따라서 4916년은 윤년이 되는 4의 배수임에도 불구하고 평년이 된다.

여러분이 4916년까지 살 수 있다면 그 해의 달력에서 2월이 28일뿐이라는 것을 볼 수 있을 것이다.



선/택/형

1 다음 중에서 분수 $\frac{1}{125}$을 소수로 나타내기 위하여 분모를 10의 거듭제곱으로 고치려고 한다. 분모, 분자에 곱해야 하는 수는? [6점]

① 2 ② 4 ③ 5
④ 8 ⑤ 25

2 다음 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것은? [6점]

① $\frac{7}{24}$ ② $\frac{15}{42}$ ③ $\frac{9}{54}$
④ $\frac{3}{144}$ ⑤ $\frac{18}{300}$

3 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 순환마디를 바르게 나타내지 않은 것은? [6점]

① $\frac{5}{9}$ ⇨ 5 ② $\frac{2}{11}$ ⇨ 18 ③ $\frac{7}{90}$ ⇨ 7
④ $\frac{56}{99}$ ⇨ 56 ⑤ $\frac{28}{110}$ ⇨ 45

4 다음 중에서 순환소수의 표현이 옳은 것은? [6점]

① $1.5555\cdots=1.\dot{5}$
② $0.409090\cdots=0.40\dot{9}\dot{0}$
③ $12.312312312\cdots=\dot{1}2.\dot{3}$
④ $0.1010101\cdots=0.\dot{1}0\dot{1}$
⑤ $0.24102410\cdots=0.\dot{2}\dot{4}\dot{1}\dot{0}$

5 다음 중에서 순환소수 $x=0.\dot{3}2\dot{8}$을 분수로 나타내는 과정에서 필요한 식은? [7점]

① $10x-x$ ② $100x-10x$
③ $1000x-x$ ④ $1000x-10x$
⑤ $10000x-100x$

6 다음 중에서 대소 관계가 옳은 것은? [6점]

① $\frac{3}{5}<0.\dot{6}$ ② $\frac{32}{99}<0.3\dot{2}$
③ $0.71>\frac{32}{45}$ ④ $0.\dot{0}\dot{1}>\frac{1}{90}$
⑤ $\frac{289}{990}>0.\dot{2}\dot{9}$

7 $0.1\dot{6}=\frac{a}{b}$이고 a와 b가 서로소일 때, $a+b$의 값은? [7점]

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

8 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [6점]

① 순환소수는 유리수이다.
② 유한소수와 무한소수는 유리수이다.
③ 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
④ 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 모두 순환소수로 나타낼 수 있다.
⑤ 분모의 소인수가 2나 5뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

서/답/형

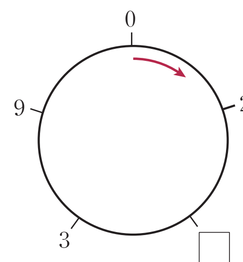
9 다음은 순환소수 $0.2\dot{7}\dot{9}$를 분수로 나타내는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라. [8점]

> 순환소수 $0.2\dot{7}\dot{9}$를 x라고 하면
> $x=0.2797979\cdots$ ……①
> ①의 양변에 □을 곱하면
> □$x=2.797979\cdots$ ……②
> ①의 양변에 □을 곱하면
> □$x=279.797979\cdots$ ……③
> ③－②를 하면 □$x=$□
> $x=$□

10 분수 $\frac{37}{165}$을 소수로 나타내면 $A+0.0\dot{2}\dot{4}$일 때, A의 값을 기약분수로 나타내어라. [8점]

11 분수 $\frac{3}{55}$을 순환소수로 나타낼 때, 소수점 아래 50번째 자리의 숫자를 구하여라. [8점]

12 분수 $\frac{1}{41}$을 소수로 나타내었을 때, 순환마디를 오른쪽 그림과 같이 차례로 원의 주위에 나타내었다. □ 안에 알맞은 수를 써넣고, 소수점 아래 50번째 자리 숫자를 구하여라. [8점]



|서술형|

13 분수 $\frac{2}{7}$를 소수로 나타내었을 때, 순환마디의 숫자의 개수를 a개라 하고 소수점 아래 100번째 자리 숫자를 b라고 하자. 이때 ab의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [9점]

|서술형|

14 두 분수 $\frac{n}{14}$과 $\frac{n}{75}$을 소수로 나타내면 모두 유한소수가 된다고 할 때, 두 자리의 자연수 n의 개수를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [9점]

> 60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

하·수준

1 다음 소수를 유한소수와 무한소수로 구별하여라.

(1) 4.38888⋯ (2) 0.35134

(3) 2.54159278 (4) 0.010101003⋯

2 다음 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 수를 찾아라.

ㄱ $\frac{2}{3}$ ㄴ $\frac{5}{7}$ ㄷ $\frac{12}{30}$ ㄹ $\frac{6}{9}$ ㅁ $\frac{1}{999}$

3 다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣어라.

0.151515⋯와 같이 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 끝없이 되풀이되는 무한소수를 □라고 하며, 일정하게 되풀이되는 소수점 아래의 한 부분을 □라고 한다.

4 분수 $\frac{4}{9}$를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 말하여라.

5 다음 중 순환소수 $x=0.\dot{5}\dot{4}$를 분수로 나타내는 과정에서 필요한 식을 찾아라.

ㄱ $100x-x$ ㄴ $1000x-x$ ㄷ $1000x-100x$ ㄹ $100x-10x$

중·수준

1 다음 중에서 정수가 아닌 유리수를 모두 찾아라.

㉠ $\frac{1}{4}$	㉡ 0	㉢ π	㉣ -2.3
㉤ $4.\dot{2}\dot{7}$	㉥ -9	㉦ 3.14	㉧ $1.413413413\cdots$

2 분수 $\frac{3}{40}$을 $\frac{a}{10^n}$의 꼴로 나타내었을 때, 가장 작은 자연수 a, n을 각각 구하여라.

3 $\frac{5}{2^3\times3\times7}\times n$을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때 자연수 n의 값이 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

4 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 순환마디가 다른 하나를 찾아라.

㉠ $\frac{1}{3}$	㉡ $\frac{5}{6}$	㉢ $\frac{8}{11}$	㉣ $\frac{7}{12}$	㉤ $\frac{7}{30}$

5 다음 순환소수를 분수로 나타내어라.

(1) $0.\dot{3}\dot{4}$ (2) $0.\dot{2}0\dot{4}$

(3) $0.0\dot{4}$ (4) $0.4\dot{1}\dot{3}$

상·수준

1 어떤 자연수에 $1.\dot{5}$를 곱해야 할 것을 1.5로 잘못 보고 계산하였더니 그 결과가 정답보다 1이 작았다고 한다. 어떤 자연수를 구하여라.

2 $\frac{1}{4}$과 $\frac{5}{6}$ 사이의 분수 중에서 분모가 12이고 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

3 $\frac{17}{30}=x+0.0\dot{3}$일 때, x의 값을 기약분수로 나타내어라.

4 분수 $\frac{x}{48}$를 유한소수로 나타낼 수 있다고 할 때, 한 자리 자연수 x가 될 수 있는 값을 모두 구하여라.

5 순환소수 $0.3\dot{2}6\dot{5}$에서 소수점 아래 50번째 자리의 숫자를 구하여라.

1 목표| 10의 거듭제곱을 이용하여 분수를 소수로 나타내는 방법을 알게 한다.

풀이| $\frac{1}{125}=\frac{1}{5^3}=\frac{1\times 2^3}{5^3\times 2^3}=\frac{8}{1000}=0.008$

따라서 분모, 분자에 곱해야 하는 수는 8이다.

답 ④

2 목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수와 나타낼 수 없는 분수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| ⑤ $\frac{18}{300}=\frac{3}{50}=\frac{3}{2\times 5^2}$

답 ⑤

3 목표| 분수를 순환소수로 나타내어 순환마디를 찾을 수 있게 한다.

풀이| ⑤ $\frac{28}{110}=0.2545454\cdots$이므로 순환마디는 54이다.

답 ⑤

4 목표| 순환소수를 간단히 표현할 수 있게 한다.

풀이| ② $0.\dot{4}0\dot{9}$ ③ $12.\dot{3}1\dot{2}$ ④ $0.\dot{1}\dot{0}$
⑤ $0.\dot{2}41\dot{0}$

답 ①

5 목표| 순환소수를 분수로 나타내는 과정에서 필요한 식을 알게 한다.

풀이| $x=0.328328\cdots$이므로

$$\begin{array}{rl} 1000x=328.328328\cdots \\ -)\quad x=0.328328\cdots \\ \hline 999x=328 \end{array} \qquad x=\frac{328}{999}$$

위와 같이 식 $1000x-x$가 필요하다.

답 ③

6 목표| 소수와 분수의 대소 관계를 알게 한다.

풀이| ① $\frac{3}{5}=0.6$이므로 $\frac{3}{5}<0.\dot{6}$

답 ①

7 목표| 순환소수를 분수로 나타내어 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $0.1\dot{6}=\frac{15}{90}=\frac{1}{6}$이므로 $a=1,\ b=6$

$a+b=7$

답 ②

8 목표| 유리수와 유한소수, 무한소수 사이의 관계를 알게 한다.

풀이| ② 무한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
③ 유리수는 순환소수, 즉 무한소수로 나타낼 수도 있다.

답 ②, ③

9 목표| 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 순환소수 $0.2\dot{7}\dot{9}$를 x라고 하면

$x=0.2797979\cdots$ ……①

①의 양변에 $\boxed{10}$을 곱하면

$\boxed{10}x=2.797979\cdots$ ……②

①의 양변에 $\boxed{1000}$을 곱하면

$\boxed{1000}x=279.797979\cdots$ ……③

③−②를 하면 $\boxed{990}x=\boxed{277}$

$x=\boxed{\frac{277}{990}}$

답 10, 10, 1000, 1000, 990, 277, $\frac{277}{990}$

10 목표| 분수와 순환소수의 차를 계산할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{37}{165}=A+0.0\dot{2}\dot{4}$에서

$A=\frac{37}{165}-0.0\dot{2}\dot{4}=\frac{37}{165}-\frac{4}{165}=\frac{33}{165}=\frac{1}{5}$

답 $\frac{1}{5}$

11 목표| 분수를 순환소수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $\frac{3}{55}=0.0545454\cdots$에서 소수점 아래 2번째 자리부터 54의 두 개의 숫자가 반복되므로 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 5이다.

답 5

12 목표| 순환마디를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{1}{41}=0.\dot{0}243\dot{9}$이므로 □ 안에 알맞은 숫자는 4이고, $50=5\times10$이므로 소수점 아래 50번째 자리 숫자는 9이다.

답 4, 9

13 목표| 분수를 순환소수로 나타내어 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{2}{7}=0.\dot{2}8571\dot{4}$ …㉠

순환마디의 숫자는 6개이므로 $a=6$ …㉡

$100=6\times16+4$이므로 소수점 아래 100번째 자리 숫자는 $b=7$ …㉢

$ab=6\times7=42$ …㉣

답 42

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	분수를 순환소수로 나타내기	㉠	2점
	a의 값 구하기	㉡	3점
	b의 값 구하기	㉢	3점
답 구하기	ab의 값 구하기	㉣	1점

14 목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이용하여 자연수 n의 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{n}{14}=\frac{n}{2\times7}$, $\frac{n}{75}=\frac{n}{3\times5^2}$ …㉠

이므로 n은 3과 7의 공배수이어야 한다. …㉡

따라서 두 자리의 자연수 n은 21, 42, 63, 84의 4개이다. …㉢

답 4개

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	분모를 소인수분해하여 나타내기	㉠	3점
	n이 되는 수 구하기	㉡	4점
답 구하기	자연수 n의 개수 구하기	㉢	2점

하·수준

1 목표| 유한소수와 무한소수를 구별할 수 있게 한다.

풀이| (1) 무한소수 (2) 유한소수
(3) 유한소수 (4) 무한소수

답 유한소수: (2), (3)
무한소수: (1), (4)

2 목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| 기약분수로 나타내었을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉢ $\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$이므로 유한소수로 나타낼 수 있다.

답 ㉢

3 목표| 순환소수와 순환마디의 뜻을 알게 한다.

풀이| 0.151515…와 같이 소수점 아래의 어떤 자리에서부터 일정한 숫자의 배열이 끝없이 되풀이되는 무한소수를 순환소수라고 하며, 일정하게 되풀이되는 소수점 아래의 한 부분을 순환마디라고 한다.

답 순환소수, 순환마디

4 목표| 분수를 순환소수로 나타내고, 순환마디를 찾을 수 있게 한다.

풀이| $\frac{4}{9}=0.444\cdots=0.\dot{4}$이므로 순환마디는 4이다.

답 $0.\dot{4}$, 4

5 목표| 순환소수를 분수로 나타내는 방법을 알게 한다.

풀이| $x=0.545454\cdots$이므로

$$\begin{array}{rl} 100x= & 54.5454\cdots \\ -)\quad x= & 0.5454\cdots \\ \hline 99x= & 54 \end{array} \qquad x=\frac{54}{99}=\frac{6}{11}$$

위와 같이 식 $100x-x$가 필요하다.

답 ㉠

중·수준

1 목표| 정수가 아닌 유리수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉡, ㉥은 정수이고, ㉢은 순환하지 않는 무한소수이다.

답 ㉠, ㉣, ㉤, ㉦, ㉧

2 목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 분모를 10의 거듭제곱으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $\frac{3}{40}=\frac{3}{2^3\times5}=\frac{3\times5^2}{2^3\times5\times5^2}=\frac{75}{10^3}$이므로

$a=75$, $n=3$

답 $a=75$, $n=3$

3 목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 기약분수의 조건을 알게 한다.

풀이| $\frac{5}{2^3\times3\times7}\times n$이 유한소수가 되려면 자연수 n은 21의 배수이어야 한다. 따라서 n의 값이 될 수 있는 가장 작은 수는 21이다.

답 21

4 목표| 분수를 소수로 나타내어 순환마디를 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $\frac{1}{3}=0.\dot{3}$ ㉡ $\frac{5}{6}=0.8\dot{3}$ ㉢ $\frac{8}{11}=0.\dot{7}\dot{2}$

㉣ $\frac{7}{12}=0.58\dot{3}$ ㉤ $\frac{7}{30}=0.2\dot{3}$

따라서 ㉠, ㉡, ㉣, ㉤은 순환마디가 3이고, ㉢은 순환마디가 72이다.

답 ㉢

5 목표| 순환소수를 분수로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $0.\dot{3}\dot{4}=\frac{34}{99}$ (2) $0.\dot{2}0\dot{4}=\frac{204}{999}=\frac{68}{333}$

(3) $0.0\dot{4}=\frac{4}{90}=\frac{2}{45}$ (4) $0.4\dot{1}\dot{3}=\frac{409}{990}$

답 (1) $\frac{34}{99}$ (2) $\frac{68}{333}$ (3) $\frac{2}{45}$ (4) $\frac{409}{990}$

상·수준

1 목표| 잘못 계산한 식에서 처음의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 어떤 자연수를 x라고 하면 $1.\dot{5}=\frac{14}{9}$이므로

$\frac{14}{9}x-\frac{15}{10}x=1$, $x=18$

답 18

2 목표| 주어진 수 사이의 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{1}{4}<\frac{a}{12}<\frac{5}{6}$에서 $\frac{3}{12}<\frac{a}{12}<\frac{10}{12}$

$\frac{a}{12}=\frac{a}{2^2\times3}$이므로 a는 $3<a<10$인 3의 배수를 찾으면 6, 9의 2개이다.

답 2개

3 목표| 분수와 순환소수의 차를 계산할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{17}{30}=x+\frac{1}{30}$

$x=\frac{17}{30}-\frac{1}{30}=\frac{16}{30}=\frac{8}{15}$

답 $\frac{8}{15}$

4 목표| 유한소수로 나타낼 수 있는 분수의 특징을 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{x}{48}=\frac{x}{2^4\times3}$가 유한소수가 되려면 x는 3의 배수이어야 한다. 따라서 한 자리 자연수 x는 3, 6, 9이다.

답 3, 6, 9

5 목표| 순환마디의 의미를 이해하게 한다.

풀이| 소수점 아래 첫 번째 자리의 숫자 3은 순환하지 않는 수이고, 순환마디는 3개의 숫자로 이루어져 있으므로 $49=3\times16+1$

따라서 소수점 아래 50번째 자리의 숫자는 순환마디의 첫 번째 숫자와 같으므로 2이다.

답 2

분수의 변신

3명 또는 4명이 다음과 같은 게임을 하여 보아라.

준비물

서로 다른 크기의 주사위 2개, 게임 판, 게임 말

〈게임 판〉

50 도착	49	48	47	46
41	42	43	44	45
40	39	38	37	36
31	32	33	34	35
30	29	28	27	26
21	22	23	24	25
20	19	18	17	16
11	12	13	14	15
10	9	8	7	6
1 출발	2	3	4	5

게임 규칙

① 두 개의 주사위를 던졌을 때, 큰 주사위의 눈의 수를 분모, 작은 주사위의 눈의 수를 분자로 하는 분수를 만든다.

② ①에서 만든 분수의 분자를 분모로 나누었을 때, 그 수가 1이면 말은 움직이지 못하고, 1이 아닌 정수이면 1칸, 유한소수이면 2칸, 순환소수이면 순환마디의 첫 번째 숫자만큼 말을 움직인다.

③ 말이 출발 지점에서 시작하여 도착 지점에 먼저 도착하는 사람이 이긴다.

④ 상대방의 말을 잡을 수 있고, 잡은 사람은 주사위를 한 번 더 던질 수 있다.

⑤ 잡힌 말은 출발 지점부터 다시 시작한다.

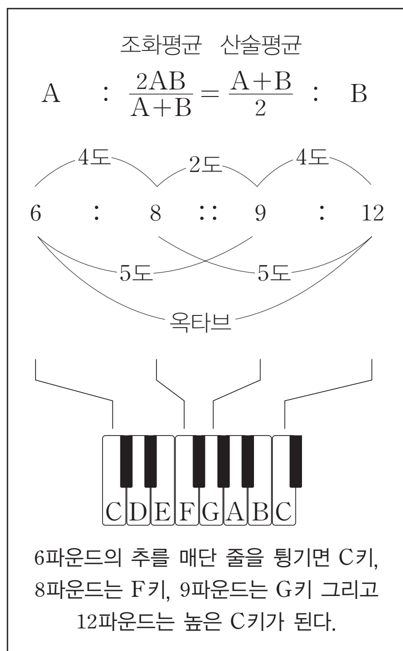


백아절현(伯牙絕絃)과 음계

인간의 사상과 감정을 주로 음으로 나타내는 소리 예술인 음악은 수학과 밀접한 관련이 있다.

피타고라스는 우주의 조화를 이해하고 그것을 다시 구현하는 데 어느 정도 성공하긴 했지만 그의 가르침이 상징적으로 이루어졌기 때문에 상징적 표상 체계가 부족한 사람들을 위하여 음악을 활용하기로 하였다. 그래서 피타고라스는 이성적으로 판단할 수 있도록 음악을 어떻게 체계화할 것이며, 정확한 소리를 내는 악기를 어떻게 만들지를 궁리했다.

이 문제를 고민하며 걷던 어느 날 피타고라스는 우연히 대장간 옆을 지나게 되었는데, 그곳에서 대장장이가 모루 위에 달궈진 쇠를 망치로 치는 소리를 듣게 되었다. 그는 뛰어난 청력으로 번갈아 내리치는 망치의 소리가 다르다는 것을 알게 되었다. 그런데 한 번을 제외하고 모든 소리들이 조화를 이루고 있었다. 그는 망치들이 내는 소리가 어울림음으로 완전 4도와 완전 5도 음이라는 것을 알았다. 그는 4번과 5번 음색 사이에는 소리가 조화롭지 못하고, 망치 소리 중에서 가장 크게 들린다는 것도 알았다. 피타고라스는 자신이 알아내고자 열망했던 음악의 법칙을 깨닫게 되었다.



6파운드의 추를 매단 줄을 튕기면 C키, 8파운드는 F키, 9파운드는 G키 그리고 12파운드는 높은 C키가 된다.

피타고라스는 실험을 통해 줄에 일정한 비율로 추를 매달면 조화로운 소리가 나는 것에 착안하여 악기를 만들었다. 또 사람들이 쉽게 음악을 연주하고 들을 수 있도록 리라를 비롯한 현악기들이 어울리는 음정을 만들어 낼 수 있는 음악적 체계를 세우기 시작했다. 그래서 결국 그는 오늘날의 '도, 레, 미, 파, 솔, 라, 시, 도'라는 8음계의 음정을 만들게 되었으며 이것을 '피타고라스의 8현 리라'라고도 한다.

궁극적으로 피타고라스는 그가 발견했던 우주의 모든 기본적인 원리를 음악과 수학의 언어로 바꾸어 놓았고, 그의 제자들은 스승으로부터 이런 과학을 배웠으며, 결국 우주의 조화를 이해할 수 있게 되었다.

서양에서 피타고라스의 제자들이 스승의 음악을 이해한 이야기가 있다면 동양에는 백아(伯牙)의 음악을 이해한 종자기(鍾子期)의 이야기가 있다.

춘추시대 거문고의 명수로 이름이 높았던 백아에게는 그 소리를 누구보다 잘 들어 주는 친구 종자기가 있었다. 백아가 거문고를 타며 높은 산과 큰 강의 분위기를 그려 내면 옆에서 귀를 기울이고 있던 종자기의 입에서는 탄성이 연발했다.

"멋지다. 하늘 높이 우뚝 솟는 그 느낌은 마치 태산(泰山)같군."

"훌륭해. 넘칠 듯이 흘러가는 그 느낌은 마치 황하(黃河) 같군."

두 사람은 그토록 마음이 통하는 연주자였고 열렬한 팬이었으나 불행히도 종자기는 병으로 죽고 말았다. 그러자 백아는 절망한 나머지 거문고의 줄을 끊고(伯牙絕絃) 다시는 연주하지 않았다고 한다.

백아가 거문고의 줄을 끊었다는 뜻의 백아절현(伯牙絕絃)은 '서로 마음이 통하는 절친한 벗의 죽음'을 이르는 말이다.

백아절현(伯牙絕絃) 伯(맏 백), 牙(어금니 아), 絕(끊을 절), 絃(줄 현)



Ⅱ 식의 계산

이 단원의 | 학 | 습 | 목 | 표 |

1. 지수법칙을 이해한다.
2. 이차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
3. 다항식의 곱셈의 원리를 이해하고, 곱셈 공식을 유도할 수 있다.
4. 다항식의 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.
5. 간단한 등식을 변형할 수 있다.

나노 기술은 우리나라뿐만 아니라 선진국들의 산업 발전에 기반이 되는, 시너지 효과가 큰 기술이다. 나노(nano)란 10억분의 1을 뜻하는 말로 고대 그리스 어로 난쟁이를 뜻하는 '나노스(nanos)'에서 나온 말이며, 그 말의 유래에서 아주 작다는 의미임을 알 수 있다. 1나노미터(nanometer)는 10억분의 1미터를 말하는데, 보통 사람의 머리카락 한 가닥의 굵기가 약 10만 나노미터라고 하니 1나노미터가 얼마나 작은지 짐작할 수 있을 것이다. 1나노미터를 분수로 나타내면

$\frac{1}{1000000000}$ m이고, 이것을 간단히 나타내면 $\frac{1}{10^9}$ m라고 쓸 수 있다.

이와 같이 매우 작은 수나 큰 수도 지수를 사용하면 간단하게 나타낼 수 있다.

단원을 시작하기 전에

수학에서는 의사소통을 원활히 하기 위해 수와 식을 최대한 간결하게 표현한다. 예를 들어 지구와 태양 사이의 거리 150000000 km와 지구와 달 사이의 거리 380000 km는 각각 1.5×10^8 km, 3.8×10^5 km로 나타낸다. 이와 같이 수와 식을 간결하게 표현하면 크기를 비교하거나 계산할 때 편리하므로 과학, 사회학, 공학, 경제학 등의 분야에 많이 사용된다. 이 단원에서는 지수법칙을 바탕으로 단항식과 다항식의 계산에 대하여 지도한다.

단원의 지도 목표

1. 단항식의 계산

① 지수법칙을 이해하게 한다.
② 지수법칙을 이용하여 단항식의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하게 한다.
③ 단항식의 곱셈과 나눗셈을 계산할 수 있게 한다.

2. 다항식의 계산

① 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.
② 이차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.
③ 분배법칙을 이용하여 단항식과 다항식, 다항식과 다항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.
④ 다항식의 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.
⑤ 다항식의 곱셈 원리를 이용하여 곱셈 공식을 유도할 수 있게 한다.
⑥ 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.
⑦ 주어진 식의 문자에 다른 식을 대입할 수 있게 한다.
⑧ 간단한 등식을 변형하여 한 문자에 관하여 풀 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 지수법칙은 지수가 자연수인 범위에서 단항식의 곱셈과 나눗셈을 하는 데 필요한 정도로 다룬다.
② 곱셈 공식은 다음의 경우만 다룬다.

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

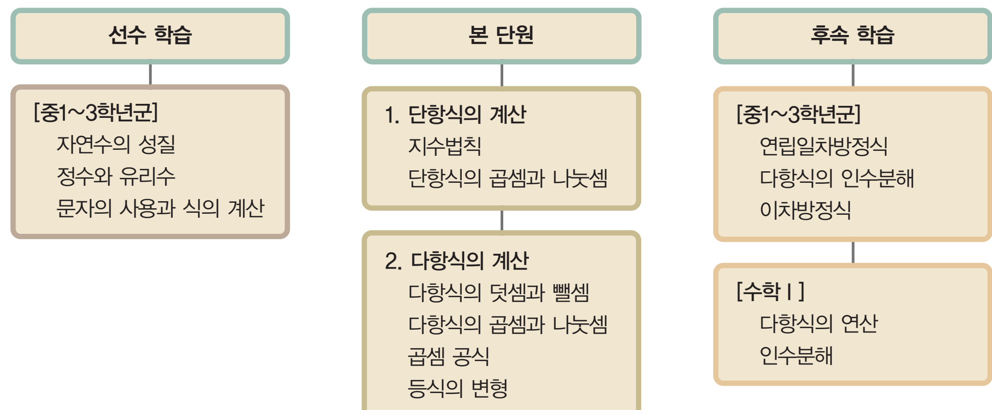
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

③ 다항식의 나눗셈에서는 다항식을 단항식으로 나누어 그 몫이 다항식이 되는 경우만 다룬다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			32~33	• 단원의 개관	
1. 단항식의 계산	준비 학습		34	• 거듭제곱 • 유리수의 곱셈과 나눗셈 • 기호 ×, ÷를 생략한 식 • 단항식과 수의 곱셈과 나눗셈	
	1-1 지수법칙	1~5	35~42	• $a^m \times a^n$, $(a^m)^n$의 계산 • $a^m \div a^n$, $(ab)^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n$의 계산 (단, m, n은 자연수)	
	1-2 단항식의 곱셈과 나눗셈	6~7	43~46	• 단항식의 곱셈 • 단항식의 나눗셈	
	수준별 학습	8	47~49	• 중단원 확인 학습 문제	
2. 다항식의 계산	준비 학습		50	• 분배법칙 • 동류항의 계산 • 일차식의 덧셈과 뺄셈 • 단항식의 곱셈과 나눗셈	
	2-1 다항식의 덧셈과 뺄셈	9~11	51~54	• 다항식의 덧셈과 뺄셈 • 이차식의 덧셈과 뺄셈	
	2-2 다항식의 곱셈과 나눗셈	12~14	55~60	• 단항식과 다항식의 곱셈 • 다항식과 다항식의 곱셈 • 다항식과 단항식의 나눗셈	전개
	2-3 곱셈 공식	15~17	61~66	• $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ • $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ • $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ • $(ax+b)(cx+d)$ $=acx^2+(ad+bc)x+bd$	
	2-4 등식의 변형	18	67~68	• 문자에 식 대입하기 • 등식을 한 문자에 관하여 풀기	
	수준별 학습	19	69~71	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		20~21	72~81	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 컴퓨터의 활용 • 수학 산책	

 학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 문자의 사용

기원전 1700년경부터 18세기경까지는 방정식과 이를 해결하는 방법에 대한 연구가 주류를 이루었던 초보적 대수학의 시기라고 할 수 있다. 대수적인 표기법은 대체로 첫 번째 단계인 수사학적 단계, 두 번째 단계인 중략적 단계, 세 번째 단계인 기호적 단계를 거쳐서 기호 체계가 점진적으로 발전되어 왔다.

첫 번째인 수사학적 단계는 기호를 사용하지 않고 모든 사항을 말로 쓴 것이다. 바빌로니아, 이집트, 그리스의 기하학적 대수가 여기에 해당된다. 이를테면 바빌로니아의 점토판에는 오늘날

$$xy=252,\ x+y=32$$

의 x, y를 구하는 문제에 해당하는 것이 다음과 같이 진술되어 있다.

나는 길이와 폭을 곱했다.

그렇게 해서 넓이를 얻었다. ⇨ 252

나는 길이와 폭을 더했다. ⇨ 32

요구되는 것: 길이와 폭

두 번째인 중략적 단계는 단어의 중간을 생략하여 단축어를 만들어 사용한 것이다. 문자를 사용하여 미지수를 나타낸 그리스의 수학자 디오판토스(Diophantos : ? 200~? 284)와 16세기 초까지 서구의 대수학은 대체로 여기에 속한다.

16세기경에 세 번째인 기호적 단계가 시작되어 뉴턴(Newton, I.: 1642~1727)의 시대에 이르러서는 기호 체계가 어느 정도 완성된 모습을 보이게 되었다. 프랑스의 데카르트(Descartes, R.: 1596~1650) 이후의 수학은 대체로 이 단계에 속한다. 특히 비에타(Viéta, F.: 1540~1603)가 문자를 사용하여 미지수는 물론 상수까지 나타냄으로써 기호적 대수의 발전에 결정적인 계기가 되었다.

3천 년 이상에 걸친 대수의 역사 가운데 기호적 대수는 겨우 300년을 점하고 있지만 그 기간 동안에 대수학은 크나큰 발전을 이룩하였다. 기호적 대수의 특징은 문자를 사용하여 임의의 상수와 미지수를 나타냄으로써 문자식을 사용한다는 것이다. 이러한 기호적 대수의 발전은 17세기 이후 변수 개념과 함수 개념의 발달에 결정적인 역할을 하였다.

2. 디오판토스의 산학

수와 문자를 사용하여 수학을 연구하기 시작한 것으로 알려진 디오판토스에 대하여 좀 더 자세히 알아보자.

고대 그리스의 대수 문제에 관하여 가장 훌륭한 정보를 제공하는 것은 "팔라틴 선집(Palatine Anthology)" 또는 "그리스 선집(Greek Anthology)"이라고 불리는 책이고, 이 책에는 46개의 문제가 수사적으로 서술되어 있다.

이 책은 500년경에 문법학자인 메트로도로스(Metrodorus)가 편집하였는데, 이 책에 수록되어 있는 대부분의 문제는 훨씬 오래 전부터 있었던 것으로 알려져 있다. 그 이유는 이 문제들이 플라톤(Platon: B.C. 427~B.C. 347)이 생각했던 문제들이고, 린드 파피루스에 있는 문제와 매우 유사한 것도 있기 때문이다.

이 책에 있는 문제 중 재미있는 몇 가지 예를 들어보자.

첫 번째 문제는 디오판토스의 일생에 관한 문제로 그의 묘비에도 새겨져 있었다고 한다.

"디오판토스는 그의 삶의 $\frac{1}{6}$을 어린이로 지냈고, $\frac{1}{12}$은 젊은이로 살았으며, $\frac{1}{7}$은 미혼으로 살았다. 결혼한 뒤 5년 만에 아들을 낳았는데, 그 아들은 그의 아버지보다 4년 먼저 죽었다. 그때 아들의 나이는 아버지 나이의 반이었다."

위의 문제에서 디오판토스의 나이를 x라 하고 식을 세우면

$$\frac{1}{6}x+\frac{1}{12}x+\frac{1}{7}x+5+\frac{1}{2}x+4=x$$

이다.

다음은 데모카레스의 나이를 묻는 문제이다.

"데모카레스는 일생의 $\frac{1}{4}$을 어린이로, $\frac{1}{5}$을 젊은이로 살았고, $\frac{1}{3}$을 어른으로 살았으며, 13년을 늙은이로 살았다."

이 문제에서도 데모카레스의 나이를 x라 하고 식을 세우면

$$\frac{1}{4}x+\frac{1}{5}x+\frac{1}{3}x+13=x$$

이다.

마지막으로 사과의 개수를 묻는 문제이다.

"여섯 사람 중 네 사람에게는 각각 전체 사과의 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$을 주고 다섯 번째 사람에게는 10개, 여섯 번째 사람에게는 1개의 사과를 주었다."

사과의 개수를 x라 하고 식을 세우면

$$\frac{1}{3}x+\frac{1}{8}x+\frac{1}{4}x+\frac{1}{5}x+11=x$$

이다.

"팔라틴 선집"에 등장하는 수학자 디오판토스는 "산학(Arithmetica)"이라는 책을 쓴 사람으로 "산학"은 전체 13권으로 되어 있고, 현재 6권만이 전해 내려오는데 대수적 수론을 해석적 논법으로 쓴 책이다.

산학의 현존하는 부분의 내용은 대체로 일차방정식과 이차방정식의 해를 구하는 130여 개의 다양한 문제들이 수록되어 있고, 매우 특별한 삼차방정식의 풀이도 실려 있다. 또한 수에 대한 몇 가지 심오한 정리도 있다. 그 예로 증명 없이 두 유리수의 세제곱의 차는 다른 두 유리수의 세제곱의 합이 된다는 정리를 발견할 수 있다. 이 내용은 후에 비에타, 바셰, 페르마(Fermat, P.: 1601～1665) 등이 연구하기도 하였다. 또 수를 두 개, 세 개 또는 네 개의 제곱수로 표현하는 것을 고려한 정리들이 많이 있는데 이 분야는 뒤에 페르마, 오일러(Euler, L.: 1707～1783), 라그랑주(Lagrange, J. L.: 1736～1813)에 의하여 완성되었으며 유명한 '페르마의 마지막 정리'가 나타나는 계기가 되었다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원		Ⅱ. 식의 계산	쪽수	교과서 35~36쪽
소단원		1. 단항식의 계산　1-1 지수법칙	차시	1/21
학습 목표		지수법칙 $a^m \times a^n = a^{m+n}$을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 할 수 있다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◯ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◯ 거듭제곱의 편리함에 대하여 질문한다. ◯ 학습 목표를 제시한다. • 지수법칙 $a^m \times a^n = a^{m+n}$을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 할 수 있다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◯ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◯ 학습 내용 설명 **밑이 같은 거듭제곱의 곱은 하나의 거듭제곱으로 나타낼 수 있다.** 예) $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$ **지수법칙[1]** m, n이 자연수일 때　$a^m \times a^n = a^{m+n}$ ◯ 문제 1, 문제 해결 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		수를 이용한 구체적인 예를 다양하게 제시하여 규칙성을 발견하고, 이것을 일반화할 수 있도록 지도한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◯ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◯ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 다음 식을 간단히 하여라. (1) $3^2 \times 3^5$　(2) $a^3 \times a^6$　(3) $x^2 \times x^3 \times x^6$ 답 (1) 3^7 (2) a^9 (3) x^{11} ◯ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다. ◯ 다음 차시를 예고한다. • 지수법칙 $(a^m)^n = a^{mn}$을 알아본다.		

수준별 학습지(기초)

대단원	Ⅱ. 식의 계산	쪽수	교과서 35~36쪽
소단원	1. 단항식의 계산 1-1 지수법칙	차시	1/21
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $10^3 \times 10^6 = 10^{\square}$ (2) $10 \times 10^2 \times 10^3 = 10^{\square}$

답 (1) 9 (2) 6

2 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾아라.

㉠ $a^2 \times a^3 = a^6$	㉡ $b \times b^4 = b^4$	㉢ $a \times a^3 \times a^7 = a^{11}$
㉣ $b \times b \times b^6 = b^8$	㉤ $x^5 \times x^3 \times x^7 = x^{22}$	

답 ㉢, ㉣

3 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $x^3 \times x^5$ (2) $a^4 \times a$

(3) $y^3 \times y \times y^7$ (4) $b \times b^4 \times b^2$

답 (1) x^8 (2) a^5 (3) y^{11} (4) b^7

4 $2^3 \times 8 = 2^{\square}$일 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

답 6

교수 · 학습 과정안 (기본)

대단원	Ⅱ. 식의 계산	쪽수	교과서 35~36쪽
소단원	1. 단항식의 계산　1-1 지수법칙	차시	1/21
학습 목표	지수법칙 $a^m \times a^n = a^{m+n}$을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 할 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◯ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◯ 거듭제곱의 편리함에 대하여 질문한다. ◯ 학습 목표를 제시한다. • 지수법칙 $a^m \times a^n = a^{m+n}$을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 할 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◯ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◯ 학습 내용 설명 **밑이 같은 거듭제곱의 곱은 하나의 거듭제곱으로 나타낼 수 있다.** 예) $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$ **지수법칙[1]** m, n이 자연수일 때　$a^m \times a^n = a^{m+n}$ ◯ 문제 1, 문제 해결 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	수를 이용한 구체적인 예를 다양하게 제시하여 규칙성을 발견하고, 이것을 일반화할 수 있도록 지도한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◯ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◯ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 다음 식을 간단히 하여라. (1) $x \times x^5 \times y^3$　　(2) $a^3 \times b^2 \times a^4$ (3) $x^2 \times y \times x^2 \times y^3$　　(4) $a^2 \times b^3 \times a^4 \times b^5$ 답 (1) x^6y^3　(2) a^7b^2　(3) x^4y^4　(4) a^6b^8 ◯ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◯ 다음 차시를 예고한다. • 지수법칙 $(a^m)^n = a^{mn}$을 알아본다.	

수준별 학습지 (기본)

대단원	Ⅱ. 식의 계산	쪽수	교과서 35~36쪽
소단원	1. 단항식의 계산　1-1 지수법칙	차시	1/21
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 다음 중에서 옳은 것을 찾아라.

ㄱ $a^2\times b^2\times a\times b^3=a^2b^3$　ㄴ $x^2\times y\times x^3\times y^2=x^5y^2$
ㄷ $a^3b^7\times a^4b^6=a^6b^{13}$　ㄹ $xy^5\times x^4y^7=x^5y^{12}$
ㅁ $ab^3\times a^2b^4\times a^3b^2=a^5b^9$

답 ㄹ

2 오른쪽 표는 가로줄과 세로줄의 식을 곱하여 나타낸 것이다. 빈칸에 알맞은 식을 써넣어라.

답 x^3, x^4, x^3, x^5, x^8, x^6, x^7, x^9

$\times$	x^2	x^3	x^5
x			x^6
		x^6	
x^4			

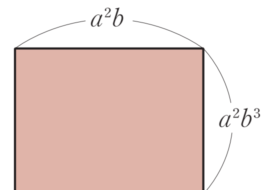
3 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $a^2\times b^{\square}\times a^3\times b^2=a^{\square}b^5$　(2) $x^{\square}\times y^{\square}\times x^2\times y=x^6y^5$
(3) $ab^5\times a^{\square}b^3=a^7b^{\square}$　(4) $x^{\square}y^7\times x^3y^{\square}=x^{10}y^{12}$

답 (1) 3, 5　(2) 4, 4　(3) 6, 8　(4) 7, 5

4 오른쪽 직사각형의 넓이를 구하여라.

답 a^4b^4



교수・학습 과정안 (실력)

대단원	Ⅱ. 식의 계산	쪽수	교과서 35~36쪽
소단원	1. 단항식의 계산　1-1 지수법칙	차시	1/21
학습 목표	**지수법칙 $a^m \times a^n = a^{m+n}$을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 할 수 있다.**		
단계 / **학습 과정**	**교수・학습 활동**		**교수・학습상의 유의점**
도입 선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◎ 거듭제곱의 편리함에 대하여 질문한다. ◎ 학습 목표를 제시한다. • 지수법칙 $a^m \times a^n = a^{m+n}$을 이해하고, 이를 이용하여 식을 간단히 할 수 있다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개 탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◎ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◎ 학습 내용 설명 **밑이 같은 거듭제곱의 곱은 하나의 거듭제곱으로 나타낼 수 있다.** 예 $2^3 \times 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$ **지수법칙[1]** m, n이 자연수일 때　$a^m \times a^n = a^{m+n}$ ◎ 문제 1, 문제 해결 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		수를 이용한 구체적인 예를 다양하게 제시하여 규칙성을 발견하고, 이것을 일반화할 수 있도록 지도한다.
정리 및 평가 학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◎ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● $3^5+3^5+3^5=3^a$일 때, a의 값을 구하여라. 답 6 ◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◎ 다음 차시를 예고한다. • 지수법칙 $(a^m)^n = a^{mn}$을 알아본다.		

수준별 학습지 (실력)

대단원	Ⅱ. 식의 계산	쪽수	교과서 35~36쪽
소단원	1. 단항식의 계산　1-1 지수법칙	차시	1/21
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 다음 식을 간단히 하여라.

$$2^3+2^3+2^3+2^3$$

답 2^5

2 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^2\times a^4b^3\times b^8$　　(2) $ab^3c\times a^6b\times bc^2$

답 (1) a^6b^{11}　(2) $a^7b^5c^3$

3 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $5^6=5^2\times$ □　　(2) $4^{n+3}=4^n\times$ □

(3) $81\times3^{□}\times3=3^7$　　(4) $4\times3^4\times2^{□}=2^7 3^{□}$

답 (1) 625　(2) 64　(3) 2　(4) 5, 4

4 오른쪽 직육면체의 부피를 구하여라.

답 a^6b^{11}

ab^4
a^2b^3
a^3b^4

1 단항식의 계산

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 자연수 지수에 대한 지수법칙을 이해하게 한다.

② 단항식의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 지수법칙	$a^m\times a^n=a^{m+n}$
	$(a^m)^n=a^{mn}$
	$m>n$이면 $a^m\div a^n=a^{m-n}$ $m=n$이면 $a^m\div a^n=1$ $m<n$이면 $a^m\div a^n=\frac{1}{a^{n-m}}$
	$(ab)^n=a^nb^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$
1-2 단항식의 곱셈과 나눗셈	단항식의 곱셈
	단항식의 나눗셈
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 34 쪽

1 단항식의 계산



준|비|학|습

거듭제곱
같은 수를 여러 번 곱한 수는 밑과 지수로 간단히 나타낸다.
$7\times7\times7=7^3$ (7: 밑, 3: 지수)

1 다음 수를 거듭제곱으로 나타내어라.

(1) $5\times5\times5$ (2) $2\times2\times2\times3\times3$

유리수의 곱셈과 나눗셈
• 두 유리수를 곱할 때, 두 수의 부호가 같으면 그 결과는 양수이고 부호가 다르면 음수이다.
• 유리수로 나눌 때에는 나누는 수의 역수를 곱하여 계산한다.

2 다음을 계산하여라.

(1) $\frac{5}{2}\times\left(-\frac{4}{15}\right)$ (2) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2$

(3) $\left(-\frac{9}{4}\right)\div\frac{3}{8}$ (4) $\frac{12}{5}\div(-2)^2$

식을 간단히 나타내는 방법
$a\times5=5a$, $b\times a=ab$
$a\times a=a^2$, $a\div5=\frac{a}{5}$

3 다음 식을 기호 ×, ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $a\times b\times3$ (2) $x\div y\div2$

(3) $5\times a\times b\times b$ (4) $x\times(-1)\div y$

단항식과 수의 곱셈, 나눗셈
• 단항식과 수를 곱할 때에는 수끼리 곱하여 문자 앞에 쓴다.
• 단항식을 수로 나눌 때에는 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

4 다음을 계산하여라.

(1) $2\times3x$ (2) $8a\div(-2)$

(3) $(-5a)\times\frac{2}{5}$ (4) $(-6x)\div\left(-\frac{3}{2}\right)$

준비 학습의 해설

1

목표| 같은 수를 여러 번 곱한 수를 거듭제곱으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $5\times5\times5=\mathbf{5^3}$

(2) $2\times2\times2\times3\times3=\mathbf{2^3\times3^2}$

2

목표| 유리수의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{5}{2}\times\left(-\frac{4}{15}\right)=-\left(\frac{5}{2}\times\frac{4}{15}\right)=\mathbf{-\frac{2}{3}}$

(2) $\left(-\frac{2}{7}\right)^2=\left(-\frac{2}{7}\right)\times\left(-\frac{2}{7}\right)=+\left(\frac{2}{7}\times\frac{2}{7}\right)=\mathbf{\frac{4}{49}}$

(3) $\left(-\frac{9}{4}\right)\div\frac{3}{8}=\left(-\frac{9}{4}\right)\times\frac{8}{3}=-\left(\frac{9}{4}\times\frac{8}{3}\right)=\mathbf{-6}$

(4) $\frac{12}{5}\div(-2)^2=\frac{12}{5}\div4=\frac{12}{5}\times\frac{1}{4}=\mathbf{\frac{3}{5}}$

3

목표| ×, ÷를 생략하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $a\times b\times3=\mathbf{3ab}$ (2) $x\div y\div2=\mathbf{\frac{x}{2y}}$

(3) $5\times a\times b\times b=\mathbf{5ab^2}$ (4) $x\times(-1)\div y=\mathbf{-\frac{x}{y}}$

4

목표| 단항식과 수의 곱셈, 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2\times3x=2\times3\times x=\mathbf{6x}$

(2) $8a\div(-2)=8a\times\left(-\frac{1}{2}\right)=8\times\left(-\frac{1}{2}\right)\times a=\mathbf{-4a}$

(3) $(-5a)\times\frac{2}{5}=-5\times a\times\frac{2}{5}=-5\times\frac{2}{5}\times a=\mathbf{-2a}$

(4) $(-6x)\div\left(-\frac{3}{2}\right)=(-6x)\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=-6\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times x=\mathbf{4x}$

교과서 35 쪽

1-1 지수법칙

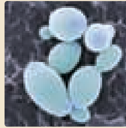
● 자연수 지수에 대한 지수법칙을 이해한다.

$a^m \times a^n$은 어떻게 계산하는가?

창의력 기르기

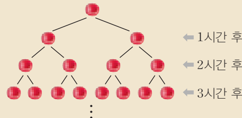
바이러스

동물, 식물 등 살아 있는 세포에 기생하는 작은 감염성 물질을 바이러스라고 한다. 바이러스는 스스로를 복제하는 특징이 있어 감기, 독감, 홍역 등 전염성 질병의 원인이 되기도 한다.



탐구 활동

1시간이 지나면 2개로 분열하는 바이러스가 있다. 다시 1시간이 지나면 각각 2개로 분열하여 4개의 바이러스가 된다고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 다음 표를 완성하여 보자.

지난 시간(시간)	1	2	3	4	5	6
바이러스의 수(개)	2	4	8			
거듭제곱으로 표현	2	2^2				

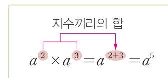
2 1의 표에서 2시간 후의 바이러스의 수와 3시간 후의 바이러스의 수를 곱하면 몇 시간 후의 바이러스의 수와 같아지는지 말하여 보자.

밑이 같은 거듭제곱의 곱은 하나의 거듭제곱으로 간단히 나타낼 수 있다.

$$2^2 \times 2^3 = (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2)$$
$$= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5$$

같은 방법으로 수 a에 대하여

$$a^2 \times a^3 = \underbrace{(a \times a)}_{2개} \times \underbrace{(a \times a \times a)}_{3개}$$
$$= \underbrace{a \times a \times a \times a \times a}_{(2+3)개}$$
$$= a^5$$



❶ 때 a^5에서 지수 5는 a^2의 지수 2와 a^3의 지수 3의 합임을 알 수 있다.

창의력 기르기 참/고/자/료

바이러스에 대한 자세한 정보는 한국과학창의재단에서 운영하는 홈페이지 사이언스올(www.scienceall.com)에서 알아볼 수 있다. 한국과학창의재단에서는 이 밖에 과학 용어 사전, 과학 행사 일정 등 자세한 정보를 스마트 폰의 어플리케이션으로 제공하고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 바이러스의 분열을 이용하여 밑이 같은 거듭제곱의 곱을 하나의 거듭제곱으로 나타낼 수 있음을 이해하게 하려는 것이다.

1.

지난 시간(시간)	1	2	3	4	5	6
바이러스의 수(개)	2	4	8	**16**	**32**	**64**
거듭제곱으로 표현	2	2^2	$\mathbf{2^3}$	$\mathbf{2^4}$	$\mathbf{2^5}$	$\mathbf{2^6}$

2. 2시간 후의 바이러스의 수는 $2^2=4$, 3시간 후의 바이러스의 수는 $2^3=8$이다.
따라서 이 두 수의 곱은 $2^2 \times 2^3 = 4 \times 8 = 32 = 2^5$이므로 **5시간 후**의 바이러스의 수와 같다.

1-1 지수법칙

소단원 지도 목표

① $a^m \times a^n$을 계산할 수 있게 한다.
② $(a^m)^n$을 계산할 수 있게 한다.
③ $a^m \div a^n$을 계산할 수 있게 한다.
④ $(ab)^n$과 $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n$을 계산할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 지수법칙은 지수가 자연수인 범위에서 다루고, 구체적인 예를 통해 규칙성을 발견할 수 있도록 한다.

2. 지수법칙을 이용하여 계산할 때에는 반드시 거듭제곱의 밑을 먼저 확인하도록 지도한다.

3. $a^m \div a^n$을 계산할 때에는 m과 n의 크기를 비교하여 계산할 수 있도록 하고 지수가 0이 되거나 음수가 되는 경우는 지도하지 않도록 한다.

본문 해설

❶ 밑이 같은 거듭제곱의 곱은 지수끼리 곱하지 않고 더하여 계산한다.
밑을 같게 할 수 없는 거듭제곱의 곱은 지수끼리 더하여 계산할 수 없다.
예 $3^2 \times 2^3 = 9 \times 8 = 72$
⇨ $3^2 \times 2^3 \neq 3^{2+3}$, $3^2 \times 2^3 \neq 2^{2+3}$, $3^2 \times 2^3 \neq 6^{2+3}$

본문 해설

❶ $x^l \times x^m \times x^n = (x^l \times x^m) \times x^n = x^{l+m} \times x^n$
$= x^{l+m+n}$

❷ x는 x^1에서 1을 생략하고 나타낸 것으로 이것은 $x \times 1$을 $1x$가 아니고 1을 생략하여 x로 나타내는 것과 같다.
따라서 밑이 같은 여러 개의 거듭제곱의 곱을 간단히 할 때에는 지수를 합하는 과정에서 1을 빠뜨리지 않도록 주의한다.

목표| 지수법칙 [1]을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $7^3 \times 7^5 = 7^{3+5} = \mathbf{7^8}$

(2) $x^2 \times x^4 = x^{2+4} = \boldsymbol{x^6}$

(3) $a^3 \times b^2 \times a \times b^3 = a^3 \times a \times b^2 \times b^3$
$= a^{3+1} \times b^{2+3} = \boldsymbol{a^4 b^5}$

(4) $x \times y^4 \times x \times y^2 \times x^3 = x \times x \times x^3 \times y^4 \times y^2$
$= x^{1+1+3} \times y^{4+2} = \boldsymbol{x^5 y^6}$

교과서 36 쪽

일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

지수법칙 [1]
m, n이 자연수일 때
$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

❶ 지수법칙 [1]은 다음과 같이 세 개 이상의 거듭제곱의 곱에서도 성립한다.
$$a^4 \times a^3 \times a^2 = a^{4+3} \times a^2 = a^{4+3+2} = a^9$$

예제 1 다음 식을 간단히 하여라.

$\times 5^4$ (2) $a^5 \times a^4$

❷ $^2 \times x^3$ (4) $a \times b^2 \times a^6 \times b^3$

● 풀이 (1) $5^2 \times 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$
(2) $a^5 \times a^4 = a^{5+4} = a^9$
(3) $x \times x^2 \times x^3 = x^{1+2+3} = x^6$
(4) $a \times b^2 \times a^6 \times b^3 = a \times a^6 \times b^2 \times b^3$
$= a^{1+6} \times b^{2+3} = a^7 b^5$

답 ● (1) 5^6 (2) a^9 (3) x^6 (4) $a^7 b^5$

문제 1 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $7^3 \times 7^5$ (2) $x^2 \times x^4$

(3) $a^3 \times b^2 \times a \times b^3$ (4) $x \times y^4 \times x \times y^2 \times x^3$


문제해결 1년은 약 3×10^7초이고, 빛의 속력은 약 3×10^5 km/초라고 한다. 빛이 1년 동안 진행하는 거리를 구하여 보자. (단, 속력은 평균 속력을 의미한다.)

문/제/해/결

|출제 의도| 밑이 같은 거듭제곱의 곱을 다양한 상황에서 활용하여 지수법칙 $a^m \times a^n = a^{m+n}$을 이해하게 하기 위한 문제이다.

풀이| 1년이 약 3×10^7초이고, 빛의 속력이 약 3×10^5 km/초이므로 빛이 1년 동안 진행하는 거리는

$(3 \times 10^7) \times (3 \times 10^5) = 3 \times 3 \times 10^7 \times 10^5$
$= 3 \times 3 \times 10^{7+5}$
$= \mathbf{9 \times 10^{12}}$ **(km)**

지/도/자/료 지수의 범위 확장과 지수법칙

중학교 교육과정에서는 지수가 자연수인 경우만 다룬다. 그러나 $a \neq 0$이고 n이 정수일 때 $a^0 = 1$, $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$임을 이용하여 지수를 정수의 범위로 확장하면 기존의 지수법칙이 그대로 성립하게 된다.
또 $a > 0$이고 m, $n(n > 0)$이 정수일 때 $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$임을 이용하면 지수가 유리수인 경우에도 지수법칙이 성립하도록 지수의 범위를 확장할 수 있다.
일반적으로 지수가 실수인 경우에도 지수법칙이 성립하도록 지수의 범위를 확장할 수 있으며 그때의 지수법칙은 다음과 같다.
$a > 0$, $b > 0$일 때, 임의의 실수 x, y에 대하여 다음이 성립한다.

(1) $a^x a^y = a^{x+y}$ (2) $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

(3) $(a^x)^y = a^{xy}$ (4) $(ab)^x = a^x b^x$

교과서 37 쪽

$(a^m)^n$은 어떻게 계산하는가?

창의력 기르기

구골

구골이란 1 다음에 0이 100개 붙은 수이다. 즉, 구골은 10^{100}이다. 구골이라는 이름을 붙인 것은 미국의 수학자 에드워드 캐스너의 9살짜리 조카였는데, '손이 아파서 더 이상 쓸 수 없을 정도인 수'라고 설명하였다.

탐 구 활 동

다음 물음에 답하여 보자.

1 $(3^4)^2$은 3^4을 몇 번 곱한 것인가?

2 $(3^4)^2$은 3을 몇 번 곱한 것인가?

지수법칙 [1]에서 m, n이 자연수일 때 $a^m \times a^n = a^{m+n}$ 이므로 $3^4 \times 3^4 = 3^{4+4}$

수 a에 대하여 $(a^4)^2$을 a의 거듭제곱으로 간단히 나타내면 다음과 같다.

$$(a^4)^2 = a^4 \times a^4 = a^{4+4}$$
$$= a^{4\times 2} = a^8$$

❶ [illegible] a^8의 지수 8은 $(a^4)^2$의 두 지수 4와 2의 곱과 [illegible]을 알 수 있다.

지수끼리의 곱: $(a^4)^2 = a^{4\times 2} = a^8$

일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.



지수법칙 [2]
m, n이 자연수일 때
$$(a^m)^n = a^{m\times n} = a^{mn}$$

예 제 2

다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(a^5)^3$ (2) $(x^3)^7 \times x^4$

● 풀이 (1) $(a^5)^3 = a^{5\times 3} = a^{15}$
(2) $(x^3)^7 \times x^4 = x^{3\times 7} \times x^4 = x^{21} \times x^4 = x^{25}$

답 ● (1) a^{15} (2) x^{25}

1. $(3^4)^2 = 3^4 \times 3^4$이므로 $(3^4)^2$은 3^4을 **2번** 곱한 것이다.

2. $(3^4)^2 = 3^4 \times 3^4$
$= (3\times 3\times 3\times 3)\times(3\times 3\times 3\times 3)$
$= 3^8$
이므로 $(3^4)^2$은 3을 **8번** 곱한 것이다.

본문 해설

❶ 밑이 같은 거듭제곱의 곱셈에서는 괄호가 없으므로 각각의 지수를 더해야 하지만 지수가 괄호의 밖에 있는 거듭제곱의 거듭제곱에서는 괄호 안의 식을 통째로 지수만큼 거듭제곱한 것이므로 각각의 지수를 곱해야 한다.

예) $a^3 \times a^2 = a^{3+2} = a^5$
$(a^3)^2 = a^3 \times a^3 = a^{3+3} = a^{3\times 2} = a^6$

창의력 기르기 참/고/자/료

구골(Googol)은 10의 100제곱을 가리키는 수로써 우주의 모든 원자의 수보다 많은 상당히 큰 수이다.
이 수의 이름은 1938년 미국의 수학자 에드워드 캐스너(Edward Kasner)의 9살짜리 조카 밀턴 시로타(Milton Sirotta)에 의해 지어졌다. 캐스너는 이 수를 매우 큰 수와 무한대의 차이를 보이기 위해 고안하였고 이를 저서 "수학과 상상(Mathematics and the Imagination)"에 수록하였다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 거듭제곱의 거듭제곱이 의미하는 것을 알아봄으로써 지수법칙 $(a^m)^n = a^{mn}$을 이해하게 하려는 것이다.

지/도/자/료 지수법칙에 대한 오개념 지도

학생들이 지수법칙을 기계적으로 외워서 받아들이는 경우에 여러 가지 오개념을 가지기 쉽다. 구체적인 수의 예를 통하여 지수 사이의 관계를 스스로 찾아내고 이를 일반화하여 지수법칙을 이해할 수 있도록 한다. 또한 학생들이 가질 수 있는 오개념의 유형을 미리 파악하여 지수법칙을 정확하게 이해할 수 있게 한다.

(1) 지수법칙[1]에서 $a^m \times a^n = a^{m\times n}$과 같이 생각하거나 밑이 다른 경우에 $a^m \times b^n = (ab)^{m+n}$과 같이 생각하지 않도록 유의하여 지도한다. 특히 $a^4 \times b^3$과 같은 경우에 부호를 생략하는 것 외에는 더 이상 간단히 할 수 없음을 알게 한다.
$a^3 \times a^2 = a^5$, $a^{3\times 2} = a^6$ ⇨ $a^3 \times a^2 \neq a^{3\times 2}$
$a^3 \times b^2 = a^3 b^2$, $(ab)^{3+2} = a^5 b^5$ ⇨ $a^3 \times b^2 \neq (ab)^{3+2}$

(2) 지수법칙[2]에서 $(a^m)^n = a^{m+n}$ 또는 $(a^m)^n = a^{m^n}$과 같이 생각하지 않도록 유의하여 지도한다.
$(a^3)^2 = a^6$, $a^{3+2} = a^5$ ⇨ $(a^3)^2 \neq a^{3+2}$
$(a^3)^2 = a^6$, $a^{3^2} = a^9$ ⇨ $(a^3)^2 \neq a^{3^2}$

2

목표| 지수법칙[1], [2]를 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a^3)^5=a^{3\times5}=\boldsymbol{a^{15}}$

(2) $(x^6)^2=x^{6\times2}=\boldsymbol{x^{12}}$

(3) $(a^3)^2\times a^5=a^{3\times2}\times a^5=a^6\times a^5$

$=a^{6+5}=\boldsymbol{a^{11}}$

(4) $x^2\times(x^3)^7=x^2\times x^{3\times7}=x^2\times x^{21}$

$=x^{2+21}=\boldsymbol{x^{23}}$

3

목표| 지수법칙[1], [2]를 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a^5)^2\times(b^4)^4=a^{5\times2}\times b^{4\times4}=\boldsymbol{a^{10}b^{16}}$

(2) $x^3y\times(y^2)^6=x^3\times y\times y^{2\times6}=\boldsymbol{x^3y^{13}}$

창의 UP

|출제 의도| 지수법칙을 이용하여 두 수의 크기를 비교할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 종이를 반씩 접으면 종이의 두께는 2배가 되고, 삼등분씩 접으면 종이의 두께는 3배가 되므로 A는 처음 두께의 2^{12}배, B는 처음 두께의 3^6배이다. 따라서 $2^{12}=(2^2)^6=4^6=4096$, $3^6=729$이므로 A의 두께가 B의 두께보다 두껍다.

의/사/소/통

|출제 의도| 복잡한 거듭제곱을 계산하더라도 ( ) → { } → [ ]의 순서로 지수법칙을 이용하면 계산이 편리함을 이해하게 하기 위한 문제이다.

풀이| 소괄호, 중괄호의 순으로 지수법칙을 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$(a^2)^3=a^6$이므로 $\{(a^2)^3\}^4=(a^6)^4=\boldsymbol{a^{24}}$

다른 풀이| $a^2=A$라고 하면

$\{(a^2)^3\}^4=(A^3)^4=A^{12}$

$=(a^2)^{12}=\boldsymbol{a^{24}}$

교과서 38 쪽

문제 2 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(a^3)^5$　(2) $(x^6)^2$

(3) $(a^3)^2\times a^5$　(4) $x^2\times(x^3)^7$

예제 3 $(a^4)^3\times ab^2$을 간단히 하여라.

● 풀이 $(a^4)^3\times ab^2=a^{12}\times ab^2$

$=a^{12}\times a\times b^2$

$=a^{12+1}\times b^2$

$=a^{13}b^2$

답 ● $a^{13}b^2$

문제 3 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(a^5)^2\times(b^4)^4$　(2) $x^3y\times(y^2)^6$

창의 UP

두께가 같은 종이 A, B가 있다. A는 반씩 12번 접고 B는 삼등분씩 6번 접는다면 어느 종이가 더 두꺼운지 설명하여라.




의사소통 $\{(a^2)^3\}^4$을 여러 가지 방법으로 간단히 나타내고 그 방법을 말하여 보자.

읽/기/자/료 명주실의 두께

태조 이성계가 조선을 세우기 전 석왕사에서 무학 대사와 만나 이야기를 나눴다. 무학 대사는 명주실 한 타래를 가지고 와서 다음과 같이 질문하였다.

"명주실 한 가닥을 반으로 접어 두 겹이 되게 하고, 접은 것을 다시 반으로 접어 4겹이 되게 하고, 이와 같이 반으로 접어 가기를 30번 계속하면 마지막 굵기가 얼마나 되겠습니까?"

그러자 이성계는 절의 기둥을 가리키며 대답했다.

"그 굵기는 저 기둥 정도가 될 것 같습니다."

실제로 명주실 한 가닥을 30번 접은 굵기는 어느 정도나 될까?

보통의 명주실을 100가닥을 겹치면 굵기가 성냥개비 한 개 정도의 굵기인 1 mm^2 가량 된다. 명주실을 한 번 접으면 2가닥, 2번 접으면 $2^2=4$가닥, …, 30번 접으면 $2^{30}=1073741824$가닥을 겹쳐 놓은 것과 같다. 따라서 100가닥을 겹쳐 놓은 굵기가 약 1 mm^2이므로 30번 접은 것의 굵기는 약 10737418 mm^2이고 이것은 넓이가 10.7 m^2인 원기둥, 즉 밑면의 지름의 길이가 3.7 m인 원기둥의 굵기와 같다.

$a^m \div a^n$은 어떻게 계산하는가?

탐 구 활 동 다음과 같이 나눗셈을 분수로 나타낼 때, □ 안에 알맞은 식 또는 수를 써넣어 보자.

1 $3^5 \div 3^2 = \dfrac{3\times3\times3\times3\times3}{\square} = 3^{\square}$ **2** $3^2 \div 3^2 = \dfrac{\square}{\square} = \square$

3 $3^2 \div 3^5 = \dfrac{\square}{\square} = \dfrac{1}{3^{\square}}$

❶ 닌 수 a에 대하여 $a^5 \div a^3$, $a^3 \div a^3$, $a^3 \div a^5$을 a의 거듭제곱으로 간단히 나
면 다음과 같다.

$$a^5 \div a^3 = \frac{a^5}{a^3} = \frac{a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a} = a\times a = a^2$$

$$a^3 \div a^3 = \frac{a^3}{a^3} = \frac{a\times a\times a}{a\times a\times a} = 1$$

$$a^3 \div a^5 = \frac{a^3}{a^5} = \frac{a\times a\times a}{a\times a\times a\times a\times a} = \frac{1}{a\times a} = \frac{1}{a^2}$$

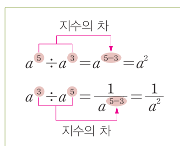
여기서

$$a^5 \div a^3 = a^{5-3}$$

$$a^3 \div a^3 = 1$$

$$a^3 \div a^5 = \frac{1}{a^{5-3}}$$

임을 알 수 있다.



일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

앞으로는 특별한 언급이 없어도 나누는 수는 0이 아닌 것으로 생각한다.

지수법칙 [3]

$a \neq 0$이고, m, n이 자연수일 때

(1) $m>n$이면 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(2) $m=n$이면 $a^m \div a^n = 1$

(3) $m<n$이면 $a^m \div a^n = \dfrac{1}{a^{n-m}}$

본문 해설

❶ $a \neq 0$이고, m, n이 자연수일 때, a의 거듭제곱끼리의 나눗셈을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}^{m\text{개}}}{\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{n\text{개}}}$$

이므로

- $m>n$일 때
  약분하면 분자에 a가 $(m-n)$개 남으므로
  $a^m \div a^n = a^{m-n}$
- $m=n$일 때
  분자와 분모가 모두 약분되므로
  $a^m \div a^n = 1$
- $m<n$일 때
  약분하면 분모에 a가 $(n-m)$개 남으므로
  $a^m \div a^n = \dfrac{1}{a^{n-m}}$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 밑이 같은 거듭제곱끼리의 나눗셈을 분수로 나타내어 계산하여 봄으로써 지수법칙 $a^m \div a^n$을 이해하게 하려는 것이다.

1. $3^5 \div 3^2 = \dfrac{3\times3\times3\times3\times3}{\boxed{3\times3}} = 3^{\boxed{3}}$

2. $3^2 \div 3^2 = \dfrac{\boxed{3\times3}}{\boxed{3\times3}} = \boxed{1}$

3. $3^2 \div 3^5 = \dfrac{\boxed{3\times3}}{\boxed{3\times3\times3\times3\times3}} = \dfrac{1}{3^{\boxed{3}}}$

지/도/자/료

1. $a^m \div a^n$을 계산할 때에는 먼저 지수 m, n의 크기를 비교하여 지수의 차를 이용하고, $m<n$일 때에는 분수로 나타낼 수 있도록 지도한다.

2. $m=n$일 때에는 지수법칙을 외워서 적용한다는 것보다 $A \div A = 1$과 마찬가지로 곧바로 답을 얻도록 지도한다.

3. $2^2 \div 2^5 = 2^{2-5} = 2^{-3}$과 같이 지수를 정수 범위로 확장하지 않도록 유의하여 지도한다.

4. $a^m \div a^n = a^{m \div n}$으로 생각하거나

$a^m \div a^n = \dfrac{a^m}{a^n} = \dfrac{m}{n}$ 또는 $\dfrac{a^n}{b^n} = \dfrac{a}{b}$와 같이 생각하지 않도록 유의하여 지도한다.

4

목표| 지수법칙[3]을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = \mathbf{a^3}$

(2) $x^3 \div x^8 = \dfrac{1}{x^{8-3}} = \mathbf{\dfrac{1}{x^5}}$

(3) $y^2 \div y^2 = \mathbf{1}$

(4) $x \div x^5 = \dfrac{1}{x^{5-1}} = \mathbf{\dfrac{1}{x^4}}$

5

목표| 지수법칙[2], [3]을 이용하여 복잡한 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $a^7 \div a^4 \div a = a^{7-4} \div a = a^3 \div a$
$= a^{3-1} = \mathbf{a^2}$

(2) $a^9 \div (a^6 \div a) = a^9 \div a^{6-1} = a^9 \div a^5$
$= a^{9-5} = \mathbf{a^4}$

(3) $(x^4)^2 \div (x^3)^3 = x^{4\times2} \div x^{3\times3} = x^8 \div x^9$
$= \dfrac{1}{x^{9-8}} = \mathbf{\dfrac{1}{x}}$

(4) $(x^2)^4 \div x^3 \div x^5 = x^{2\times4} \div x^3 \div x^5 = x^{8-3} \div x^5$
$= x^5 \div x^5 = \mathbf{1}$

교과서 40 쪽

예제 4 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^5 \div a$　　(2) $x^4 \div x^4$　　(3) $b^2 \div b^6$

● 풀이 (1) $a^5 \div a = a^{5-1} = a^4$

(2) $x^4 \div x^4 = 1$

(3) $b^2 \div b^6 = \dfrac{1}{b^{6-2}} = \dfrac{1}{b^4}$

답 ● (1) a^4　(2) 1　(3) $\dfrac{1}{b^4}$

문제 4 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^6 \div a^3$　　(2) $x^3 \div x^8$

(3) $y^2 \div y^2$　　(4) $x \div x^5$

예제 5 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $x^4 \div (x^8 \div x^5)$　　(2) $(x^7)^2 \div (x^6)^3$

● 풀이 (1) $x^4 \div (x^8 \div x^5) = x^4 \div x^{8-5} = x^4 \div x^3$
$= x^{4-3} = x$

(2) $(x^7)^2 \div (x^6)^3 = x^{7\times2} \div x^{6\times3} = x^{14} \div x^{18}$
$= \dfrac{1}{x^{18-14}} = \dfrac{1}{x^4}$

답 ● (1) x　(2) $\dfrac{1}{x^4}$

문제 5 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^7 \div a^4 \div a$　　(2) $a^9 \div (a^6 \div a)$

(3) $(x^4)^2 \div (x^3)^3$　　(4) $(x^2)^4 \div x^3 \div x^5$

지/도/자/료

1. 수의 계산에서와 같이 거듭제곱의 곱셈에서도 교환법칙과 결합법칙이 성립한다는 것을 구체적인 예를 들어 지도한다.

$a^3 \times a^2 = a^2 \times a^3 = a^5$

$(a^2 \times a^3) \times a^4 = a^2 \times (a^3 \times a^4) = a^9$

2. 거듭제곱의 나눗셈에서는 교환법칙과 결합법칙이 성립하지 않으므로 순서대로 계산해야 함을 강조하여 지도한다.

$a^3 \div a^2 = a,\ a^2 \div a^3 = \dfrac{1}{a}$

⇨ $a^3 \div a^2 \neq a^2 \div a^3$

$(a^2 \div a^3) \div a^4 = \dfrac{1}{a} \div a^4 = \dfrac{1}{a^5},\ a^2 \div (a^3 \div a^4) = a^2 \div \dfrac{1}{a} = a^3$

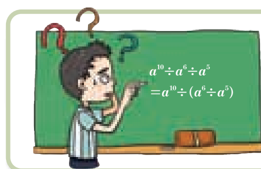
⇨ $(a^2 \div a^3) \div a^4 \neq a^2 \div (a^3 \div a^4)$

읽/기/자/료 지수 기호의 유래



데카르트

2^2과 같이 아라비아 숫자를 사용하여 거듭제곱을 나타내는 방법은 데카르트(Descartes, R.: 1596～1650)가 1637년부터 사용하였다. 그는 기지수를 a, b, c 등으로, 미지수를 x, y, z 등으로 나타내었고, 평면체와 정육면체를 포함한 기하학적 도형을 x^2, y^2, z^2 등과 같이 표현하였는데, 이는 대수 개념을 전보다 훨씬 분명하게 했다. 한편 뉴턴(Newton, I.: 1642～1727)은 1676년 올덴버그(Oldenberg, H.: 1615～1677)에게 보낸 편지에서 $a^{\frac{1}{2}}$, $a^{\frac{3}{2}}$, $a^{\frac{5}{2}}$, a^{-1}, a^{-2}, a^{-3} 등의 표현을 사용하면서 음의 정수와 유리수 지수를 처음 사용하였다.




의사소통 $a^{10}\times a^{6}\times a^{5}$과 $a^{10}\times(a^{6}\times a^{5})$, $a^{10}\div a^{6}\div a^{5}$과 $a^{10}\div(a^{6}\div a^{5})$을 각각 계산해 보고, 어떤 차이가 있는지 토의하여 보자.

$(ab)^n$과 $\left(\frac{a}{b}\right)^n$은 어떻게 계산하는가?

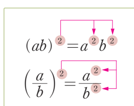
탐구 활동 $(2\times5)^4$과 $\left(\frac{2}{5}\right)^3$을 2와 5의 거듭제곱으로 나타내려고 한다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

1 $(2\times5)^4=(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)=2^{\square}\times5^{\square}$

2 $\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{2^{\square}}{5^{\square}}$

두 수 a, b에 대하여 $(ab)^2$과 $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ $(b\neq0)$은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(ab)^2=ab\times ab=a\times b\times a\times b$$
$$=a\times a\times b\times b=a^2b^2$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^2=\frac{a}{b}\times\frac{a}{b}=\frac{a\times a}{b\times b}=\frac{a^2}{b^2}$$



일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

지수법칙 [4]
n이 자연수일 때

$$(ab)^n=a^nb^n,\ \left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\ (b\neq0)$$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 곱의 거듭제곱과 분수의 거듭제곱을 간단히 나타내어 봄으로써 지수법칙[4]를 이해하게 하려는 것이다.

1. $(2\times5)^4$
$=(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)$
$=2\times2\times2\times2\times5\times5\times5\times5$
$=2^{\boxed{4}}\times5^{\boxed{4}}$

2. $\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}$
$=\frac{2\times2\times2}{5\times5\times5}$
$=\frac{2^{\boxed{3}}}{5^{\boxed{3}}}$

의/사/소/통

|출제 의도| 거듭제곱의 곱셈에서는 결합법칙이 성립하지만 나눗셈에서는 결합법칙이 성립하지 않는다는 것을 이해하게 하기 위한 문제이다.

풀이| $a^{10}\times a^{6}\times a^{5}=a^{10+6}\times a^{5}=a^{16}\times a^{5}=a^{16+5}=a^{21}$이고, $a^{10}\times(a^{6}\times a^{5})=a^{10}\times a^{6+5}=a^{10}\times a^{11}=a^{10+11}=a^{21}$이다.

한편 $a^{10}\div a^{6}\div a^{5}=a^{10-6}\div a^{5}=a^{4}\div a^{5}=\frac{1}{a^{5-4}}=\frac{1}{a}$이고, $a^{10}\div(a^{6}\div a^{5})=a^{10}\div a^{6-5}=a^{10}\div a=a^{10-1}=a^{9}$이다.

밑이 같은 거듭제곱의 곱셈의 결과는 지수의 덧셈으로 나타나고, 자연수는 덧셈에 대하여 결합법칙이 성립하므로 밑이 같은 세 거듭제곱의 곱셈도 결합법칙이 성립한다. 그러나 밑이 같은 거듭제곱의 나눗셈의 결과는 지수의 뺄셈으로 나타나고, 자연수는 뺄셈에 대하여 결합법칙이 성립하지 않으므로 밑이 같은 세 거듭제곱의 나눗셈은 순서대로 계산해야 한다.

지/도/자/료

1. $(a^2b)^3=a^6b$와 같이 b의 지수가 1일 때, 괄호 밖의 지수 3을 곱하지 않는 경우가 있으므로 b의 지수에 1이 생략되어 있음에 유의하여 지도한다.

2. $(2x^3)^4=8x^{12}$, $(-3x^2)^3=-9x^6$과 같이 괄호 밖의 지수를 괄호 안에 곱한다고만 생각하거나 $(-x^2)^2=-x^4$, $(3x^2)^3=3x^6$과 같이 문자에만 지수법칙을 적용하지 않도록 지도한다. 즉, 거듭제곱으로 나타난 식의 밑이 괄호를 포함할 때, 괄호 안에 있는 각 문자와 수를 지수만큼 곱한다는 것을 이해하게 한다.

3. $-2^2\neq(-2)^2$, $2x^2\neq(2x)^2$과 같은 예를 다양하게 제시하여 괄호의 사용에 따라 결과가 달라질 수 있다는 것을 알고 괄호 사용에 유의하도록 지도한다.

교과서 42 쪽

예 제 6 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(ab)^4$ (2) $\left(\frac{a}{b}\right)^7$

풀이 (1) $(ab)^4=a^4b^4$ (2) $\left(\frac{a}{b}\right)^7=\frac{a^7}{b^7}$

답 (1) a^4b^4 (2) $\frac{a^7}{b^7}$

문제 6 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(ab)^6$ (2) $\left(\frac{x^3}{y^4}\right)^2$

(3) $(a^2b^3)^2\times a^2b$ (4) $(a^2b^5)^3\div a^4b^9$

실생활 **문제 7** 다음 표는 동양에서 사용하는 수의 다양한 표현들을 거듭제곱의 형태로 나타낸 것이다. 이 표에서 항하사는 인도 갠지스 강의 모래의 수라는 뜻으로 10^{52}을 나타낸다. 무량수는 항하사의 몇 배인지 거듭제곱으로 나타내어라.

큰 수의 거듭제곱 표현			
수	거듭제곱	수	거듭제곱
만	10^4	항하사	10^{52}
억	10^8	아승기	10^{56}
조	10^{12}	불가사의	10^{64}
경	10^{16}	무량수	10^{68}


문제해결 다음과 같이 a^2, a^5, $(\quad)^2$, $\times$, $\div$를 한 번씩만 사용하여 a, a^6, a^7, a^9, a^{10}의 값을 각각 나타내어 보자. (단, 모두 사용할 필요는 없다.)

$$a^5\div a^2=a^3,\quad (a^2)^2=a^4,\quad (a^5)^2\div a^2=a^8$$

6

목표 지수법칙[4]를 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이 (1) $(ab)^6=\boldsymbol{a^6b^6}$

(2) $\left(\frac{x^3}{y^4}\right)^2=\frac{(x^3)^2}{(y^4)^2}=\frac{x^{3\times2}}{y^{4\times2}}=\boldsymbol{\frac{x^6}{y^8}}$

(3) $(a^2b^3)^2\times a^2b=(a^2)^2(b^3)^2\times a^2b$
$=a^{2\times2}b^{3\times2}\times a^2b$
$=a^4b^6\times a^2b$
$=a^4\times a^2\times b^6\times b$
$=\boldsymbol{a^6b^7}$

(4) $(a^2b^5)^3\div a^4b^9=(a^2)^3(b^5)^3\div a^4b^9$
$=a^{2\times3}b^{5\times3}\div a^4b^9$
$=a^6b^{15}\div a^4b^9$
$=\frac{a^6b^{15}}{a^4b^9}=\boldsymbol{a^2b^6}$

참고 n, p, q가 자연수일 때
$(a^pb^q)^n=a^{pn}b^{qn}$
$\left(\frac{a^p}{b^q}\right)^n=\frac{a^{pn}}{b^{qn}}\ (b\neq0)$

7

목표 지수법칙[3]을 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 무량수는 10^{68}이고, 항하사는 10^{52}을 나타내므로 무량수는 항하사의 $10^{68}\div10^{52}=10^{68-52}=\boldsymbol{10^{16}}$**(배)**이다.

문/제/해/결

|출제 의도| 지수법칙을 이용하여 목표한 값을 만들어 봄으로써 지수법칙을 능숙하게 이용할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이 $a^5\div(a^2)^2=a$, $(a^5\div a^2)^2=a^6$, $a^5\times a^2=a^7$, $a^5\times(a^2)^2=a^9$, $(a^5)^2=a^{10}$

읽/기/자/료 생활 속 동양의 수

아주 짧은 시간에 어떤 일이 일어났을 때 "워낙 순식간에 일어난 일이라……" 또는 "자리에 앉으려는 찰나……"와 같은 말을 사용한다. 여기서 '순식', '찰나'라는 말은 아주 짧은 시간을 뜻한다. 우리가 무심코 사용하는 이러한 말이 얼마나 작은 수인지 다음 표를 통해 확인할 수 있다.

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10^3}$	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10^5}$	$\frac{1}{10^6}$
분(分)	리(釐)	모(毛)	사(絲)	홀(忽)	미(微)
$\frac{1}{10^7}$	$\frac{1}{10^8}$	$\frac{1}{10^9}$	$\frac{1}{10^{10}}$	$\frac{1}{10^{11}}$	$\frac{1}{10^{12}}$
섬(纖)	사(沙)	진(塵)	애(埃)	묘(渺)	막(漠)
$\frac{1}{10^{13}}$	$\frac{1}{10^{14}}$	$\frac{1}{10^{15}}$	$\frac{1}{10^{16}}$	$\frac{1}{10^{17}}$	$\frac{1}{10^{18}}$
모호(模糊)	준순(逡巡)	수유(須臾)	순식(瞬息)	탄지(彈指)	찰나(刹那)

1-2 단항식의 곱셈과 나눗셈

● 단항식의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.



단항식의 곱셈은 어떻게 하는가?

창의력 기르기

초콜릿

초콜릿(chocolate)은 카카오나무 열매의 씨로 만든 가루에 우유, 설탕, 향료 등을 섞어 만든 음식이다. 초콜릿이라는 말은 멕시코 인들이 카카오나무의 열매로 만든 음료를 초콜라틀(chocolatl)이라고 한 것에서 유래되었다고 한다.

탐 구 활 동

오른쪽 그림은 가로의 길이가 $4a$이고 세로의 길이가 $3b$인 직사각형 모양의 초콜릿이다. 다음 물음에 답하여 보자.

$4a$

$3b$

1 초콜릿 전체의 넓이를 구하는 식을 써 보자.

2 초콜릿 한 조각의 넓이를 구하여 보자.

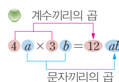
3 초콜릿 전체의 넓이는 초콜릿 한 조각의 넓이의 몇 배인가?

탐구 활동에서 초콜릿의 넓이는

$$4a\times 3b$$

…타낼 수 있다.

❶ …을 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 계산하면 다음과 같다.



$$\begin{aligned}4a\times 3b &= 4\times a\times 3\times b \\ &= 4\times 3\times a\times b \\ &= (4\times 3)\times(a\times b) \\ &= 12ab\end{aligned}$$

교환법칙
결합법칙

여기서 $12ab$는 계수끼리의 곱 12와 문자끼리의 곱 ab의 곱으로 되어 있음을 알 수 있다.

이와 같이 단항식의 곱셈은 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱하여 계산한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

최초로 초콜릿을 만든 사람들은 3천여 년 전 멕시코, 중앙아메리카 지역에 살았던 문명인들(올멕족과 마야인)이었다. 이러한 초콜릿을 15세기 말에 콜럼버스(Columbus, C.: 1451～1506)가 가지고 돌아가 유럽에 전해지게 되었다. 그후 16세기 중반에 멕시코를 탐험한 코르테스(Cortés, H.: 1485～1547)가 에스파냐의 귀족이나 부유층에 소개하면서 유럽 전역에 퍼졌고, 점점 세계 각국으로 확대되었다.

우리나라에는 대한 제국 말기에 외국인 요리사 손탁에 의하여 황실에 처음으로 소개되었다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 초콜릿의 전체 넓이와 한 조각의 넓이를 비교해 봄으로써 단항식의 곱셈 방법을 알게 하려는 것이다.

1-2 단항식의 곱셈과 나눗셈

소단원 지도 목표

① 단항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.
② 단항식의 나눗셈을 할 수 있게 한다.
③ 단항식의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 단항식의 곱셈과 나눗셈을 할 때에는 지수법칙을 적절히 이용할 수 있도록 한다.

2. 단항식의 곱셈과 나눗셈에서 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다는 것을 강조한다.

3. 단항식의 곱셈과 나눗셈의 결과는 단항식의 표현과 마찬가지로 문자보다 숫자를 먼저 쓰고 문자는 알파벳 순서로 나타내도록 한다.

1. 초콜릿 전체의 가로의 길이는 $4a$이고, 세로의 길이는 $3b$이므로 초콜릿 전체의 넓이는 $\mathbf{4a\times 3b}$이다.

2. 초콜릿 한 조각의 가로의 길이는 a이고, 세로의 길이는 b이므로 초콜릿 한 조각의 넓이는 $\boldsymbol{ab}$이다.

3. 초콜릿 전체가 12조각으로 이루어져 있으므로 초콜릿 전체의 넓이는 초콜릿 한 조각의 넓이의 **12배**이다.

본문 해설

❶ 단항식의 곱셈은 곱셈의 교환법칙 $a\times b=b\times a$, 곱셈의 결합법칙 $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$를 이용하여 계수끼리의 곱, 문자끼리의 곱으로 단순화할 수 있도록 한다.

목표| 단항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $3a \times (-7b) = 3 \times (-7) \times a \times b$

$= \mathbf{-21ab}$

(2) $-8x \times (-2y^3) = (-8) \times (-2) \times x \times y^3$

$= \mathbf{16xy^3}$

(3) $5ab \times (-a^3b) = 5 \times (-1) \times a \times a^3 \times b \times b$

$= \mathbf{-5a^4b^2}$

(4) $(-2x)^2 \times 5x^3y = (-2)^2 \times x^2 \times 5 \times x^3 \times y$

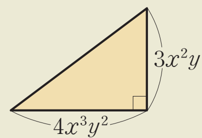
$= 4 \times 5 \times x^2 \times x^3 \times y$

$= \mathbf{20x^5y}$

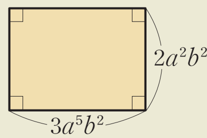
기/초/력 향상 문제

다음 도형의 넓이를 구하여라.

1



2



답 **1** $6x^5y^3$ **2** $6a^7b^4$

교과서 44 쪽

예 제 1 다음을 계산하여라.

(1) $4a \times 5b$　　(2) $(-3x)^2 \times 2y$

● 풀이 (1) $4a \times 5b = 4 \times 5 \times a \times b$

$= 20ab$

(2) $(-3x)^2 \times 2y = (-3)^2 \times x^2 \times 2 \times y$

$= 9 \times 2 \times x^2 \times y$

$= 18x^2y$

답 ● (1) $20ab$　(2) $18x^2y$

문 제 다음을 계산하여라.

(1) $3a \times (-7b)$　　(2) $-8x \times (-2y^3)$

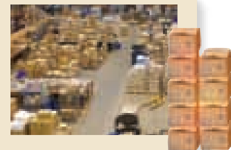
(3) $5ab \times (-a^3b)$　　(4) $(-2x)^2 \times 5x^3y$

단항식의 나눗셈은 어떻게 하는가?

창의력 기르기

택배

택배는 사람이나 업체가 상자로 포장된 상품을 요구하는 장소까지 배달해 주는 운송 서비스이다. 우리나라에서는 1992년 한 물류 전문 회사에서 서비스를 시작하여 현재는 많은 사람들이 보편적으로 이용하고 있다.



탐 구 활 동

오른쪽 그림은 인터넷 쇼핑몰에서 주문한, 부피가 $12ab$인 택배 상자이다. 다음 물음에 답하여라.



1 한 밑면의 넓이가 $4a$일 때 높이를 구하는 식을 써 보자.

$\square \div \square$

2 **1**에서 구한 식을 분수로 나타내어 보자.

창의력 기르기 참/고/자/료

택배 서비스는 '파발마'라는 이름으로 1992년 시작되어 현재는 인터넷 쇼핑몰과 TV홈쇼핑 등 새로운 유통망의 폭발적인 성장으로 택배 시대라 불리울 만큼 발전하였다. 최근에는 지하철 택배, 편의점 택배 등 소비자들의 필요에 따라 다양한 형태의 택배 서비스가 발달하고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 직육면체의 부피와 밑넓이를 이용하여 높이를 구해 봄으로써 단항식의 나눗셈은 분수로 나타내어 계산할 수 있음을 알게 하려는 것이다.

1. 직육면체 모양의 택배 상자의 부피가 $12ab$이고, 밑넓이가 $4a$이므로 높이는 $\boxed{\mathbf{12ab}} \div \boxed{\mathbf{4a}}$이다.

2. $\dfrac{\mathbf{12ab}}{\mathbf{4a}}$

참고| 문자식에 ÷로 되어 있는 것은 분수 꼴로 나타내거나 나누는 식을 역수의 곱셈으로 바꾸어 편리하게 계산할 수 있다.

교과서 45 쪽

탐구 활동에서 택배 상자의 높이를 구하는 식은

$$12ab \div 4a$$

[illegible]타낼 수 있다.

❶ [illegible] 단항식의 나눗셈은 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 다[illegible] 같이 계산한다.

$12ab \div 4a = 12ab \times \frac{1}{4a}$
$= 12 \times \frac{1}{4} \times ab \times \frac{1}{a}$
$= 3b$

$12ab \div 4a = \frac{12ab}{4a}$
$= \frac{12 \times a \times b}{4 \times a}$
$= 3b$

예 제 2 다음을 계산하여라.

(1) $14ab^2 \div 2ab$ (2) $(-6x)^2 \div (-9x)$

● 풀이 (1) $14ab^2 \div 2ab = \frac{14ab^2}{2ab}$
$= 7b$

(2) $(-6x)^2 \div (-9x) = \frac{36x^2}{-9x}$
$= -4x$

답 ● (1) $7b$ (2) $-4x$

문제 2 다음을 계산하여라.

(1) $16x^9 \div 2x^3$ (2) $-27a^3b \div (-9a)$
(3) $30x^7y \div (-6x^3y)$ (4) $(-5a^3b^4)^2 \div 5ab^5$

본문 해설

❶ 단항식의 나눗셈을 계산하는 방법은 다음의 두 가지가 있다. 두 가지 방법 중 문제에 따라 적절히 이용한다.

(1) 나누는 수의 역수 곱하기

㉮ $6x^3 \div \frac{2}{3}x = 6x^3 \times \frac{3}{2x} = 6 \times \frac{3}{2} \times x^3 \times \frac{1}{x} = 9x^2$

이때 $\frac{2}{3}x = \frac{2x}{3}$에서 역수는 $\frac{3}{2x}$이므로 역수를 $\frac{3x}{2}$로 생각하지 않도록 유의한다.

(2) 분수로 고친 후 약분하기

㉮ $28x^3 \div 4x^5 = \frac{28x^3}{4x^5}$
$= \frac{28 \times x \times x \times x}{4 \times x \times x \times x \times x \times x} = \frac{7}{x^2}$

2

목표 | 단항식의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $16x^9 \div 2x^3 = \frac{16x^9}{2x^3} = \mathbf{8x^6}$

(2) $-27a^3b \div (-9a) = \frac{-27a^3b}{-9a} = \mathbf{3a^2b}$

(3) $30x^7y \div (-6x^3y) = \frac{30x^7y}{-6x^3y} = \mathbf{-5x^4}$

(4) $(-5a^3b^4)^2 \div 5ab^5 = 25a^6b^8 \div 5ab^5$
$= \frac{25a^6b^8}{5ab^5} = \mathbf{5a^5b^3}$

지/도/자/료

$24xy \div 3y$를 $24xy \div 3 \times y$ 즉, $\frac{24xy}{3} \times y$로 생각하지 않도록 유의하여 지도한다. 이와 같은 오해의 여지가 있는 경우 $(24xy) \div (3y)$와 같이 괄호를 사용하여 뜻을 분명히 하는 것도 지도의 한 방법이다.

기/초/력 향상 문제

다음을 계산하여라.

1 $15x^4 \div 3x^5$

2 $10x \div \frac{5}{2}x^3$

3 $\frac{2}{7}x^3 \div 4x$

답 **1** $\frac{5}{x}$ **2** $\frac{4}{x^2}$ **3** $\frac{x^2}{14}$

3

목표 | 단항식의 곱셈과 나눗셈이 혼합되어 있는 식을 계산할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $2x^4 \times 6x^2 \div 4x^3 = 12x^6 \times \dfrac{1}{4x^3} = \mathbf{3x^3}$

(2) $(-6ab)^2 \div 9a^2 \div 2b = 36a^2b^2 \times \dfrac{1}{9a^2} \times \dfrac{1}{2b}$

$= \mathbf{2b}$

(3) $-3xy^2 \times 4x^3y \div 6xy = -12x^4y^3 \times \dfrac{1}{6xy}$

$= \mathbf{-2x^3y^2}$

(4) $9a^2b \div 3ab^3 \times 2a^4b = 9a^2b \times \dfrac{1}{3ab^3} \times 2a^4b$

$= \mathbf{\dfrac{6a^5}{b}}$

4

목표 | 단항식의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | $6a^5b^4 \div (a^2b \times 3ab) = 6a^5b^4 \div 3a^3b^2$

$= \dfrac{6a^5b^4}{3a^3b^2}$

$= \mathbf{2a^2b^2}$

교과서 46 쪽

예 제 3 다음을 계산하여라.

(1) $(3x)^2 \div 6x^3 \times 2x^4$ (2) $8ab^5 \times (-a^3) \div 2b^2$

곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산은 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어서 계산한다.

풀이 (1) $(3x)^2 \div 6x^3 \times 2x^4 = 9x^2 \times \dfrac{1}{6x^3} \times 2x^4$

$= 3x^3$

(2) $8ab^5 \times (-a^3) \div 2b^2 = -8a^4b^5 \times \dfrac{1}{2b^2}$

$= -4a^4b^3$

답 (1) $3x^3$ (2) $-4a^4b^3$

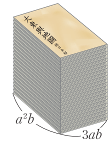
문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $2x^4 \times 6x^2 \div 4x^3$ (2) $(-6ab)^2 \div 9a^2 \div 2b$

(3) $-3xy^2 \times 4x^3y \div 6xy$ (4) $9a^2b \div 3ab^3 \times 2a^4b$



문제 4 오른쪽 그림은 1861년 김정호가 제작한 22권의 대동여지도를 직육면체 모양으로 쌓은 것이다. 이것의 부피가 $6a^5b^4$이라고 할 때, 높이를 구하는 식을 쓰고 계산하여라.




의사소통 $12ab \div 4a$를 $12 \times a \times b \div 4 \times a$로 계산할 수 있는지 토의하여 보자.

의/사/소/통

|출제 의도| 곱셈 기호 ×가 생략되어 있는 단항식의 나눗셈을 할 때, 나누는 식은 괄호가 있는 것으로 생각하여 계산해야 함을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이 | $12ab \div 4a = \dfrac{12ab}{4a} = \dfrac{12 \times a \times b}{4 \times a} = 3b$이고

$12 \times a \times b \div 4 \times a = 12 \times a \times b \times \dfrac{1}{4} \times a = 3a^2b$이므로

$12ab \div 4a$를 $12 \times a \times b \div 4 \times a$로 계산할 수 없다.

따라서 $12ab \div 4a$를 계산할 때에는 $12 \times a \times b \div (4 \times a)$와 같이 나누는 식에 괄호가 있다고 생각하여야 한다.

읽/기/자/료 대동여지도

대동여지도는 분합이 자유롭게 22권으로 만들어 상하를 잇대면 도별 지도가 되고, 전부 연결하면 전국 지도가 되도록 제작하여 쓰임에 따라 이용하기 편리하다. 또 접으면 책 크기가 되어 휴대까지도 용이하게 제작되었다.

22권의 책을 펼치면 세로 6.7 m, 가로 3.8 m 크기로 우리나라에서 가장 큰 전국 지도 중 하나이다.

중/단/원 기초

n이 자연수일 때
- $(ab)^n=a^nb^n$
- $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}\ (b\neq0)$

1 다음 식을 간단히 하여라.

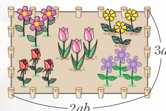
(1) $x^3\times x^6$ (2) $x^8\div x^5$
(3) $(a^2)^7$ (4) $(ab)^6$
(5) $(3a^5b)^3$ (6) $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^5$

단항식의 나눗셈은 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

2 다음을 계산하여라.

(1) $6x^3\times 2x^4$ (2) $-2ab^3\times 4b^2$
(3) $4a^2b\div 2ab$ (4) $6x^5y^3\div(-3x^2y^2)$

3 오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 $2ab$, 세로의 길이가 $3a$인 직사각형 모양의 화단의 넓이를 구하여라.



4 오른쪽 표는 가로줄과 세로줄의 식을 곱하여 나타낸 것이다. 빈칸에 알맞은 식을 써넣어라.

$\times$	a	a^2	a^4
a		a^3	
a^3			
a^5			

중/단/원 기초

1

목표| 지수법칙을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $x^3\times x^6=x^{3+6}=\boldsymbol{x^9}$

(2) $x^8\div x^5=x^{8-5}=\boldsymbol{x^3}$

(3) $(a^2)^7=a^{2\times7}=\boldsymbol{a^{14}}$

(4) $(ab)^6=\boldsymbol{a^6b^6}$

(5) $(3a^5b)^3=3^3(a^5)^3b^3=\boldsymbol{27a^{15}b^3}$

(6) $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^5=\frac{(x^3)^5}{(y^2)^5}=\boldsymbol{\frac{x^{15}}{y^{10}}}$

2

목표| 단항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $6x^3\times 2x^4=6\times2\times x^3\times x^4=\boldsymbol{12x^7}$

(2) $-2ab^3\times 4b^2=-2\times4\times a\times b^3\times b^2$
$=\boldsymbol{-8ab^5}$

(3) $4a^2b\div 2ab=\frac{4a^2b}{2ab}=\boldsymbol{2a}$

(4) $6x^5y^3\div(-3x^2y^2)=-\frac{6x^5y^3}{3x^2y^2}=\boldsymbol{-2x^3y}$

3

목표| 단항식의 곱셈을 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 직사각형 모양의 화단의 가로의 길이가 $2ab$이고 세로의 길이가 $3a$이므로 화단의 넓이는

$2ab\times3a=2\times a\times b\times3\times a$
$=2\times3\times a\times a\times b$
$=\boldsymbol{6a^2b}$

4

목표| 지수법칙 $a^m\times a^n=a^{m+n}$을 이용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

풀이|

$\times$	a	a^2	a^4
a	$\boldsymbol{a^2}$	a^3	$\boldsymbol{a^5}$
a^3	$\boldsymbol{a^4}$	$\boldsymbol{a^5}$	$\boldsymbol{a^7}$
a^5	$\boldsymbol{a^6}$	$\boldsymbol{a^7}$	$\boldsymbol{a^9}$

교과서 48 쪽

중/단/원 기본

수준별

지수법칙

1 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^3\times a\times a^2$　　(2) $a^3\times b\times a^2\times b^4$

(3) $x^3\div x^5\div x^2$　　(4) $x^4\div(x^3\div x^5)$

(5) $a^3\times x^7\div a^2\div x^4$　　(6) $a\div b^3\times a^4\div b^5$

지수법칙의 활용

2 다음 식을 간단히 하여라.

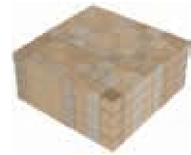
(1) $(x^2y^4)^3\times(x^5y)^4$　　(2) $\left(\frac{b^2}{a}\right)^2\div\left(\frac{b}{a^2}\right)^3$

(3) $x^5\times(x^4y)^2\div y$　　(4) $\left(\frac{y^3}{x^2}\right)^2\div\left(\frac{y^3}{x^2}\right)^3\times\frac{y}{x^3}$

지수법칙의 활용



3 한 변의 길이가 4인 정육면체 모양의 쌓기 나무를 쌓아 오른쪽 그림과 같은 직육면체를 만들었다. 이 직육면체의 부피가 2^a일 때, a의 값을 구하여라.



단항식의 곱셈과 나눗셈

4 다음을 계산하여라.

(1) $(3x)^2\times(-7y^4)$　　(2) $(-2x)^2\times3y^3\times4xy$

(3) $8a^6\div(2a)^2$　　(4) $(-4x^3y^4)\div3x^3y^4\times6y^2$

단항식의 나눗셈

5 오른쪽 그림과 같은 직육면체 모양의 세탁기의 부피가 $18a^3b^4$일 때, 세탁기의 높이를 구하여라.



중/단/원 기본

1

목표| 지수법칙을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $a^3\times a\times a^2=a^{3+1+2}=\boldsymbol{a^6}$

(2) $a^3\times b\times a^2\times b^4=a^{3+2}\times b^{1+4}=\boldsymbol{a^5b^5}$

(3) $x^3\div x^5\div x^2=\frac{1}{x^2}\times\frac{1}{x^2}=\boldsymbol{\frac{1}{x^4}}$

(4) $x^4\div(x^3\div x^5)=x^4\div\frac{1}{x^2}=x^4\times x^2=\boldsymbol{x^6}$

(5) $a^3\times x^7\div a^2\div x^4=a^3\times x^7\times\frac{1}{a^2}\times\frac{1}{x^4}=\boldsymbol{ax^3}$

(6) $a\div b^3\times a^4\div b^5=a\times\frac{1}{b^3}\times a^4\times\frac{1}{b^5}=\boldsymbol{\frac{a^5}{b^8}}$

2

목표| 지수법칙을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(x^2y^4)^3\times(x^5y)^4=x^6y^{12}\times x^{20}y^4$

$=\boldsymbol{x^{26}y^{16}}$

(2) $\left(\frac{b^2}{a}\right)^2\div\left(\frac{b}{a^2}\right)^3=\frac{b^4}{a^2}\div\frac{b^3}{a^6}=\frac{b^4}{a^2}\times\frac{a^6}{b^3}$

$=\boldsymbol{a^4b}$

(3) $x^5\times(x^4y)^2\div y=x^5\times x^8y^2\div y=x^{13}y^2\div y=\boldsymbol{x^{13}y}$

(4) $\left(\frac{y^3}{x^2}\right)^2\div\left(\frac{y^3}{x^2}\right)^3\times\frac{y}{x^3}=\frac{y^6}{x^4}\div\frac{y^9}{x^6}\times\frac{y}{x^3}$

$=\frac{y^6}{x^4}\times\frac{x^6}{y^9}\times\frac{y}{x^3}=\boldsymbol{\frac{1}{xy^2}}$

3

목표| 지수법칙을 이용하여 a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 직육면체에서 쌓기 나무의 가로와 세로의 개수가 각각 8개이고, 높이의 개수가 4개이다. 쌓기 나무의 한 변의 길이가 4이므로 직육면체의 부피는

$(8\times4)\times(8\times4)\times(4\times4)$

$=2^3\times2^2\times2^3\times2^2\times2^2\times2^2$

$=2^{3+2+3+2+2+2}$

$=2^{14}$

따라서 a의 값은 **14**이다.

4

목표| 단항식의 곱셈과 나눗셈을 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(3x)^2\times(-7y^4)=9x^2\times(-7y^4)=\boldsymbol{-63x^2y^4}$

(2) $(-2x)^2\times3y^3\times4xy=4x^2\times3y^3\times4xy$

$=\boldsymbol{48x^3y^4}$

(3) $8a^6\div(2a)^2=8a^6\div4a^2=\frac{8a^6}{4a^2}=\boldsymbol{2a^4}$

(4) $(-4x^3y^4)\div3x^3y^4\times6y^2=\frac{-4x^3y^4}{3x^3y^4}\times6y^2=-\frac{4}{3}\times6y^2$

$=\boldsymbol{-8y^2}$

5

목표| 단항식의 나눗셈을 이용하여 높이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 세탁기의 한 밑면의 넓이는 $3a^2\times2b=6a^2b$이므로 (부피)÷(한 밑면의 넓이)=(높이)에서 세탁기의 높이는

$18a^3b^4\div6a^2b=\frac{18a^3b^4}{6a^2b}=\boldsymbol{3ab^3}$

교과서 49 쪽

중/단/원 실력

1 다음 식을 간단히 하여라.

$$4^5+4^5+4^5+4^5$$

• 지수법칙을 이용하여 하나의 거듭제곱으로 간단히 한다.

2 자연수 n에 대하여 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $2^n\times3^n=\square^n$
(2) $5^{n+2}=5^n\times\square$
(3) $16^3=4^{\square}=2^{\square}$
(4) $2^n\times2^n\times2=2^{\square n+1}$

3 다음 식을 만족시키는 A를 구하여라.

$$(-3x^2yz)^3\div A=(6x^3yz^2)^2$$

• 먼저 식을 간단히 한 후 $x=2$, $y=-3$을 대입하여 식의 값을 구한다.

4 $x=2$, $y=-3$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$(-x^2y)^2\times(-2x^2y)\div(-x^3y^2)$$

5 밑면인 원의 반지름의 길이가 $4ab^2$인 원기둥에 가득 담긴 물을 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3ab^3$이고 높이가 $4a^2b$인 원뿔 모양의 그릇에 부었더니 높이의 $\frac{2}{3}$만큼 채워졌다. 이때 원기둥의 높이를 구하여라.

중/단/원 실력

1

목표| 밑이 같은 거듭제곱의 곱셈의 원리를 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| $4^5=A$라고 하면

$4^5+4^5+4^5+4^5=A+A+A+A$

$=4A=4\times4^5=\mathbf{4^6}$

2

목표| 지수법칙을 이용하여 하나의 거듭제곱으로 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2^n\times3^n=(2\times3)^n=\boxed{\mathbf{6}}^n$

(2) $5^{n+2}=5^n\times5^2=5^n\times\boxed{\mathbf{25}}$

(3) $16^3=(4^2)^3=4^{\boxed{6}}=(2^2)^6=2^{\boxed{12}}$

(4) $2^n\times2^n\times2=2^{n+n+1}=2^{\boxed{2}n+1}$

3

목표| 단항식의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| $A=(-3x^2yz)^3\div(6x^3yz^2)^2$

$=\dfrac{-27x^6y^3z^3}{36x^6y^2z^4}=-\dfrac{\mathbf{3y}}{\mathbf{4z}}$

참고| 자연수의 나눗셈에서

$12\div\boxed{3}=4$

$\boxed{3}=12\div4$

마찬가지로 단항식의 나눗셈에서

$A\div\boxed{B}=C$

$\boxed{B}=A\div C$

가 성립한다.

4

목표| 단항식의 혼합 계산을 하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $(-x^2y)^2\times(-2x^2y)\div(-x^3y^2)$

$=x^4y^2\times(-2x^2y)\div(-x^3y^2)$

$=-2x^6y^3\times\dfrac{1}{-x^3y^2}=2x^3y$

$2x^3y$에 $x=2$, $y=-3$을 대입하면

$2\times2^3\times(-3)=2\times8\times(-3)=\mathbf{-48}$

5

목표| 단항식의 곱셈과 나눗셈을 활용하여 원기둥의 높이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 원기둥의 높이를 h라고 하면 물의 부피는

$\pi\times(4ab^2)^2\times h=\dfrac{1}{3}\times\pi\times(3ab^3)^2\times4a^2b\times\dfrac{2}{3}$

$16\pi a^2b^4\times h=8\pi a^4b^7$

$h=8\pi a^4b^7\times\dfrac{1}{16\pi a^2b^4}=\dfrac{\mathbf{a^2b^3}}{\mathbf{2}}$

2 다항식의 계산

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 이차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.

② 다항식의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.

③ 다항식의 곱셈 원리를 이용하여 곱셈 공식을 유도할 수 있게 한다.

④ 간단한 등식을 변형할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
2-1 다항식의 덧셈과 뺄셈	다항식의 덧셈과 뺄셈
	이차식의 덧셈과 뺄셈
2-2 다항식의 곱셈과 나눗셈	(단항식)×(다항식)
	(다항식)×(다항식)
	(다항식)÷(단항식)
2-3 곱셈 공식	$(a+b)^2$, $(a-b)^2$의 전개
	$(a+b)(a-b)$의 전개
	$(x+a)(x+b)$의 전개
	$(ax+b)(cx+d)$의 전개
2-4 등식의 변형	식의 대입
	한 문자에 관하여 풀기
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 50 쪽

2 다항식의 계산



준|비|학|습

분배법칙
$a(b+c)=ab+ac$
$(a+b)c=ac+bc$

1 다음을 계산하여라.

(1) $2(x+4)$　　(2) $-5(-x+3)$

(3) $3(x-1)$　　(4) $-4(-x-1)$

동류항의 계산
동류항의 합 또는 차는 $2x+3x=(2+3)x=5x$ 와 같이 분배법칙을 이용하여 간단히 나타낼 수 있다.

2 다음을 계산하여라.

(1) $2x-4x$　　(2) $-x+x$

(3) $-3x+1-8x+4$　　(4) $-10x-5+2x+5$

일차식의 덧셈과 뺄셈
• 덧셈: 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.
• 뺄셈: 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

3 다음을 계산하여라.

(1) $(4a-2)+(2a-5)$

(2) $(2a-7)-(7-a)$

단항식의 곱셈과 나눗셈
• 곱셈: 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱하여 계산한다.
• 나눗셈: 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

4 다음을 계산하여라.

(1) $5x\times7x^2$　　(2) $4x\times(-3y^2)$

(3) $12x^3\div3x^2$　　(4) $(2x)^4\div(-2x^2)^3$

준비 학습의 해설

1

목표| 분배법칙을 이용하여 다항식과 수의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2(x+4)=\mathbf{2x+8}$

(2) $-5(-x+3)=\mathbf{5x-15}$

(3) $3(x-1)=\mathbf{3x-3}$

(4) $-4(-x-1)=\mathbf{4x+4}$

2

목표| 동류항의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2x-4x=(2-4)x=\mathbf{-2x}$

(2) $-x+x=(-1+1)x=\mathbf{0}$

(3) $-3x+1-8x+4=(-3-8)x+(1+4)$
$=\mathbf{-11x+5}$

(4) $-10x-5+2x+5=(-10+2)x+(-5+5)$
$=\mathbf{-8x}$

3

목표| 일차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(4a-2)+(2a-5)=\mathbf{6a-7}$

(2) $(2a-7)-(7-a)=2a-7-7+a=\mathbf{3a-14}$

4

목표| 단항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $5x\times7x^2=\mathbf{35x^3}$

(2) $4x\times(-3y^2)=\mathbf{-12xy^2}$

(3) $12x^3\div3x^2=\mathbf{4x}$

(4) $(2x)^4\div(-2x^2)^3=16x^4\div(-8x^6)=\mathbf{-\frac{2}{x^2}}$

교과서 51 쪽

2-1 다항식의 덧셈과 뺄셈

● 이차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

다항식의 덧셈과 뺄셈은 어떻게 하는가?

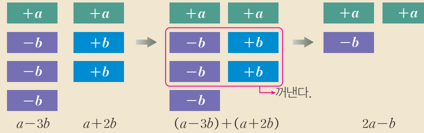
탐 구 활 동

●준비물
대수 타일

활동지 1

다음은 오른쪽 그림의 대수 타일 $+a$, $-a$, $+b$, $-b$를 이용하여 $(a-3b)+(a+2b)$를 계산하는 과정을 나타낸 것이다.

❶ … $3b$와 $a+2b$를 타일로 나타낸다.
… 타일과 $-a$ 타일 또는 $+b$ 타일과 $-b$ 타일이 짝을 이루면 꺼낸다.
… 는 타일을 식으로 나타낸다.



위와 같은 방법으로 다음을 계산하여 보자.

1 $(4a+2b)+(a-3b)$

2 $(-a+3b)+(2a-b)$

❷ … 가 두 가지인 일차식의 덧셈과 뺄셈도 문자가 한 가지인 일차식에서와 같이 … 호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 하면 된다.

이때 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

예를 들어
$$\begin{aligned}(2a+3b)-(a+2b)&=2a+3b-a-2b\\&=2a+3b+(-a)+(-2b)\\&=\{2a+(-a)\}+\{3b+(-2b)\}\\&=(2-1)a+(3-2)b\\&=a+b\end{aligned}$$

2-1 다항식의 덧셈과 뺄셈

소단원 지도 목표

① 다항식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.

② 이차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 다항식에서 차수는 각 항의 차수 중에서 가장 큰 차수가 결정함에 유의하여 지도하고 두 변수의 곱에 대한 차수는 다루지 않는다.

2. 이차식의 계산에서는 한 가지 문자로 된 식만을 다룬다.

3. 이차식 용어는 교수 · 학습 상황에서 다루어질 수 있다.

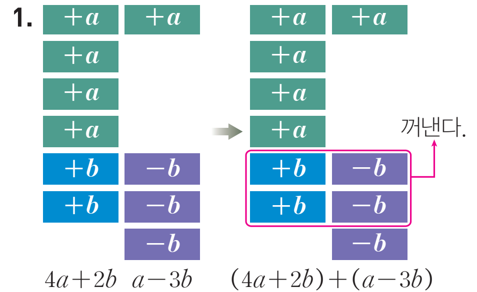
4. 차수가 다를 때에는 덧셈과 뺄셈을 할 수 없음에 주의하여 지도한다.

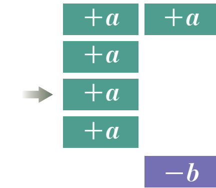
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 식을 나타내는 대수 타일을 이용하여 다항식의 덧셈을 해 봄으로써 다항식의 덧셈의 원리를 이해하게 하려는 것이다.

준비물 • 대수 타일

1.

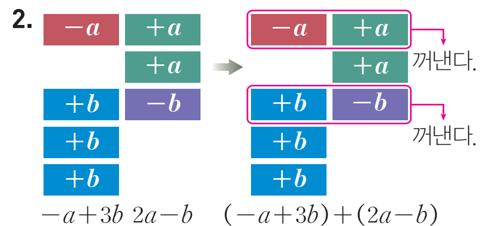


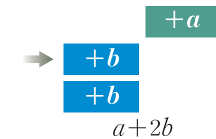


$5a-b$

$(4a+2b)+(a-3b)=5a-b$

2.





$(-a+3b)+(2a-b)=a+2b$

본문 해설

❶ $b-b=0$이므로 대수 타일 $+b$와 $-b$가 짝을 이루면 꺼낸다.

❷ 문자가 두 가지 이상인 경우에도 문자가 한 가지인 일차식에서와 같이 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 계산한다.

본문 해설

❶ 분배법칙을 이용하여 차례로 괄호를 풀고, 수의 연산에서와 같이 덧셈에 대한 교환법칙, 결합법칙이 성립함을 이용하여 동류항끼리 모아서 계산한다.

❷ 세로셈을 할 때에는 동류항끼리 세로로 자리를 맞추어 계산하고, 다항식의 덧셈과 뺄셈을 쉽게 이해하도록 하기 위해 설명하는 정도로만 다룬다.

❸ 괄호 밖의 부호 '−'는 −1의 1이 생략되어 있는 것이므로 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어야 한다.
따라서 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 계산한다.

교과서 52쪽

예제 1 다음을 계산하여라.

(1) $(4a+7b)+(3a-2b)$ (2) $(2x-6y+5)-(4x+y-3)$

● 풀이 ❶ $\ldots 7b)+(3a-2b)$
$\ldots a+7b+3a-2b$
$=4a+3a+7b-2b$
$\ldots a+5b$

❸ $\ldots 6y+5)-(4x+y-3)$
$\ldots x-6y+5-4x-y+3$
$=2x-4x-6y-y+5+3$
$=-2x-7y+8$

❷
$$\begin{array}{r} 4a+7b \\ +)\ 3a-2b \\ \hline 7a+5b \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x-6y+5 \\ -)\ 4x+\ y-3 \\ \hline -2x-7y+8 \end{array}$$

답 ● (1) $7a+5b$ (2) $-2x-7y+8$

문제 1 다음을 계산하여라.

(1) $(2a-7b)+(5a+3b)$ (2) $(x-5y)-(-x+y)$
(3) $(3a-b-6)+(3a-8b+1)$ (4) $(-x-y+5)-(3x+4y-2)$

빼는 식은 괄호를 풀 때, 각 항의 부호를 모두 바꾸어야 한다.

예제 2 다음을 계산하여라.

(1) $3(a-2b)+2(3a+b)$ (2) $a-\{2b-3(a-3b)\}$

괄호를 푸는 순서
소괄호 ( )
↓
중괄호 { }
↓
대괄호 [ ]

● 풀이 (1) $3(a-2b)+2(3a+b)=3a-6b+6a+2b$
$=9a-4b$
(2) $a-\{2b-3(a-3b)\}=a-(2b-3a+9b)$
$=a-(-3a+11b)$
$=a+3a-11b$
$=4a-11b$

답 ● (1) $9a-4b$ (2) $4a-11b$

1

목표 | 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $(2a-7b)+(5a+3b)$
$=2a-7b+5a+3b$
$=2a+5a-7b+3b$
$=\mathbf{7a-4b}$

(2) $(x-5y)-(-x+y)=x-5y+x-y$
$=x+x-5y-y$
$=\mathbf{2x-6y}$

(3) $(3a-b-6)+(3a-8b+1)$
$=3a-b-6+3a-8b+1$
$=3a+3a-b-8b-6+1$
$=\mathbf{6a-9b-5}$

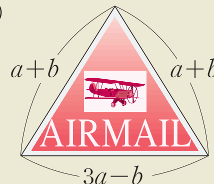
(4) $(-x-y+5)-(3x+4y-2)$
$=-x-y+5-3x-4y+2$
$=-x-3x-y-4y+5+2$
$=\mathbf{-4x-5y+7}$

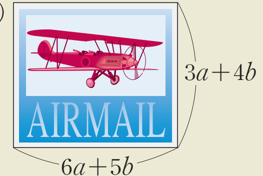
기/초/력 향상 문제

1 다음을 계산하여라.

(1) $(2a+3)+(4a-5)$
(2) $(x+7)-(3x+2)$
(3) $(-5x+3)-(2-3x)$

2 다음 그림에서 둘레의 길이를 구하여라.

(1)


(2)


답 **1** (1) $6a-2$ (2) $-2x+5$ (3) $-2x+1$ **2** (1) $5a+b$ (2) $18a+18b$

교과서 53 쪽

문제 2 다음을 계산하여라.

(1) $3(x+4y)-2(2x-y)$　　(2) $5(2a-b)+3(a+2b)$

(3) $3a+b+\{2a-b-(3b-4)\}$　　(4) $x-2y-\{3x-y-2(2x-y)\}$

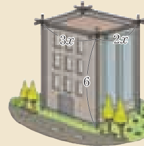
이차식의 덧셈과 뺄셈은 어떻게 하는가?

창의력 기르기 **리모델링**

노후화된 건물의 외관과 구조를 안전하고 쾌적하게 바꾸기 위하여 리모델링을 하는 건축물을 많이 볼 수 있다. 리모델링은 새롭게 건축물을 짓는 것보다 공사비가 절약되고, 환경 쓰레기가 적게 나오는 장점이 있다.



탐구 활동 오른쪽 그림과 같이 리모델링 공사 중에 발생하는 먼지를 차단하기 위해 건물의 옥상과 옆면을 직육면체 모양의 천막으로 덮었다. 다음 물음에 답하여라.



1 사용한 천막의 넓이를 구하여라.

2 **1**의 넓이를 나타낸 식에서 차수가 가장 큰 항을 말하여라.

탐구 활동에서 사용한 천막의 넓이를 구하면

$$6x^2+60x$$

❶ [illegible]x에 관한 다항식 $6x^2+60x$는 두 개의 항 $6x^2$, $60x$로 이루어져 있다. 이 중 [illegible] 차수가 가장 큰 항인 $6x^2$의 차수가 2이다. 따라서 다항식 $6x^2+60x$는 이차식이다.

각 항의 차수 중 최고 차수가 2인 다항식을 이차식이라고 한다.

이차식의 덧셈과 뺄셈도 일차식의 덧셈과 뺄셈에서와 같이 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 계산한다.

(참고) 이차식에서도 동류항은 문자와 차수가 같은 항을 말한다. 예를 들어 이차식 $x^2+2x-1+2x^2+3x+2$에서 동류항은 각각 x^2과 $2x^2$, $2x$와 $3x$, -1과 2이다.

2

목표| 복잡한 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $3(x+4y)-2(2x-y)=3x+12y-4x+2y$

$=\mathbf{-x+14y}$

(2) $5(2a-b)+3(a+2b)=10a-5b+3a+6b$

$=\mathbf{13a+b}$

(3) $3a+b+\{2a-b-(3b-4)\}$

$=3a+b+(2a-b-3b+4)$

$=3a+b+(2a-4b+4)$

$=3a+b+2a-4b+4$

$=\mathbf{5a-3b+4}$

(4) $x-2y-\{3x-y-2(2x-y)\}$

$=x-2y-(3x-y-4x+2y)$

$=x-2y+x-y$

$=\mathbf{2x-3y}$

창의력 기르기 참/고/자/료

사단법인 한국리모델링협회는 점차 증가하고 있는 리모델링의 수요에 발맞추어 다양한 정보를 제공하고, 안전하고 효율적인 리모델링을 위한 품질인증제도를 시행하고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 리모델링에 사용된 천막의 넓이를 구해 봄으로써 이차식의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1. 옥상 천막의 넓이는 $3x\times2x=6x^2$

네 옆면 천막의 넓이의 합은

$2\times(3x\times6)+2\times(2x\times6)=36x+24x$

$=60x$

따라서 천막의 넓이는 $\mathbf{6x^2+60x}$

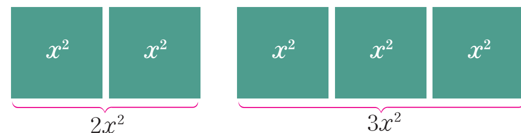
2. $\mathbf{6x^2}$

본문 해설

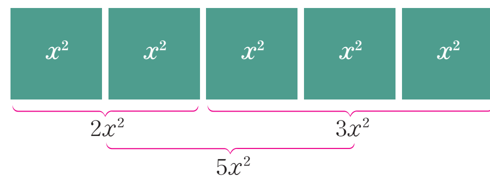
❶ 이차식이란 차수가 가장 높은 항의 차수가 2인 다항식으로 a^2-5a+3은 a에 관한 이차식, $4x^2-x$는 x에 관한 이차식이라고 한다.

지/도/자/료 대수 타일을 이용한 이차식의 동류항 계산

이차식도 일차식과 마찬가지로 대수 타일을 이용하여 다음과 같이 동류항끼리 계산할 수 있다. 식 $2x^2+3x^2$에서 $2x^2$은 x^2의 2배, $3x^2$은 x^2의 3배이므로 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.



따라서 $2x^2+3x^2$을 대수 타일을 이용하여 나타내면



⇨ $2x^2+3x^2=(2+3)x^2=5x^2$

3

목표| 이차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(x^2+3x-5)+(3x^2-x+2)$

$=x^2+3x-5+3x^2-x+2$

$=\mathbf{4x^2+2x-3}$

(2) $(3x^2+6x+4)-(2x^2+3x+1)$

$=3x^2+6x+4-2x^2-3x-1$

$=\mathbf{x^2+3x+3}$

4

목표| 복잡한 이차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2(3x^2+x-6)-5(x^2-x-2)$

$=6x^2+2x-12-5x^2+5x+10$

$=\mathbf{x^2+7x-2}$

(2) $x^2-\{4x-3(x^2-x+5)+6\}$

$=x^2-(4x-3x^2+3x-15+6)$

$=x^2-(-3x^2+7x-9)$

$=x^2+3x^2-7x+9$

$=\mathbf{4x^2-7x+9}$

교과서 54 쪽

예 제 3 다음을 계산하여라.

(1) $(3x^2+x-2)+(2x^2-5x+6)$ (2) $(3x^2+x-2)-(2x^2-5x+6)$

● 풀이 (1) $(3x^2+x-2)+(2x^2-5x+6)$

$=3x^2+x-2+2x^2-5x+6$

$=3x^2+2x^2+x-5x-2+6$

$=5x^2-4x+4$

$$\begin{array}{r} 3x^2+\ x-2 \\ +)\ 2x^2-5x+6 \\ \hline 5x^2-4x+4 \end{array}$$

(2) $(3x^2+x-2)-(2x^2-5x+6)$

$=3x^2+x-2-2x^2+5x-6$

$=3x^2-2x^2+x+5x-2-6$

$=x^2+6x-8$

$$\begin{array}{r} 3x^2+\ x-2 \\ -)\ 2x^2-5x+6 \\ \hline x^2+6x-8 \end{array}$$

뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

답 ● (1) $5x^2-4x+4$ (2) x^2+6x-8

문 제 3 다음을 계산하여라.

(1) $(x^2+3x-5)+(3x^2-x+2)$ (2) $(3x^2+6x+4)-(2x^2+3x+1)$

발전 문 제 4 다음을 계산하여라.

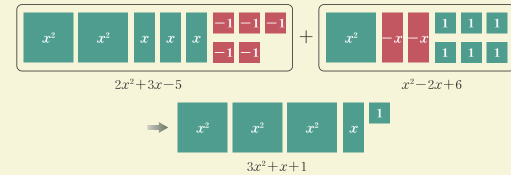
(1) $2(3x^2+x-6)-5(x^2-x-2)$ (2) $x^2-\{4x-3(x^2-x+5)+6\}$

창의 UP

●준비물 대수 타일

활동지 2

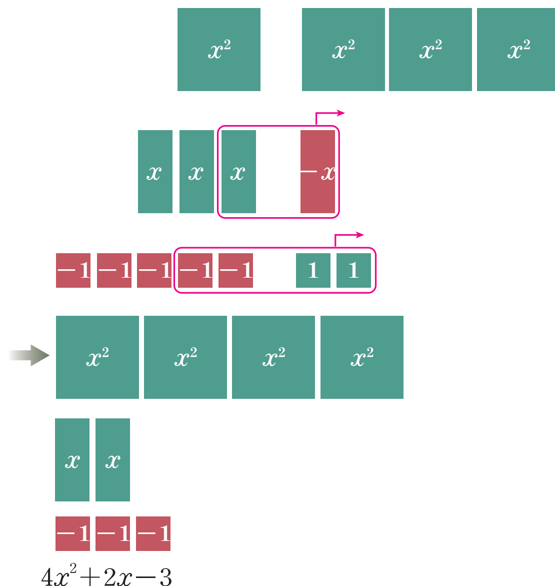
두 다항식 $2x^2+3x-5$, x^2-2x+6을 각각 대수 타일로 나타내고 두 다항식을 더하면 다음과 같다. 문제 3의 계산 과정을 대수 타일을 이용하여 설명하여라.



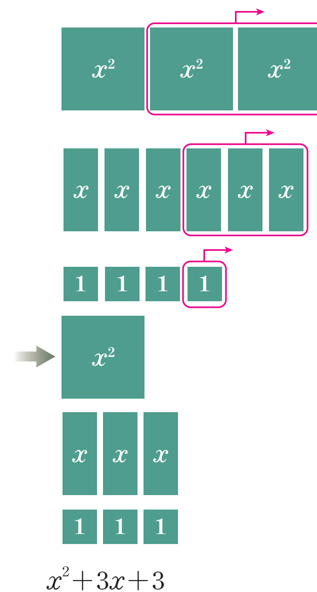
창의 UP

|출제 의도| 대수 타일을 이용하여 이차식의 덧셈과 뺄셈의 계산 원리를 이해하게 한다.

풀이| (1) $(x^2+3x-5)+(3x^2-x+2)$



(2) $(3x^2+6x+4)-(2x^2+3x+1)$



교과서 55 쪽

2-2 다항식의 곱셈과 나눗셈

● 다항식의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.

(단항식)×(다항식)은 어떻게 하는가?



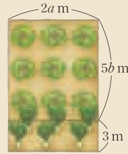
창의력 기르기

주말 농장

주말 농장은 도시 근교의 농지를 도시민에게 빌려 주어 주말이나 휴일에 채소를 길러 보며 전원생활을 느낄 수 있도록 한 곳이다. 도시민들은 주말 농장을 통하여 직접 기른 채소를 먹을 수 있을 뿐만 아니라 채소를 가꾸는 과정을 체험할 수 있다.

탐구 활동

수연이네 가족은 오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 텃밭에 배추와 무를 기르고 있다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 전체 텃밭의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 얼마인가?
2 1에서 얻은 식을 이용하여 전체 텃밭의 넓이를 식으로 나타내어 보자.
3 전체 텃밭의 넓이를 배추밭의 넓이와 무밭의 넓이의 합으로 나타내어 보자.

단항식과 다항식의 곱셈도 수와 다항식의 곱셈과 마찬가지로 분배법칙을 이용하여 계산한다.

● 수와 다항식의 곱셈
$2(3a+4)$
$=2\times 3a+2\times 4$
$=6a+8$

예를 들어

❶ $\cdots 3)=2a\times 5b+2a\times 3$
$=10ab+6a$

이다.

● 전개하여 얻은 식을 전개식이라고 한다.

이와 같이 단항식과 다항식의 곱셈에서 괄호를 풀어 하나의 다항식으로 나타내는 것을 **전개**한다고 한다.

전개
$2a(5b+3)=10ab+6a$
전개식

보기 $3x(x+2y-1)=3x\times x+3x\times 2y+3x\times(-1)$
$=3x^2+6xy-3x$

새로 나온 용어와 기호

• 전개(展開, expansion)

창의력 기르기 참/고/자/료

주말 농장은 직접 씨를 뿌리고 수확하는 자체만으로도 도시민들에게 충분히 즐거움을 준다. 최근에는 건강에 좋은 음식에 대한 인식이 늘어나면서 단순히 아이들의 교육과 주말의 여가를 위해 농사를 짓는 것 외에도 내 손으로 '믿을 만한' 농산물을 수확하기 위해 주말 농장을 이용하는 경우도 많아졌다.
현재 각 지방의 농업협동조합에서는 전국 110여 개의 농장을 도시민에게 연결해 주고 있으며 개인이 운영하는 농장도 다수 있다.
농장 체험, 작물 재배법 등에 대한 자세한 정보는 주말농장 홈페이지(www.weeknfarm.co.kr)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 밭 전체의 넓이를 배추밭과 무밭의 넓이의 합으로 나타내어 봄으로써 단항식과 다항식의 곱셈 방법을 알게 하려는 것이다.

1. 전체 텃밭의 가로의 길이: **$2a$ m**
전체 텃밭의 세로의 길이: **$(5b+3)$ m**

2. **$2a(5b+3)$ m^2**

3. **$2a(5b+3)=10ab+6a$**

2-2 다항식의 곱셈과 나눗셈

소단원 지도 목표

① 단항식과 다항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.
② 다항식과 다항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.
③ 다항식을 단항식으로 나눌 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 단항식과 다항식의 곱셈은 수와 다항식의 곱셈에서와 마찬가지로 분배법칙을 이용하여 계산할 수 있도록 한다.

2. 다항식과 단항식의 나눗셈은 문제에 따라 적절하게 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산할 수 있도록 한다.

3. 다항식과 단항식의 나눗셈은 나누는 식이 단항식이고 그 몫이 다항식인 것만 다룬다.

4. 전개식 용어는 교수 · 학습 상황에서 다루어질 수 있다.

본문 해설

❶ 단항식과 다항식의 곱셈도 수와 다항식의 곱셈에서와 같이 다항식의 각 항에 단항식을 각각 곱하여 계산한다. 식을 전개할 때에는 분배법칙을 이용하고, 전개한 식을 정리할 때에는 덧셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 동류항끼리 모아서 계산한다. 이때 문자끼리의 계산에서는 지수법칙을 이용하여 간단히 나타낸다.

1

목표| 분배법칙을 이용하여 단항식과 다항식의 곱을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $x(3x+2y)=x\times 3x+x\times 2y$
$=\mathbf{3x^2+2xy}$

(2) $-3a(2a-b)=-3a\times 2a-3a\times(-b)$
$=\mathbf{-6a^2+3ab}$

(3) $4a(2a+5b-1)$
$=4a\times 2a+4a\times 5b+4a\times(-1)$
$=\mathbf{8a^2+20ab-4a}$

(4) $2x(-5x+3y-1)$
$=2x\times(-5x)+2x\times 3y+2x\times(-1)$
$=\mathbf{-10x^2+6xy-2x}$

2

목표| 분배법칙을 이용하여 단항식과 다항식의 곱을 전개하고, 동류항끼리 모아서 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $a(2a-3)+2a(a+1)$
$=a\times 2a+a\times(-3)+2a\times a+2a\times 1$
$=2a^2-3a+2a^2+2a$
$=\mathbf{4a^2-a}$

(2) $x(x-3)+7x(x-1)$
$=x\times x+x\times(-3)+7x\times x+7x\times(-1)$
$=x^2-3x+7x^2-7x$
$=\mathbf{8x^2-10x}$

(3) $3a(a+b)-6a(a-b)$
$=3a\times a+3a\times b-6a\times a-6a\times(-b)$
$=3a^2+3ab-6a^2+6ab$
$=\mathbf{-3a^2+9ab}$

(4) $\frac{x}{2}(4x-12)-3x(x-2)$
$=\frac{x}{2}\times 4x+\frac{x}{2}\times(-12)-3x\times x-3x\times(-2)$
$=2x^2-6x-3x^2+6x$
$=\mathbf{-x^2}$

교과서 56 쪽

문제 1 다음 식을 전개하여라.

(1) $x(3x+2y)$ (2) $-3a(2a-b)$
(3) $4a(2a+5b-1)$ (4) $2x(-5x+3y-1)$

예 제 1 $x(3x+5y)-4x(2x-y)$를 계산하여라.

풀이 $x(3x+5y)-4x(2x-y)$
$=x\times 3x+x\times 5y-4x\times 2x-4x\times(-y)$
$=3x^2+5xy-8x^2+4xy$
$=-5x^2+9xy$

답 $-5x^2+9xy$

문제 2 다음을 계산하여라.

(1) $a(2a-3)+2a(a+1)$ (2) $x(x-3)+7x(x-1)$
(3) $3a(a+b)-6a(a-b)$ (4) $\frac{x}{2}(4x-12)-3x(x-2)$

추론
준비물 대수 타일


다음은 대수 타일을 이용하여 $2x(x+1)$을 계산하는 과정을 나타낸 것이다.

❶ 가로축과 세로축에 각각 $2x$, $x+1$을 나타내는 대수 타일을 놓는다.
❷ 빈칸에 알맞은 대수 타일을 올려 놓는다.
❸ 올려 놓은 대수 타일을 보고 식으로 나타낸다.

×	x	x
x	x^2	x^2
1	x	x

→ $2x^2+2x$

위와 같은 방법으로 다음을 계산하여 보자.
(1) $x(x+3)$ (2) $2x(3x+1)$

추/론

|출제 의도| 대수 타일을 이용하여 단항식과 다항식의 곱셈을 직관적을 이해할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이|

(1)

×	x
x	x^2
1	x
1	x
1	x

→ x^2+3x

(2)

×	x	x
x	x^2	x^2
x	x^2	x^2
x	x^2	x^2
1	x	x

→ $6x^2+2x$

교과서 57 쪽

(다항식)×(다항식)은 어떻게 하는가?

창의력 기르기

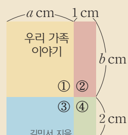
전자책(E-book)

책을 전자책으로 제작하거나 다운로드를 받아 태블릿 피시(PC)로 읽는 사람들을 볼 수 있다. 전문적인 지식이 없더라도 다양한 디자인으로 자신만의 전자책을 꾸밀 수 있고, 여러 종류의 책을 많이 가지고 다닐 수 있는 이점이 있어 사용자가 증가하고 있다.



탐구 활동

오른쪽 그림은 민서가 직접 만든 전자책의 표지이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 표지의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 얼마인가?

2 **1**에서 얻은 식을 이용하여 표지의 넓이를 식으로 나타내어 보자.

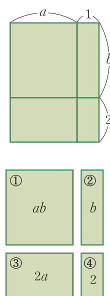
3 표지의 넓이를 ①, ②, ③, ④의 넓이의 합으로 나타내어 보자.

탐구 활동에서 가로의 길이가 $a+1$이고, 세로의 길이가 $b+2$인 직사각형의 넓이는 $(a+1)(b+2)$이다.

이것은 오른쪽 그림에서 알 수 있듯이 4개의 직사각형 ①, ②, ③, ④의 넓이의 합과 같으므로

$$(a+1)(b+2)=ab+b+2a+2$$

이다.



한편 다음과 같이 분배법칙을 이용하여 이 등식이 항상 성립함을 밝힐 [illegible]

❶ [illegible]$(b+2)$ — $b+2$를 M으로 놓는다.

[illegible]$+1)M$ — 분배법칙

$=aM+M$ — M에 $b+2$를 대입한다.

$=a(b+2)+(b+2)$ — 분배법칙

$=ab+2a+b+2$

지/도/자/료 대수 타일을 이용한 (단항식)×(다항식)

대수 타일의 넓이를 다항식의 항으로 연결시켜 생각할 수 있게 한다. 즉, 타일의 넓이가 같은 것은 동류항에 해당하므로 같은 타일끼리 더하여 간단히 나타낼 수 있도록 한다.
각 타일의 넓이를 구하고, 그 합은 전체 직사각형의 넓이와 같음을 이용하여 단항식과 다항식을 곱한 전개식을 찾아내게 한다. 이때 분배법칙을 이용하여 구한 식과 비교해 보면서 단항식과 다항식의 곱셈을 하는 방법을 확인하게 한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

전자책(E-book)은 전자 기기로 볼 수 있는 텍스트 또는 이미지로 구성된 출판물을 일컫는 말로 이북(ebook), 디지털북(digital-book)이라고도 불린다. 보통 전자책은 전용 리더에서 읽을 수 있지만 최근 태블릿 피시(PC), 스마트폰에서도 볼 수 있게 개발되어 많은 사람들이 사용하고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 전자책 표지의 넓이와 각 부분의 넓이를 구해 봄으로써 다항식과 다항식의 곱셈 방법을 알게 하려는 것이다.

1. 표지의 가로의 길이: $(a+1)$ cm
표지의 세로의 길이: $(b+2)$ cm

2. $(a+1)(b+2)$ cm^2

3. ①의 넓이가 ab cm^2, ②의 넓이가 b cm^2, ③이 넓이가 $2a$ cm^2, ④의 넓이가 2 cm^2이므로 표지의 넓이는
$(ab+b+2a+2)$ cm^2

본문 해설

❶ $(a+1)(b+2)$에서 $a+1=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(a+1)(b+2)&=A(b+2)\\&=Ab+2A\\&=(a+1)b+2(a+1)\\&=ab+b+2a+2\end{aligned}$$

이것은 $b+2=M$으로 놓고 계산한 것과 같다.

읽/기/자/료 남·북한 수학 용어 비교

북한에서는 많은 학문 용어를 순우리말로 바꾸어 사용한다고 한다. 다항식에서 사용되는 수학 용어는 우리와 어떻게 다른지 알아보고, 용어의 의미를 음미해 보자.

남한의 용어	북한의 용어
항	마디
단항식	홑마디식
다항식	여러마디식
동류항	한또래마디
이항	마디옮기기
문자식	글자식
등호	같은기호, 같기표
교환법칙	바꿈법칙
결합법칙	묶음법칙
역수	거꿀수

3

목표| 분배법칙을 이용하여 다항식과 다항식의 곱을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a+3)(b+2)$

$=a\times b+a\times 2+3\times b+3\times 2$

$=\mathbf{ab+2a+3b+6}$

(2) $(x+5)(y-3)$

$=x\times y+x\times(-3)+5\times y+5\times(-3)$

$=\mathbf{xy-3x+5y-15}$

(3) $(a-5)(b-7)$

$=a\times b+a\times(-7)-5\times b-5\times(-7)$

$=\mathbf{ab-7a-5b+35}$

(4) $(x-8)(y+1)$

$=x\times y+x\times 1-8\times y-8\times 1$

$=\mathbf{xy+x-8y-8}$

교과서 58 쪽

즉, $(a+1)(b+2)$는 분배법칙을 이용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$(a+1)(b+2)=\underset{❶}{ab}+\underset{❷}{2a}+\underset{❸}{b}+\underset{❹}{2}$$

예 제 2 $(a+5)(b-2)$를 전개하여라.

$(a+5)(b-2)$
$=ab-2a+5b-10$

풀이 $(a+5)(b-2)=a\times b+a\times(-2)+5\times b+5\times(-2)$
$=ab-2a+5b-10$

답 $ab-2a+5b-10$

문제 3 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+3)(b+2)$ (2) $(x+5)(y-3)$
(3) $(a-5)(b-7)$ (4) $(x-8)(y+1)$

다항식과 다항식의 곱을 전개하였을 때, 전개식에 동류항이 있으면 동류항을 모아서 간단히 정리한다.

예를 들어 두 다항식의 곱 $(a+4)(a-5)$를 전개하면 다음과 같다.

$$(a+4)(a-5)=a\times a+a\times(-5)+4\times a+4\times(-5)$$
$$=a^2-5a+4a-20$$
$$=a^2-a-20$$

문제 4 다음 식을 전개하여라.

식을 전개한 후 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

(1) $(a+6)(a+2)$ (2) $(x+4)(x-5)$
(3) $(a+5)(a-1)$ (4) $(x-7)(x-3)$

문제 5 다음 식을 전개하여라.

(1) $(2a+1)(a-3)$ (2) $(x-8)(3x+1)$
(3) $(3b-4)(b-5)$ (4) $(y-1)(2y+1)$

4

목표| 분배법칙을 이용하여 다항식과 다항식의 곱을 전개하고, 동류항끼리 모아서 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a+6)(a+2)$

$=a\times a+a\times 2+6\times a+6\times 2$

$=a^2+2a+6a+12$

$=\mathbf{a^2+8a+12}$

(2) $(x+4)(x-5)$

$=x\times x+x\times(-5)+4\times x+4\times(-5)$

$=x^2-5x+4x-20$

$=\mathbf{x^2-x-20}$

(3) $(a+5)(a-1)$

$=a\times a+a\times(-1)+5\times a+5\times(-1)$

$=a^2-a+5a-5$

$=\mathbf{a^2+4a-5}$

(4) $(x-7)(x-3)$

$=x\times x+x\times(-3)-7\times x-7\times(-3)$

$=x^2-3x-7x+21$

$=\mathbf{x^2-10x+21}$

5

목표| 분배법칙을 이용하여 다항식과 다항식의 곱을 전개하고, 동류항끼리 모아서 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(2a+1)(a-3)=2a^2-6a+a-3$

$=\mathbf{2a^2-5a-3}$

(2) $(x-8)(3x+1)=3x^2+x-24x-8$

$=\mathbf{3x^2-23x-8}$

(3) $(3b-4)(b-5)=3b^2-15b-4b+20$

$=\mathbf{3b^2-19b+20}$

(4) $(y-1)(2y+1)=2y^2+y-2y-1$

$=\mathbf{2y^2-y-1}$

참고| $(a+1)(b+2)$를 전개하면 $a\times b+a\times 2+1\times b+1\times 2$이고, 이것을 간단히 하면 $ab+2a+b+2$이다. 이러한 과정이 충분히 이해되면 다항식과 다항식을 곱할 때 중간 과정을 생략하고 $(a+1)(b+2)=ab+2a+b+2$와 같이 바로 전개할 수 있게 한다.

(다항식)÷(단항식)은 어떻게 하는가?

창의력 기르기

케이크

이집트 벽화를 보면 밀가루를 반죽하여 케이크를 만드는 사람들의 모습을 볼 수 있다. 오늘날 케이크는 촛불로 장식을 하여 축하할 때나 무병장수를 기원할 때 많이 사용한다. 케이크에 촛불로 장식을 하는 것은 중세 독일 농민들의 '킨테페스페' 라는 어린이 생일 축하 행사에서 시작되었다고 전해진다.

탐구 활동

오른쪽 그림과 같은 삼각기둥 모양의 조각 케이크의 한 밑면의 넓이는 $2a$, 부피는 $4a^2+6ab$라고 한다. 다음 물음에 답하여라.

1 조각 케이크의 높이를 (부피)÷(한 밑면의 넓이)로 나타내어 보자.

2 1의 식을 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸어 나타내어 보자.



다항식을 단항식으로 나눌 때에도 다항식을 수로 나눌 때와 마찬가지로 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

예를 들어 $(4a^2+6ab)\div 2a$를 계산하면 다음과 같다.

$$(4a^2+6ab)\div 2a = (4a^2+6ab)\times\frac{1}{2a} = 4a^2\times\frac{1}{2a}+6ab\times\frac{1}{2a} = 2a+3b$$

❶ $$(4a^2+6ab)\div 2a = \frac{4a^2+6ab}{2a} = \frac{4a^2}{2a}+\frac{6ab}{2a} = 2a+3b$$

● $\frac{x+y}{a}=\frac{x}{a}+\frac{y}{a}$

● 다항식을 단항식으로 나눌 때에는 각 항의 부호에 주의한다.

보기 (1) $(9a^2-3ab)\div 3a=\frac{9a^2-3ab}{3a}=\frac{9a^2}{3a}-\frac{3ab}{3a}=3a-b$

(2) $(8x^2-4x)\div(-2x)=\frac{8x^2-4x}{-2x}=\frac{8x^2}{-2x}-\frac{4x}{-2x}=-4x+2$

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $(-5a^2+15ab)\div 5a$

(2) $(x^3-3x^2-x)\div(-x)$

창의력 기르기 참/고/자/료

케이크(cake)는 서양에서 만들어진 과자의 일종이다. 보통 빵에 크림을 바르고 과일 등을 얹은 것을 가리키지만, 페이스트리(pastry) 또는 치즈케이크나 핫케이크(hot cake)와 같이 크림이나 과일을 얹지 않은 것, 그리고 차게 해서 굳힌 것 등 여러 가지 종류가 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 조각 케이크의 높이를 부피와 한 밑면의 넓이에 대한 식으로 나타내어 보고, 이를 곱셈으로 바꾸어 계산하여 봄으로써 다항식을 단항식으로 나누는 방법을 추측할 수 있도록 하려는 것이다.

1. 조각 케이크의 높이: $\mathbf{(4a^2+6ab)\div 2a}$

2. $\mathbf{(4a^2+6ab)\times\frac{1}{2a}}$

본문 해설

❶ $\frac{4a^2+6ab}{2a}$를 약분할 때, $2a$는 분자 $4a^2+6ab$의 공통의 분모이므로 반드시 $\frac{4a^2}{2a}+\frac{6ab}{2a}=2a+3b$로 계산하여야 한다. 즉, 분수인 다항식에서 하나의 항만을 약분하여 $\frac{4a^2+6ab}{2a}=2a+6ab$ 또는 $\frac{4a^2+6ab}{2a}=4a^2+3b$로 계산하지 않도록 한다.

6

목표| 다항식을 단항식으로 나눌 수 있게 한다.

풀이| (1) $(-5a^2+15ab)\div 5a$

$=\frac{-5a^2+15ab}{5a}=\frac{-5a^2}{5a}+\frac{15ab}{5a}$

$=\mathbf{-a+3b}$

(2) $(x^3-3x^2-x)\div(-x)$

$=\frac{x^3-3x^2-x}{-x}=\frac{x^3}{-x}-\frac{3x^2}{-x}-\frac{x}{-x}$

$=\mathbf{-x^2+3x+1}$

지/도/자/료

1. 나눗셈은 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산할 수 있음을 이용하여 다항식을 단항식으로 나누는 방법을 설명한다. 이때 곱셈과 마찬가지로 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어 전개할 수 있도록 지도한다.

2. $(3a^2+ab)\div\left(-\frac{3}{4}a\right)$와 같이 나누는 단항식의 계수가 분수일 때 $(3a^2+ab)\times\left(-\frac{4}{3}a\right)$와 같이 $-\frac{3}{4}a$의 역수를 $-\frac{4}{3}a$로 잘못 생각하여 계산하지 않도록 지도한다.

즉, $-\frac{3}{4}a=-\frac{3a}{4}$이므로 그 역수는 $-\frac{4}{3a}$임을 이해하게 한다.

교과서 60 쪽

예 제 3 다음을 계산하여라.

(1) $\dfrac{4a^2+6ab}{2a}+\dfrac{5ab-10b^2}{5b}$ (2) $x(2x-7)-(16x^3+8x^2)\div 4x$

풀이 (1) $\dfrac{4a^2+6ab}{2a}+\dfrac{5ab-10b^2}{5b}=(2a+3b)+(a-2b)$

$=3a+b$

❶ $-7)-(16x^3+8x^2)\div 4x=2x^2-7x-\dfrac{16x^3+8x^2}{4x}$

$=2x^2-7x-4x^2-2x$

$=-2x^2-9x$

답 (1) $3a+b$ (2) $-2x^2-9x$

문제 7 다음을 계산하여라.

(1) $\dfrac{6x-15x^2}{3x}+\dfrac{4y^2-12xy}{4y}$

(2) $\dfrac{x^4-2x^3+x^2}{x^2}-\dfrac{8x^3+2x^2-4x}{2x}$



문제 8 다음을 계산하여라.

(1) $(8a^2-4a)\div 2a-(3a^2+2a)\div a$

(2) $\{3x(x-5)-x(7x-3)\}\div 2x$



추론 다음은 명수와 상희가 계산한 것이다. 계산에서 틀린 곳을 각각 찾아 그 이유를 설명하고, 바르게 계산하여 보자.

명수: $-\dfrac{4x^2y^3+6x^3y}{2xy}=-2xy^2+3x^2$

상희: $-\dfrac{4x^2y^3+6x^3y}{2xy}=-2xy^2-6x^3y$

본문 해설

❶ 다항식을 단항식으로 나누는 계산을 분수로 바꾸어 계산할 때, 분수 앞에 '−' 부호가 있으면 나누는 식의 분자에 괄호가 있는 것으로 생각한다.

$$-\frac{A+B}{C}=\frac{-(A+B)}{C}=\frac{-A-B}{C}=-\frac{A}{C}-\frac{B}{C}$$

$$-\frac{A-B}{C}=\frac{-(A-B)}{C}=\frac{-A+B}{C}=-\frac{A}{C}+\frac{B}{C}$$

7

목표| 분수로 나타내어진 (다항식)÷(단항식)을 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\dfrac{6x-15x^2}{3x}+\dfrac{4y^2-12xy}{4y}$

$=2-5x+y-3x=\mathbf{-8x+y+2}$

(2) $\dfrac{x^4-2x^3+x^2}{x^2}-\dfrac{8x^3+2x^2-4x}{2x}$

$=x^2-2x+1-4x^2-x+2$

$=\mathbf{-3x^2-3x+3}$

8

목표| (다항식)÷(단항식)과 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(8a^2-4a)\div 2a-(3a^2+2a)\div a$

$=\dfrac{8a^2-4a}{2a}-\dfrac{3a^2+2a}{a}$

$=(4a-2)-(3a+2)$

$=4a-2-3a-2=\mathbf{a-4}$

(2) $\{3x(x-5)-x(7x-3)\}\div 2x$

$=\dfrac{3x(x-5)-x(7x-3)}{2x}$

$=\dfrac{3x^2-15x-7x^2+3x}{2x}$

$=\dfrac{-4x^2-12x}{2x}=\mathbf{-2x-6}$

추/론

|출제 의도| 다항식을 단항식으로 나누는 계산을 분수로 바꾸어 계산할 때, 분수 앞에 '−' 부호가 있으면 분자의 각 항의 부호를 바꾸어야 하고, 분모를 분자의 각 항과 각각 약분해야 함을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 명수는 분자의 두 번째 항 $6x^3y$의 부호를 바꾸지 않았고, 상희는 분자의 $6x^3y$를 약분하지 않았다. 따라서 바르게 계산하면 다음과 같다.

$$-\frac{4x^2y^3+6x^3y}{2xy}=\frac{-4x^2y^3-6x^3y}{2xy}$$

$$=-\frac{4x^2y^3}{2xy}-\frac{6x^3y}{2xy}$$

$$=-2xy^2-3x^2$$

교과서 61 쪽

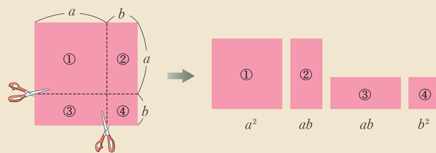
2-3 곱셈 공식

● 다항식의 곱셈의 원리를 이용하여 곱셈 공식을 유도할 수 있다.

$(a+b)^2$, $(a-b)^2$은 어떻게 전개하는가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 정사각형 모양의 색종이를 두 개의 정사각형과 두 개의 직사각형으로 잘랐을 때, 물음에 답하여 보자.

●준비물
색종이, 가위



1 처음 색종이의 넓이를 거듭제곱으로 나타내어 보자.

2 처음 색종이의 넓이를 ①, ②, ③, ④의 넓이의 합으로 나타내어 보자.

다항식의 곱셈에서 특수한 꼴의 곱셈은 공식을 이용하면 쉽게 전개할 수 있다.
이제 곱셈 공식에 대하여 알아보자.

$(a+b)^2$은 분배법칙을 이용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)$$
$$=a^2+ab+ab+b^2$$
$$=a^2+2ab+b^2$$

$(a+b)(a+b)$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a+b)^2\neq a^2+b^2$

같은 방법으로 $(a-b)^2$도 다음과 같이 전개할 수 있다.

❶
$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)$$
$$=a^2-ab-ab+b^2$$
$$=a^2-2ab+b^2$$

$(a-b)(a-b)$

3. 곱셈 공식은 다음의 경우만 다룬다.
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 처음 색종이의 넓이와 색종이의 부분의 넓이의 합을 구하여 봄으로써 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$임을 이해하게 하려는 것이다.
준비물 • 색종이, 가위

1. 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이가 $a+b$이므로 처음 색종이의 넓이는
$(a+b)(a+b)=\mathbf{(a+b)^2}$

2. ①의 넓이가 a^2, ②의 넓이가 ab, ③의 넓이가 ab, ④의 넓이가 b^2이므로
$(a+b)^2=a^2+ab+ab+b^2$
$=\mathbf{a^2+2ab+b^2}$

참고| 주어진 그림에서 각 영역의 넓이를 구하여 직관적으로 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$임을 이해할 수 있도록 지도한다.

2-3 곱셈 공식

소단원 지도 목표

① 다항식의 곱셈의 원리를 이용하여 여러 가지 곱셈 공식을 유도할 수 있게 한다.
② 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

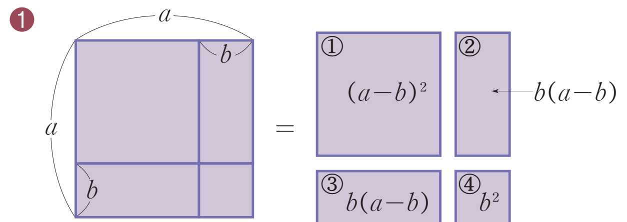
교수 · 학습상의 유의점

1. 두 다항식의 곱을 전개할 때 괄호로 묶인 식을 하나의 문자처럼 생각할 수 있도록 지도한다.

2. 다항식의 구조를 파악하여 적절한 곱셈 공식을 적용할 수 있도록 지도한다.

본문 해설

❶



①=(전체 정사각형의 넓이)−②−③−④
$(a-b)^2=a^2-b(a-b)-b(a-b)-b^2$
$=a^2-ab+b^2-ab+b^2-b^2$
$=a^2-2ab+b^2$

1

목표| 곱셈 공식[1]을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a+5)^2=a^2+2\times a\times 5+5^2$

$=\mathbf{a^2+10a+25}$

(2) $(b-9)^2=b^2-2\times b\times 9+9^2$

$=\mathbf{b^2-18b+81}$

(3) $(x+y)^2=x^2+2\times x\times y+y^2$

$=\mathbf{x^2+2xy+y^2}$

(4) $(x-y)^2=x^2-2\times x\times y+y^2$

$=\mathbf{x^2-2xy+y^2}$

2

목표| 곱셈 공식[1]을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(3x+2)^2=(3x)^2+2\times 3x\times 2+2^2$

$=\mathbf{9x^2+12x+4}$

(2) $(4x-5)^2=(4x)^2-2\times 4x\times 5+5^2$

$=\mathbf{16x^2-40x+25}$

교과서 62 쪽

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [1]

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

예 제 1

다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+4)^2$　　(2) $(b-3)^2$

● 풀이　(1) $(a+4)^2=a^2+2\times a\times 4+4^2$

$=a^2+8a+16$

(2) $(b-3)^2=b^2-2\times b\times 3+3^2$

$=b^2-6b+9$

답 ● (1) $a^2+8a+16$　(2) b^2-6b+9

문제 1

다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+5)^2$　　(2) $(b-9)^2$

(3) $(x+y)^2$　　(4) $(x-y)^2$

발전 문제 2

다음 식을 전개하여라.

(1) $(3x+2)^2$　　(2) $(4x-5)^2$



의사소통　다음 등식이 성립하는지 토의하여 보자.

$(-a-b)^2=(a+b)^2$

의/사/소/통

|출제 의도| 곱셈 공식[1]을 다양한 상황에 적용할 수 있음을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| $(-a-b)^2=\{(-a)-b\}^2$

$=(-a)^2-2\times(-a)\times b+b^2$

$=a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$이므로 주어진 등식 $(-a-b)^2=(a+b)^2$은 성립한다.

다른 풀이| $(-a-b)^2=\{-(a+b)\}^2$

$=(a+b)^2$

$=a^2+2ab+b^2$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$이므로 주어진 등식 $(-a-b)^2=(a+b)^2$은 성립한다.

지/도/자/료　곱셈 공식 $(a+b)^2$, $(a-b)^2$

1. $(a+b)^2\neq a^2+b^2$, $(a-b)^2\neq a^2-b^2$임에 유의하도록 지도한다.

2. 학생들이 곱셈 공식을 기계적으로 외워서 받아들이는 경우에 식이 조금만 변형되어도 적용하지 못하는 경우가 많다. 따라서 곱셈 공식을 적용할 수 있는 다항식을 다음과 같이 여러 가지 형태로 제공하여 공식이 적용되는 방법을 익힐 수 있도록 지도한다.

(1) $(-a+b)^2=\{-(a-b)\}^2=(a-b)^2$

(2) $(-a-b)^2=\{-(a+b)\}^2=(a+b)^2$

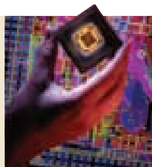
(3) $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=a^2+2\times a\times\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=a^2+2+\frac{1}{a^2}$

(4) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=a^2-2\times a\times\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=a^2-2+\frac{1}{a^2}$

교과서 63 쪽

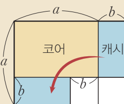
$(a+b)(a-b)$는 어떻게 전개하는가?

창의력 기르기 중앙처리장치(CPU) 설계



컴퓨터의 두뇌 역할을 하는 중앙처리장치는 크게 코어(core)와 캐시(cache)의 두 부분으로 나눌 수 있다. 코어와 캐시의 위치를 설계하는 방법에 따라 중앙처리장치의 속도, 발열 등 컴퓨터의 성능이 달라진다.

탐구 활동 오른쪽 그림과 같이 설계된 중앙처리장치의 발열이 심해 캐시의 위치를 코어의 아래쪽으로 옮기려고 한다. 다음 물음에 답하여라.



1 캐시가 코어의 오른쪽에 위치하도록 설계하였을 때, 중앙처리장치의 넓이를 가로와 세로의 곱으로 나타내어 보자.

2 캐시를 코어의 아래쪽으로 옮겨 설계하였을 때, 정사각형의 넓이의 차를 이용하여 중앙처리장치의 넓이를 나타내어 보자.

$(a+b)(a-b)$는 다음과 같이 전개할 수 있다.

❶ $(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2$

$=a^2-b^2$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [2]

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

예 제 2 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+3)(a-3)$ (2) $(2x+5)(2x-5)$

● 풀이 (1) $(a+3)(a-3)=a^2-3^2=a^2-9$

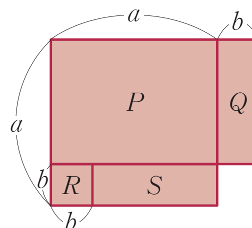
(2) $(2x+5)(2x-5)=(2x)^2-5^2=4x^2-25$

답 ● (1) a^2-9 (2) $4x^2-25$

2. 캐시를 코어의 아래쪽으로 옮겼을 때 중앙처리장치는 한 변의 길이가 a인 정사각형에서 한 변의 길이가 b인 정사각형을 제외한 부분과 같으므로 그 넓이는 $\boldsymbol{a^2-b^2}$이다.

본문 해설

❶



$Q=S$이므로

$P+Q=P+S=(P+R+S)-R$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

창의력 기르기 참/고/자/료

중앙처리장치(CPU: central processing unit)는 외부에서 정보를 입력 받고, 기억하고, 컴퓨터 프로그램의 명령어를 해석하여 연산하고, 외부로 출력하는 역할을 한다. 즉, 컴퓨터 시스템 전체를 제어하는 장치로, 컴퓨터의 두뇌에 해당한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 중앙처리장치의 캐시의 위치를 바꾸어 넓이를 구해 봄으로써 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$임을 이해하게 하려는 것이다.

1. 중앙처리장치의 가로의 길이는 $a+b$, 세로의 길이는 $a-b$이므로 중앙처리장치의 넓이는 $\boldsymbol{(a+b)(a-b)}$이다.

읽/기/자/료 대수학



비에타

대수학이란 수학의 한 분야로 수를 대신하여 문자를 사용하거나 수학적 법칙을 간결하게 나타내는 학문이다. 16세기 유럽에서 대수학의 각 분야에 대한 급속한 진전이 시작되었는데, 그중에서 수학의 기호화에 큰 공을 세운 사람은 프랑스의 수학자 비에타(Viéta, F.: 1540～1603)였다. 이전까지 방정식은 문장으로 나타내었는데, 비에타는 +, −를 사용하였고 미지수는 모음을 나타내는 문자로 표시하는 등 미지수와 계수를 문자로 나타내는 방정식을 사용하기 시작했다. 이후 많은 수학자들이 더욱 편리한 기호의 개발에 노력을 쏟은 결과 현재 우리가 사용하는 계산 법칙이 나오게 된 것이다. 방정식을 푸는 것이 이 분야의 출발점이었으나 오늘날의 대수학은 수학의 기초 분야가 되었다.

3

목표| 곱셈 공식[2]를 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a+6)(a-6)=a^2-6^2=\mathbf{a^2-36}$

(2) $(2b+1)(2b-1)=(2b)^2-1^2=\mathbf{4b^2-1}$

(3) $(a+2b)(a-2b)=a^2-(2b)^2=\mathbf{a^2-4b^2}$

(4) $(-x-y)(-x+y)=(-x+y)(-x-y)$

$=\{(-x)+y\}\{(-x)-y\}$

$=(-x)^2-y^2=\mathbf{x^2-y^2}$

지/도/자/료 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)$

곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$은 같은 두 수나 문자의 합과 차의 곱을 계산할 때 적용할 수 있다. 예를 들어 $(-3a+2)(-3a-2)$는 $-3a$와 2의 합과 차의 곱이므로

$(-3a+2)(-3a-2)=(-3a)^2-2^2$

$=9a^2-4$

와 같이 전개하고, $(-x+2y)(x+2y)$는 $2y$와 x의 합과 차의 곱이므로

$(-x+2y)(x+2y)=(2y-x)(2y+x)$

$=(2y)^2-x^2$

$=4y^2-x^2=-x^2+4y^2$

위와 같이 곱셈 공식[2]를 적용하면 다음을 알 수 있다.

(1) $(-a+b)(a+b)=(b-a)(b+a)=b^2-a^2$

(2) $(-a+b)(-a-b)=(-a)^2-b^2=a^2-b^2$

교과서 64 쪽

문제 3 다음 식을 전개하여라.

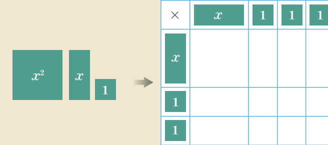
(1) $(a+6)(a-6)$ (2) $(2b+1)(2b-1)$

(3) $(a+2b)(a-2b)$ (4) $(-x-y)(-x+y)$

$(x+a)(x+b)$는 어떻게 전개하는가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 넓이가 x^2, x, 1인 세 종류의 대수 타일을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 전개할 때, 물음에 답하여 보자.

● 준비물
대수 타일
활동지 4



1 표의 빈칸을 대수 타일로 채워 보자.

2 **1**을 이용하여 $(x+3)(x+2)$의 전개식을 써 보자.

두 다항식의 곱 $(x+$ … $+b)$를 전개하면 다음과 같다.

❶ … $(x+b)=x^2+bx+ax+ab$

$=x^2+(a+b)x+ab$

여기서 전개식의 x의 계수는 a와 b의 합과 같고, 상수항은 a와 b의 곱과 같음을 알 수 있다.

$(x+a)(x+b)=x^2+(\underset{\text{합}}{\underline{a+b}})x+\underset{\text{곱}}{\underline{a\times b}}$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [3]

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 대수 타일을 이용하여 $(x+a)(x+b)$의 전개식을 알게 하려는 것이다.

준비물 • 대수 타일

1.

×	x	1	1	1
x	x^2	x	x	x
1	x	1	1	1
1	x	1	1	1

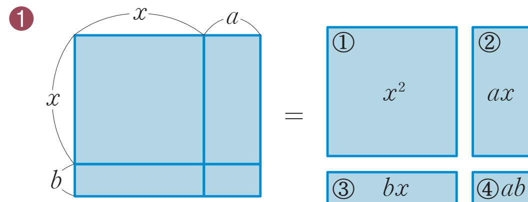
2. $(x+3)(x+2)$

$=x^2+x\times5+1\times6$

$=\mathbf{x^2+5x+6}$

본문 해설

❶



(전체 정사각형의 넓이)$=$①$+$②$+$③$+$④

$(x+a)(x+b)=x^2+ax+bx+ab$

$=x^2+(a+b)x+ab$

교과서 65 쪽

예 제 3 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+4)(x+2)$　　(2) $(x+1)(x-5)$

$(x+4)(x+2)$
$=x^2+\underline{6}x+\underline{8}$
합　곱

풀이 (1) $(x+4)(x+2)=x^2+(4+2)x+4\times2$
$=x^2+6x+8$
(2) $(x+1)(x-5)=x^2+\{1+(-5)\}x+1\times(-5)$
$=x^2-4x-5$

답 (1) x^2+6x+8　(2) x^2-4x-5

문제 4 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+2)(x+1)$　　(2) $(x+5)(x-2)$
(3) $(x-6)(x-3)$　　(4) $(x-4)(x+7)$

$(ax+b)(cx+d)$는 어떻게 전개하는가?

$(ax+b)(cx+d)$

두 다항식의 곱 $(ax+b)(cx+d)$를 전개하면 다음과 같다.

❶ $(ax+b)(cx+d)=ax\times cx+ax\times d+b\times cx+b\times d$
$=acx^2+adx+bcx+bd$
$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [4]
$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

4

목표| 곱셈 공식[3]을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(x+2)(x+1)=x^2+(2+1)x+2\times1$
$=\mathbf{x^2+3x+2}$
(2) $(x+5)(x-2)=(x+5)\{x+(-2)\}$
$=x^2+\{5+(-2)\}x+5\times(-2)$
$=\mathbf{x^2+3x-10}$
(3) $(x-6)(x-3)=\{x+(-6)\}\{x+(-3)\}$
$=x^2+\{(-6)+(-3)\}x+(-6)\times(-3)$
$=\mathbf{x^2-9x+18}$
(4) $(x-4)(x+7)=\{x+(-4)\}(x+7)$
$=x^2+\{(-4)+7\}x+(-4)\times7$
$=\mathbf{x^2+3x-28}$

기/초/력 향상 문제

다음 식을 전개하여라.

1 $(x+2)(x+3)$

2 $(x-1)(x-7)$

3 $(x+6)(x-2)$

4 $(x-2)(x+8)$

답 **1** x^2+5x+6 **2** x^2-8x+7 **3** $x^2+4x-12$ **4** $x^2+6x-16$

본문 해설

❶

ax　b
cx
d
=
① acx^2　② bcx
③ adx　④ bd

(전체 직사각형의 넓이)=①+②+③+④

$(ax+b)(cx+d)=acx^2+bcx+adx+bd$
$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

지/도/자/료

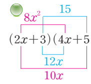
1. 곱셈 공식을 잘 적용하지 못하는 경우 분배법칙을 이용하여 전개한 후 동류항끼리 정리하는 과정을 다시 한 번 상기시키고, 복잡한 과정을 간편히 해결할 수 있는 곱셈 공식으로 간단히 할 수 있도록 한다.

2. 학생들에게 공식이라는 것이 수학 자체를 어렵게 만드는 경우가 많다. 하지만 학생들이 사칙연산과 구구단을 처음에는 어려워했지만, 다음 단계를 위해 익숙하고 자연스럽게 쓰는 것처럼 곱셈 공식도 식의 계산에서 처음은 어렵지만, 다음 단계를 위해선 반드시 충분히 연습하고 익숙해져야 함을 강조하도록 한다.

교과서 66 쪽

예 제 4 다음 식을 전개하여라.

(1) $(2x+3)(4x+5)$ (2) $(3x-1)(5x-2)$



풀이 (1) $(2x+3)(4x+5)$

$=(2\times4)x^2+(2\times5+3\times4)x+3\times5$

$=8x^2+22x+15$

(2) $(3x-1)(5x-2)$

$=(3\times5)x^2+\{3\times(-2)+(-1)\times5\}x+(-1)\times(-2)$

$=15x^2+(-6-5)x+2$

$=15x^2-11x+2$

답 (1) $8x^2+22x+15$ (2) $15x^2-11x+2$

문제 5 다음 식을 전개하여라.

(1) $(2x+3)(x+4)$ (2) $(7x+1)(x-2)$

(3) $(6x-5)(-x-1)$ (4) $(-x+2)(4x-7)$



문제 6 곱셈 공식을 이용한 문제를 만들고, 그 식을 전개하여라.



의사소통 다음을 계산하여 보고, 간단하게 계산하는 방법을 토의하여 보자.

(1) 103^2 (2) 299^2

(3) 202×198 (4) 10.2×9.8

5

목표| 곱셈 공식[4]를 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(2x+3)(x+4)$

$=(2\times1)x^2+(2\times4+3\times1)x+3\times4$

$=\mathbf{2x^2+11x+12}$

(2) $(7x+1)(x-2)$

$=(7\times1)x^2+\{7\times(-2)+1\times1\}x$

$+1\times(-2)$

$=\mathbf{7x^2-13x-2}$

(3) $(6x-5)(-x-1)$

$=\{6\times(-1)\}x^2+\{6\times(-1)$

$+(-5)\times(-1)\}x+(-5)\times(-1)$

$=\mathbf{-6x^2-x+5}$

(4) $(-x+2)(4x-7)$

$=\{(-1)\times4\}x^2+\{(-1)\times(-7)+2\times4\}x$

$+2\times(-7)$

$=\mathbf{-4x^2+15x-14}$

6

|출제 의도| 곱셈 공식을 이용한 문제를 만들고, 풀어 봄으로써 곱셈 공식의 적용을 익숙하게 하기 위한 문제이다.

예시| 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x-7)^2$ (2) $(-4x+9)(4x+9)$

(3) $(x+5)(x-8)$ (4) $(6x-5)(-x-2)$

풀이| (1) $(x-7)^2=x^2-2\times x\times7+7^2$

$=x^2-14x+49$

(2) $(-4x+9)(4x+9)=(9-4x)(9+4x)$

$=9^2-(4x)^2$

$=-16x^2+81$

(3) $(x+5)(x-8)=x^2+\{5+(-8)\}x+5\times(-8)$

$=x^2-3x-40$

(4) $(6x-5)(-x-2)$

$=\{6\times(-1)\}x^2+\{6\times(-2)+(-5)\times(-1)\}x$

$+(-5)\times(-2)$

$=-6x^2-7x+10$

의/사/소/통

|출제 의도| 곱셈 공식을 이용하여 복잡한 수의 계산을 간단히 할 수 있음을 알게 하려는 문제이다.

풀이| (1) $103^2=(100+3)^2$

$=100^2+2\times100\times3+3^2$

$=10000+600+9=10609$

(2) $299^2=(300-1)^2=300^2-2\times300\times1+1^2$

$=90000-600+1=89401$

(3) $202\times198=(200+2)\times(200-2)$

$=200^2-2^2=40000-4=39996$

(4) $10.2\times9.8=(10+0.2)\times(10-0.2)$

$=10^2-0.2^2=100-0.04=99.96$

2-4 등식의 변형



● 간단한 등식을 변형할 수 있다.

주어진 식의 문자에 다른 식을 대입할 수 있는가?

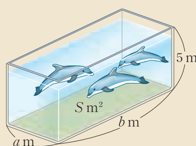
창의력 기르기

수족관과 수조

수족관은 물속이나 물가에서 생활하는 동물을 수집, 사육, 전시하는 기관이다. 수족관에서는 이러한 동물을 수조에 넣어 관리하는데, 수조의 크기는 집에서 관리하는 관상어 수조와 같이 작은 것에서부터 돌고래, 고래와 같은 종이 생활할 수 있는 큰 수조까지 다양하다.

탐구 활동

오른쪽 그림과 같은 직육면체 모양의 수조의 한 밑면의 넓이를 $S\ \mathrm{m}^2$, 부피를 $V\ \mathrm{m}^3$라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1 V를 S를 사용한 식으로 나타내어 보자.

2 S를 a, b를 사용한 식으로 나타내어 보자.

3 V를 a, b를 사용한 식으로 나타내어 보자.

주어진 식의 문자에 수를 대입하는 것과 마찬가지로 문자에 식을 대입할 수도 있다.

예를 들어 $A=x+4y$, $B=2x-y$일 때, $2A+3B$의 A에 $x+4y$, B에 $2x-y$를 대입하면 다음과 같다.

● 대입하는 식이 다항식이면 괄호로 묶어서 대입한다.

$$\begin{aligned} 2A+3B &= 2(x+4y)+3(2x-y) \\ &= 2x+8y+6x-3y \\ &= 8x+5y \end{aligned}$$

$2A+3B$ (A ← $x+4y$, B ← $2x-y$)

이와 같이 주어진 식의 문자에 다른 식을 대입하여 주어진 식을 다른 문자에 관한 식으로 나타낼 수 있다.

문제 | ❶ [illegible]$-2y$, $B=-x+5y$일 때, 다음 식을 x, y에 관한 식으로 나타내어라.

(1) [illegible]$A+B$ (2) $-A+4B$

창의력 기르기 참/고/자/료

돌고래는 폐로 호흡을 하기 때문에 규칙적으로 물 위에 올라와 숨을 쉬어야 하며 1분에 한두 차례 정수리에 있는 숨구멍인 분수공으로 호흡한다. 청각이 매우 발달하여 음파 탐지 능력이 있고, 피부의 촉각이 예민하지만 냄새는 맡지 못한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 수조의 부피 V와 한 밑면의 넓이 S를 식으로 나타내고, 문자에 식을 대입하여 봄으로써 주어진 식을 다른 문자에 관한 식으로 나타낼 수 있음을 알게 하려는 것이다.

1. (부피)=(한 밑면의 넓이)×(높이)이므로 $\boldsymbol{V=5S}$이다.

2. 수조의 밑면의 가로의 길이가 a m이고, 세로의 길이가 b m이므로 $\boldsymbol{S=ab}$이다.

3. $\boldsymbol{V=5ab}$

2-4 등식의 변형

소단원 지도 목표

① 주어진 식의 문자에 다른 식을 대입하여 주어진 식을 다른 문자에 관한 식으로 나타낼 수 있게 한다.

② 주어진 등식을 한 문자에 관하여 풀 수 있게 한다.

목표 | 주어진 식의 문자에 다른 식을 대입할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $5A+B=5(3x-2y)+(-x+5y)$
$=15x-10y-x+5y$
$=\boldsymbol{14x-5y}$

(2) $-A+4B=-(3x-2y)+4(-x+5y)$
$=-3x+2y-4x+20y$
$=\boldsymbol{-7x+22y}$

교수 · 학습상의 유의점

1. 등식의 변형은 등식의 성질을 이용해야 하므로 등식의 성질을 정확하게 이해하고 있는지 확인한 후 지도한다.

2. 식의 변형에서 $x^2+y^2=3$과 같이 서로 다른 두 문자의 차수가 모두 이차인 경우에 서로 다른 문자에 관하여 푸는 것은 다루지 않는다.

본문 해설

❶ 식을 x, y에 관한 식으로 나타낸다는 의미는 그 식을 x와 y 이외의 문자가 없는 식으로 변형한다는 것이다. 따라서 x와 y 이외의 문자는 그 문자를 대신할 수 있는 수 또는 x와 y만 들어 있는 식으로 나타내어야 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • x와 y 사이의 관계식을 y를 구하는 식으로 나타내어 봄으로써 '~에 관하여 푼다.'라는 말이 의미를 이해하게 하려는 것이다.

1. $\boldsymbol{2x+y=20}$

2. $2x$를 이항하면 $y=\boxed{\boldsymbol{-2x+20}}$

교과서 68 쪽

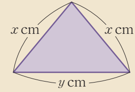
주어진 등식을 한 문자에 관하여 풀 수 있는가?

탐구 활동 오른쪽 그림과 같은 이등변삼각형의 둘레의 길이가 20 cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 x와 y 사이의 관계를 등식으로 나타내어 보자.

2 밑변의 길이 y를 구하는 식을 다음 □ 안에 써넣어 보자.

$y=$□



y에 관하여 푼다.
⇨ $y=$(다른 문자에 관한 식)

탐구 활동의 등식 $2x+y=20$에서 $2x$를 이항하면 $y=-2x+20$이다.

이와 같이 등식을 변형하여 y를 다른 문자에 관한 식으로 나타내는 것을 y에 관하여 푼다고 한다.

보기 $x+2y=-x+8$을 y에 관하여 풀면

$2y=-2x+8,\ y=-x+4$

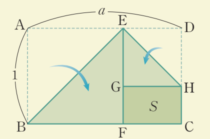
문제 2 다음 등식을 y에 관하여 풀어라.

(1) $5x-3y=-18$ (2) $2x+3y=-6x+4y+2$

문제 3 다음 등식을 [ ] 안의 문자에 관하여 풀어라.

(1) $S=\frac{1}{2}ah$ $[h]$ (2) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$ $[a]$

창의 UP 가로의 길이가 a, 세로의 길이가 1인 직사각형 모양의 종이 ABCD를 오른쪽 그림과 같이 접었다. 이때 사각형 GFCH의 넓이 S를 구하는 방법을 설명하여라. (단, $1<a<2$)



2

목표 주어진 등식을 변형하여 y에 관하여 풀 수 있게 한다.

풀이 (1) $5x-3y=-18$에서

$-3y=-5x-18$

$\frac{-3y}{-3}=\frac{-5x-18}{-3}$, $\boldsymbol{y=\frac{5}{3}x+6}$

(2) $2x+3y=-6x+4y+2$에서

$3y-4y=-6x+2-2x$

$-y=-8x+2$

$\frac{-y}{-1}=\frac{-8x+2}{-1}$, $\boldsymbol{y=8x-2}$

3

목표 주어진 등식을 변형하여 한 문자에 관하여 풀 수 있게 한다.

풀이 (1) $S=\frac{1}{2}ah$에서 $2S=ah$

$ah=2S$, $\boldsymbol{h=\frac{2S}{a}}$

(2) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$에서 $2S=(a+b)h$

$(a+b)h=2S$

$a+b=\frac{2S}{h}$, $\boldsymbol{a=\frac{2S}{h}-b}$

창의 UP

출제 의도 다양한 조건에서 다항식의 계산 원리를 이용하여 문제를 해결할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이 □ABFE는 정사각형이므로

$\overline{AB}=\overline{AE}=1$

$\overline{ED}=\overline{AD}-\overline{AE}=a-1$

□EGHD는 정사각형이므로

$\overline{ED}=\overline{EG}=\overline{GH}=a-1$

$\overline{GF}=\overline{EF}-\overline{EG}=1-(a-1)=2-a$

따라서 □GFCH의 넓이 S는

$S=\overline{GH}\times\overline{GF}=(a-1)(2-a)$

$=-(a-1)(a-2)$

$=-(a^2-3a+2)$

$S=-a^2+3a-2$

교과서 69 쪽

중/단/원 기초

다항식의 덧셈과 뺄셈은 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

1 다음을 계산하여라.

(1) $(a+3b)+(4a-2b)$　(2) $(2a-5b)-(6a+b)$
(3) $(x^2-2x)+(4x^2+x)$　(4) $(x^2-5x)-(3x^2+4x)$

2 다음을 계산하여라.

(1) $2a(6a+5)$　(2) $-4x(2x-3)$
(3) $(8a^2+4a)\div(-4a)$　(4) $(5a^2-10ab)\div 5a$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$(x+a)(x+b)$
$=x^2+(a+b)x+ab$
$(ax+b)(cx+d)$
$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

3 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+2)^2$　(2) $(b-1)^2$
(3) $(x+3)(x-3)$　(4) $(x-1)(x+1)$
(5) $(x+2)(x+5)$　(6) $(2x-3)(3x-5)$

4 $A=2x+3y$, $B=x-5y$일 때, 다음 식을 x, y에 관한 식으로 나타내어라.

(1) $3A+4B$　(2) $-A+5B$

5 $y=2x-3$일 때, $x-y+4$를 x에 관한 식으로 나타내어라.

중/단/원 기초

1

목표| 다항식의 덧셈과 뺄셈을 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a+3b)+(4a-2b)=a+3b+4a-2b$
$=\mathbf{5a+b}$

(2) $(2a-5b)-(6a+b)=2a-5b-6a-b$
$=\mathbf{-4a-6b}$

(3) $(x^2-2x)+(4x^2+x)=x^2-2x+4x^2+x$
$=\mathbf{5x^2-x}$

(4) $(x^2-5x)-(3x^2+4x)=x^2-5x-3x^2-4x$
$=\mathbf{-2x^2-9x}$

2

목표| 단항식과 다항식의 곱셈, 나눗셈을 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2a(6a+5)=2a\times 6a+2a\times 5$
$=\mathbf{12a^2+10a}$

(2) $-4x(2x-3)=-4x\times 2x-4x\times(-3)$
$=\mathbf{-8x^2+12x}$

(3) $(8a^2+4a)\div(-4a)=\dfrac{8a^2+4a}{-4a}$
$=\mathbf{-2a-1}$

(4) $(5a^2-10ab)\div 5a=\dfrac{5a^2-10ab}{5a}$
$=\mathbf{a-2b}$

3

목표| 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a+2)^2=a^2+2\times a\times 2+2^2$
$=\mathbf{a^2+4a+4}$

(2) $(b-1)^2=b^2-2\times b\times 1+1^2=\mathbf{b^2-2b+1}$

(3) $(x+3)(x-3)=x^2-3^2=\mathbf{x^2-9}$

(4) $(x-1)(x+1)=x^2-1^2=\mathbf{x^2-1}$

(5) $(x+2)(x+5)=x^2+(2+5)x+2\times 5$
$=\mathbf{x^2+7x+10}$

(6) $(2x-3)(3x-5)$
$=(2\times 3)x^2+\{2\times(-5)+(-3)\times 3\}x$
$+(-3)\times(-5)$
$=\mathbf{6x^2-19x+15}$

4

목표| 주어진 식의 문자에 다른 식을 대입할 수 있게 한다.

풀이| (1) $3A+4B=3(2x+3y)+4(x-5y)$
$=6x+9y+4x-20y$
$=6x+4x+9y-20y$
$=\mathbf{10x-11y}$

(2) $-A+5B=-(2x+3y)+5(x-5y)$
$=-2x-3y+5x-25y$
$=-2x+5x-3y-25y$
$=\mathbf{3x-28y}$

5

목표| 주어진 식을 한 문자에 관한 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $x-y+4=x-(2x-3)+4$
$=\mathbf{-x+7}$

중/단/원 기본

1

목표| 복잡한 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2(a-5b)-4(a+3b)$

$=2a-10b-4a-12b=\mathbf{-2a-22b}$

(2) $(5x^2-x+3)+2(x^2+x-1)$

$=5x^2-x+3+2x^2+2x-2=\mathbf{7x^2+x+1}$

(3) $3(x^2+2x+4)-(4x^2-3x+5)$

$=3x^2+6x+12-4x^2+3x-5$

$=\mathbf{-x^2+9x+7}$

(4) $7x-[2x+\{(x-5y)+3x\}-y]$

$=7x-\{2x+(x-5y+3x)-y\}$

$=7x-(2x+4x-5y-y)$

$=7x-6x+6y=\mathbf{x+6y}$

2

목표| (다항식)÷(단항식)을 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\dfrac{2a^2b+4ab-6a}{2a}$

$=\dfrac{2a^2b}{2a}+\dfrac{4ab}{2a}-\dfrac{6a}{2a}=\mathbf{ab+2b-3}$

(2) $(15a^2-10ab+5a)\div5a$

$=\dfrac{15a^2}{5a}-\dfrac{10ab}{5a}+\dfrac{5a}{5a}=\mathbf{3a-2b+1}$

(3) $\dfrac{3a^2+4ab}{a}-\dfrac{8ab-14b^2}{2b}$

$=3a+4b-4a+7b=\mathbf{-a+11b}$

(4) $(20a^2+4a)\div(-4a)+(3a^2-7a)\div a$

$=\dfrac{20a^2+4a}{-4a}+\dfrac{3a^2-7a}{a}$

$=-5a-1+3a-7=\mathbf{-2a-8}$

3

목표| 단항식과 다항식의 곱셈을 이용하여 실생활 문제를 해결 할 수 있게 한다.

풀이| 책의 겉표지의 가로의 길이는 $b+1+b=2b+1$ 이므로 표지 전체의 넓이는 $a(2b+1)=2ab+a$

$\mathbf{2ab+a}$ ($\mathbf{cm^2}$)

교과서 70 쪽

중/단/원 기본

다항식의 덧셈과 뺄셈

1 다음을 계산하여라.

(1) $2(a-5b)-4(a+3b)$ (2) $(5x^2-x+3)+2(x^2+x-1)$

(3) $3(x^2+2x+4)-(4x^2-3x+5)$ (4) $7x-[2x+\{(x-5y)+3x\}-y]$

다항식과 단항식의 나눗셈

2 다음을 계산하여라.

(1) $\dfrac{2a^2b+4ab-6a}{2a}$

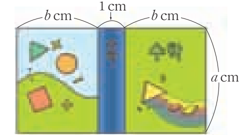
(2) $(15a^2-10ab+5a)\div5a$

(3) $\dfrac{3a^2+4ab}{a}-\dfrac{8ab-14b^2}{2b}$

(4) $(20a^2+4a)\div(-4a)+(3a^2-7a)\div a$

단항식과 다항식의 곱셈

3 다음 그림과 같이 책의 겉표지를 만들려고 할 때, 표지 전체의 넓이를 식으로 나타내어라.



곱셈 공식

4 다음을 계산하여라.

(1) $(x+y)^2-(x-y)^2$

(2) $(x+3)(x-3)+(x-5)^2$

(3) $(x+1)(x-5)+(x-4)(x+2)$

(4) $(x-2)(5x+6)-(3x-4)(x-1)$

등식의 변형

5 다음 등식을 [ ] 안의 문자에 관하여 풀어라.

(1) $a+2b=l$ [b] (2) $\dfrac{a+b}{2}=\dfrac{a-2b}{3}$ [a]

4

목표| 곱셈 공식을 이용하여 식을 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(x+y)^2-(x-y)^2$

$=x^2+2xy+y^2-(x^2-2xy+y^2)=\mathbf{4xy}$

(2) $(x+3)(x-3)+(x-5)^2$

$=x^2-9+x^2-10x+25=\mathbf{2x^2-10x+16}$

(3) $(x+1)(x-5)+(x-4)(x+2)$

$=x^2-4x-5+x^2-2x-8=\mathbf{2x^2-6x-13}$

(4) $(x-2)(5x+6)-(3x-4)(x-1)$

$=5x^2-4x-12-(3x^2-7x+4)=\mathbf{2x^2+3x-16}$

5

목표| 등식을 변형하여 한 문자에 관하여 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $a+2b=l$에서 $2b=l-a$, $\mathbf{b=\dfrac{l-a}{2}}$

(2) $\dfrac{a+b}{2}=\dfrac{a-2b}{3}$에서 $3(a+b)=2(a-2b)$

$3a-2a=-4b-3b$, $\mathbf{a=-7b}$

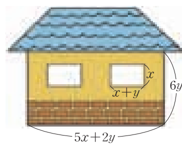
교과서 71 쪽

중/단/원 실력

1 $\frac{1}{4}(2x^2-x+1)-\frac{2}{3}(x^2+3x-7)$을 계산하여 얻은 다항식에서 x^2의 계수를 a, x의 계수를 b라고 할 때, ab의 값을 구하여라.

2 어떤 식에서 $3x^2-x+6$을 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 x^2+4x가 되었다. 이때 바르게 계산한 답을 구하여라.

3 오른쪽 그림과 같은 집 모양의 그림에서 두 창문의 크기는 같다. 이때 지붕과 창문을 제외한 부분의 넓이를 구하여라.



4 $(x+y)(x-y)$를 이용하여 $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)$의 값을 구하여라.

• 주어진 문자에 식을 대입하고, 곱셈 공식을 이용한다.

5 $A=2x-y$, $B=-x-y$일 때, 다음 식을 x, y에 관한 식으로 나타내어라.
(1) A^2+B^2 (2) $(A+B)^2$

• $a:b=4:3$이면 $3a=4b$, $a=\frac{4}{3}b$

6 $a:b=2:3$이고 $b:c=1:2$일 때, $\frac{3a+4b+c}{2b}$의 값을 구하여라.

중/단/원 실력

1
목표| 이차식을 간단히 하여 주어진 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{1}{4}(2x^2-x+1)-\frac{2}{3}(x^2+3x-7)$

$=-\frac{1}{6}x^2-\frac{9}{4}x+\frac{59}{12}$

$ab=\left(-\frac{1}{6}\right)\times\left(-\frac{9}{4}\right)=\mathbf{\frac{3}{8}}$

2
목표| 다항식의 덧셈과 뺄셈을 이용하여 바르게 계산한 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| 어떤 식을 □라고 하면

□$+(3x^2-x+6)=x^2+4x$에서

□$=(x^2+4x)-(3x^2-x+6)=-2x^2+5x-6$

따라서 바르게 계산하면

$-2x^2+5x-6-(3x^2-x+6)=\mathbf{-5x^2+6x-12}$

3
목표| 단항식과 다항식의 곱셈을 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (지붕과 창문을 제외한 부분의 넓이)

$=6y(5x+2y)-2x(x+y)$

$=30xy+12y^2-2x^2-2xy$

$=\mathbf{-2x^2+28xy+12y^2}$

4
목표| 곱셈 공식을 이용하여 수의 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| $(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)$

$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)$

$=(2^4-1)(2^4+1)$

$=2^8-1=\mathbf{255}$

5
목표| 주어진 식의 문자에 다른 식을 대입하고, 곱셈 공식을 이용하여 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $A^2+B^2=(2x-y)^2+(-x-y)^2$

$=4x^2-4xy+y^2+x^2+2xy+y^2$

$=\mathbf{5x^2-2xy+2y^2}$

(2) $(A+B)^2=(2x-y-x-y)^2$

$=(x-2y)^2=\mathbf{x^2-4xy+4y^2}$

6
목표| 비례식을 등식으로 변형하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $a:b=2:3$에서 $3a=2b$, $a=\frac{2}{3}b$

$b:c=1:2$에서 $2b=c$, $c=2b$

$\frac{3a+4b+c}{2b}=\frac{3\times\frac{2}{3}b+4b+2b}{2b}=\frac{8b}{2b}=\mathbf{4}$

수행 과제

● 수행 과제 의도

이 수행 과제는 지수법칙을 이용하여 여러 가지 거듭제곱을 나타내어 봄으로써 지수법칙을 자연스럽게 활용할 수 있도록 하기 위한 것이다.

과제 1 _예시

$x=(x\times x)^2\div x^3$

$x^2=x\times x^3\div x^2$

$x^3=(x^3\div x)^2\div x$

$x^4=x^2\times x^3\div x$

$x^5=(x^3\div x)^2\times x$

$x^6=x^3\times x^2\times x$

$x^7=(x^3\times x)^2\div x$

$x^8=(x^2)^3\times x\times x$

$x^9=(x^3\times x)^2\times x$

$x^{10}=(x\times x\times x^3)^2$

교과서 72 쪽

수행 과제

x, 2, 3으로 식 만들기

다음은 x를 세 개, 연산 기호를 두 개, 숫자 2와 3을 각각 한 개씩 사용하여 계산 결과가 0과 1이 되도록 만든 것이다.

$0=x^2-x^3\div x$
$1=x\times x^2\div x^3$

과제 1 위와 같이 x를 세 개, 연산 기호를 두 개, 2와 3을 각각 한 개씩 사용하여 계산 결과가 다음과 같아지도록 만들어 보자. (단, 연산 기호는 같은 것을 두 번 사용할 수 있고 괄호를 사용할 수도 있다.)

식 만들기

계산 결과	식
x	
x^2	
x^3	
x^4	
x^5	
x^6	
x^7	
x^8	
x^9	
x^{10}	

과제 2 과제 1의 계산 결과를 확인하고, 다른 학생이 만든 방법과 비교하여 보자.

교과서 73 쪽

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ______

점검 항목				
학습 내용	지수법칙을 이해하였는가?			
	이차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있는가?			
	다항식의 곱셈의 원리를 이해하고, 곱셈 공식을 유도할 수 있는가?			
	다항식의 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있는가?			
	간단한 등식을 변형할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

과제 2 _예시

다음과 같이 하나의 계산 결과를 여러 가지 방법으로 나타낼 수 있음을 서로 비교하여 알 수 있다.

$x=x\times\{(x\div x)^2\}^3$

$x^2=x^3\div x^2\times x$

$x^3=x^3\times(x\div x)^2$

$x^4=(x\times x)^3\div x^2$

$x^5=x\times(x^3\div x)^2$

$x^6=(x^3)^2\times(x\div x)$

$x^7=(x\times x)^2\times x^3$

$x^8=(x\times x^2)^3\div x$

$x^9=x\times(x^3\times x)^2$

$x^{10}=(x\times x^2)^3\times x$

교과서 74 쪽

II. 식의 계산

대단원 핵심 한눈에 보기

① 지수법칙

지수법칙	m, n이 자연수일 때 (1) $a^m \times a^n = a^{m+n}$ (2) $(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$ (3) $a \neq 0$에 대하여 $m > n$이면 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ $m = n$이면 $a^m \div a^n = 1$ $m < n$이면 $a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}$ (4) $(ab)^n = a^n b^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $(b \neq 0)$

② 단항식의 곱셈과 나눗셈

곱셈	(1) 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱하여 계산한다. (2) 같은 문자끼리 곱할 때에는 지수법칙을 이용한다. (3) 계산 결과를 쓸 때에는 계수를 먼저 쓰고, 문자는 알파벳 순서로 쓴다.
나눗셈	역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

③ 다항식의 덧셈과 뺄셈

이차식	차수가 2인 다항식
덧셈과 뺄셈	(1) 덧셈: 동류항끼리 모아서 계산한다. (2) 뺄셈: 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

④ 다항식의 곱셈과 나눗셈

전개	두 식의 곱을 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어 하나의 다항식으로 나타내는 것
곱셈과 나눗셈	(1) 단항식과 다항식의 곱셈: 분배법칙을 이용하여 계산한다. (2) 다항식과 다항식의 곱셈 $(a+1)(b+2) = ab+2a+b+2$ (3) 나눗셈: 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

⑤ 곱셈 공식

곱셈 공식	(1) $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ (2) $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$ (3) $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$ (4) $(ax+b)(cx+d)$ $= acx^2+(ad+bc)x+bd$

⑥ 등식의 변형

식의 대입	주어진 식의 문자에 그 문자를 나타내는 다른 식을 대입할 수 있다. 예 $A = x+2y$, $B = 4x-y$일 때 $3A+2B = 3(x+2y)+2(4x-y)$ $= 11x+4y$
등식의 변형	등식을 변형하여 y를 다른 문자에 관한 식으로 나타내는 것을 등식을 y에 관하여 푼다고 한다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

• 전개

지도 내용

1. $a \neq 0$이고, m, n이 자연수일 때, 여러 가지 지수법칙을 알고 이를 이용하여 식을 간단히 할 수 있도록 한다.
또 단항식의 곱셈과 나눗셈은 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱하거나 나누어서 계산할 수 있도록 한다.

2. 이차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있고, 곱셈 공식을 이용하여 다항식의 곱셈, 다항식과 단항식의 나눗셈을 할 수 있도록 한다.
등식의 성질을 이해하고 주어진 식의 문자에 다른 식을 대입하거나 등식을 한 문자에 관하여 풀어 등식을 변형할 수 있도록 한다.

교과서 75 쪽

만화로 보는 수학 이야기

우리 아이가 커졌어요!



생각 키/우/기 | 이 곱셈 기계에 b^5을 넣었을 때 결과를 말하여 보자.

만화로 보는 수학 이야기

만화에서는 지수법칙을 생각해 볼 수 있는 발문을 하고 있다. 이번 단원에서는 이러한 문제를 해결할 수 있는 실마리를 제공하는 지수법칙, 단항식과 다항식의 계산에 대하여 지도하였다.

생각 키/우/기

b^5을 세 번 곱하면 $b^5 \times b^5 \times b^5 = b^{5+5+5} = b^{15}$이다. 또는 $(b^5)^3 = b^{5 \times 3} = b^{15}$으로 생각할 수도 있다.

대/단/원 평가 문제

1

목표| 지수법칙을 이용하여 주어진 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| ② $a^7\div a^2=a^{7-2}=a^5$ 답 ②

2

목표| 지수법칙을 이용하여 미지수의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이| $a^xb^3\times a^6b^{3y}=a^{10}b^{18}$에서 $x=4$, $y=5$

$x+y=9$ 답 ④

3

목표| 단항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| ③ $ab\times5a^2b$

$=a\times b\times5\times a^2\times b$

$=5\times a\times a^2\times b\times b=5a^3b^2$ 답 ③

4

목표| 단항식과 다항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이| $-3a(a+2b)+4b(a-b)$

$=-3a^2-6ab+4ab-4b^2=-3a^2-2ab-4b^2$ 답 ②

5

목표| 다항식의 덧셈을 이용하여 동류항의 계수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $3x+(a-7)y=bx-5y$에서 $a=2$, $b=3$

$a+b=5$ 답 ③

6

목표| 식을 간단히 하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\dfrac{4a^2+2ab}{2a}-\dfrac{6b^2+9ab}{3b}=-a-b$

$-a-b=3-4=-1$ 답 ④

7

목표| 식을 전개하여 이차식의 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| $x(x-4)-(3x+2)^2=-8x^2-16x-4$

따라서 x의 계수는 -16이다. 답 ①

교과서 76 쪽

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 옳은 것은?

① $a^2\times a^3=a^6$ ② $a^7\div a^2=a^5$
③ $a^4\div a^4=0$ ④ $(a^2)^4=a^6$
⑤ $(ab)^3=ab^3$

2 $a^xb^3\times(a^2b^y)^3=a^{10}b^{18}$일 때, $x+y$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

3 다음 중에서 옳은 것은?

① $-3x\times4y=-7xy$
② $2ab\times5a=10ab$
③ $ab\times5a^2b=5a^3b^2$
④ $-x^2\div(-3x^3)=2x$
⑤ $8x^2\div(-2x^2)=-4x$

4 $-3a(a+2b)+4b(a-b)$를 계산하면?

① $3a^2-10a^2b^2+4b^2$
② $-3a^2-2ab-4b^2$
③ $-3a^2+10ab-4b^2$
④ $-3a^2+10a^2b^2-4b^2$
⑤ $-3a^2-10ab-4b^2$

5 $(x+ay)+(2x-7y)=bx-5y$일 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

6 $a=-3$, $b=4$일 때, 다음 식의 값은?

$$\frac{4a^2+2ab}{2a}-\frac{6b^2+9ab}{3b}$$

① -23 ② -13 ③ -3
④ -1 ⑤ 1

7 $x(x-4)-(3x+2)^2$을 계산하여 얻은 다항식에서 x의 계수는?

① -16 ② -10 ③ -8
④ 2 ⑤ 8

8 다음 □ 안에 들어갈 수를 모두 더하면?

$(2x+1)^2=4x^2+\square x+\square$
$(x-3)^2=x^2-\square x+\square$

① 9 ② 13 ③ 14
④ 16 ⑤ 20

8

목표| 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| $(2x+1)^2=4x^2+\boxed{4}x+\boxed{1}$

$(x-3)^2=x^2-\boxed{6}x+\boxed{9}$

따라서 □ 안에 들어갈 수를 모두 더하면 20이다. 답 ⑤

9

목표| 다항식의 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| ① $-3x(x-y)=-3x\times x-3x\times(-y)$

$=-3x^2+3xy$ 답 ①

10

목표| 등식을 변형하여 한 문자에 관하여 풀 수 있게 한다.

풀이| ①, ②, ③, ④의 등식을 l에 관하여 풀면 모두 $l=2a+2b$이다. 답 ⑤

교과서 77 쪽

Ⅱ. 식의 계산

9 다음 중에서 옳은 것은?

① $-3x(x-y)=-3x^2+3xy$
② $\dfrac{2a^2b+3ab^2+ab}{ab}=2a+3b$
③ $(x-3)^2-(x+3)=-6x$
④ $(2x-5)(2x+5)=4x^2-10$
⑤ $(3x+1)(x-4)=3x^2-x-4$

10 다음 중에서 나머지 넷과 다른 등식을 나타내는 것은?

① $l=2a+2b$ ② $a+b=\dfrac{l}{2}$
③ $a=\dfrac{l}{2}-b$ ④ $b=\dfrac{l}{2}-a$
⑤ $2l=a+b$

서/답/형

11 $(-2a^2b^3)^2\div4ab^3\times3a^2b$를 계산하여라.

12 다음을 계산하여라.

$(8x-4y)\div4-(6x^2+2xy)\div2x$

13 다음 □ 안에 알맞은 식을 구하여라.

$(-3a^2b^3)^2\div(-2ab^4)\times\square=9ab^5$

14 한 변의 길이가 각각 $2a+5b$, $a-3b$인 두 정사각형의 넓이의 합을 구하여라.

15 $3x+y-2=0$일 때, $2x-5y+4$를 x에 관한 식으로 나타내어라.

|서술형|

16 $2^{11}\times5^7$은 몇 자리의 수인지 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|

17 밑면인 원의 반지름의 길이가 r이고, 높이가 h인 원뿔의 부피를 V라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) V를 r, h에 관한 식으로 나타내어라.
(2) (1)의 식을 h에 관하여 풀어라.

11

목표| 단항식의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| $(-2a^2b^3)^2\div4ab^3\times3a^2b$

$=4a^4b^6\times\dfrac{1}{4ab^3}\times3a^2b=3a^5b^4$

답 $3a^5b^4$

12

목표| 다항식의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| $(8x-4y)\div4-(6x^2+2xy)\div2x$

$=2x-y-3x-y=-x-2y$

답 $-x-2y$

13

목표| 단항식의 곱셈과 나눗셈을 이용하여 알맞은 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\square=9ab^5\div\left(-\dfrac{9a^3b^2}{2}\right)=-\dfrac{2b^3}{a^2}$

답 $-\dfrac{2b^3}{a^2}$

14

목표| 곱셈 공식을 이용하여 두 정사각형의 넓이의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이| $(2a+5b)^2+(a-3b)^2$

$=5a^2+14ab+34b^2$

답 $5a^2+14ab+34b^2$

15

목표| 주어진 식을 한 문자에 관한 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $2x-5y+4=2x-5(-3x+2)+4$

$=17x-6$

답 $17x-6$

16

목표| 지수법칙을 활용하여 주어진 수가 몇 자리 수인지 알 수 있게 한다.

풀이| $2^{11}\times5^7=2^4\times2^7\times5^7=16\times10^7$ …㉠

따라서 주어진 수는 9자리의 수이다. …㉡

답 9자리

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	십의 거듭제곱의 꼴로 나타내기	㉠	50 %
답 구하기	몇 자리 수인지 구하기	㉡	50 %

17

목표| 주어진 등식을 한 문자에 관하여 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$ …㉠

(2) $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$에서 $3V=\pi r^2h$

$h=\dfrac{3V}{\pi r^2}$ …㉡

답 (1) $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$ (2) $h=\dfrac{3V}{\pi r^2}$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
답 구하기	(1) V를 r, h에 관한 식으로 나타내기	㉠	40 %
	(2) ㉠을 h에 관하여 풀기	㉡	60 %

교과서 78 쪽

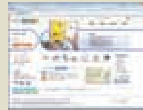
컴퓨터의 활용

사이버 가정 학습을 이용하여 보자.

각 시도 교육청에서는 인터넷을 이용하여 학생들이 자율적으로 학습할 수 있도록 '사이버 가정 학습' 사이트를 운영하고 있다.

1 **각 시도 교육청에서 운영하는 '사이버 가정 학습' 사이트의 주소는 다음과 같다.**

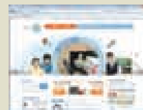
서울특별시 | http://www.kkulmat.com



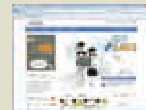
부산광역시 | http://cyber.busanedu.net



인천광역시 | http://cyber.edu-i.org



대구광역시 | http://estudy.edunavi.kr



대전광역시 | http://www.edurang.net



광주광역시 | http://cyber.gedu.net



울산광역시 | http://home.go.kr



경기도 | http://danopy.goedu.kr



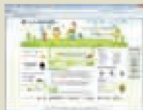
교과서 79 쪽

사이버 가정 학습

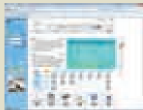
충청남도 | http://smart.edus.or.kr



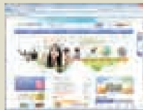
충청북도 | http://cbedunet.or.kr



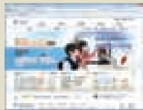
전라남도 | http://cyber.jnei.or.kr



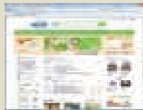
전라북도 | http://eschool.jbedu.kr



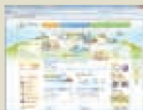
경상남도 | http://lms.gnedu.net



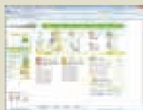
경상북도 | http://www.gyo6.net



강원도 | http://www.gweduone.net



제주특별자치도 | http://jejuestudy.net



2 **'사이버 가정 학습' 사이트에서 수학 학습 자료를 찾아 학습에 활용하여 보자.**

'사이버 가정 학습' 사이트는 학생들에게 재미있고 풍부한 자료를 제공하며, 학습에 관한 질문이나 그 밖에 생활에서 일어나는 문제에 대하여 상담 선생님께서 친절하게 답하여 주신다. 따라서 이러한 사이트를 활용하면 학습 효과를 높일 수 있다.

교과서 80 쪽

수학산책

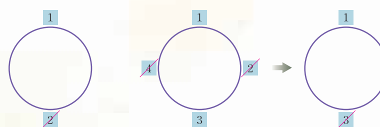
장군의 지혜

옛날 어느 왕국에 어여쁜 공주가 살고 있었다. 왕은 공주가 결혼할 나이가 되자 자신이 거느린 용감한 장군들 중에서 공주의 신랑감을 고르기로 하였다. 평소에 공주의 신랑감은 용감하면서 지혜가 있어야 한다고 생각한 왕은 모든 장군들을 불러 원형 탁자에 앉힌 후 공주의 신랑감을 뽑는 규칙을 설명하였다.

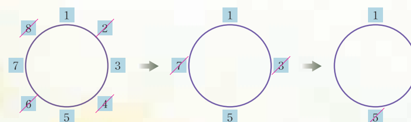
"앞으로 1번 자리에 앉은 장군을 1번 장군이라고 지칭하겠노라. 1번 장군은 'You live', 2번 장군은 'You die', 3번 장군은 'You live', 그리고 4번 장군은 'You die', …의 방법으로 마지막에 남는 한 명을 신랑감으로 선택할 터이니 내일 이 자리에 다시 모이도록 하라."

그런데 이미 공주와 사랑하는 사이인 현명한 킨 장군은 자신이 신랑감으로 선택되기 위하여 다음과 같이 지혜를 발휘하였다.

'장군이 2명이면 1번 장군이 남고, $2^2=4$명이면 먼저 1번과 3번 장군이 남는데, 다시 규칙을 적용하면 결국엔 1번 장군이 남게 되는군.



$2^3=8$명일 때를 해 보니 1, 3, 5, 7번 장군이 남았다가 다시 1, 5번 장군이 남고, 이번에도 또 1번 장군만 남게 되는군.

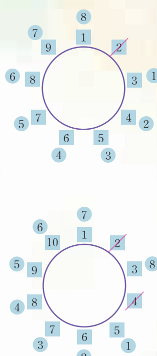


결국 장군의 수가 2^n명일 경우엔 항상 처음 시작하는 장군인 1번 장군이 마지막에 남게 되는구나.'

교과서 81 쪽

그리고는 킨 장군은 2^n명에 1명, 2명, …, k명이 추가되는 경우를 생각하였다.

'먼저 1명을 추가하여 (2^n+1)명일 때는 2번 장군이 'You die'로 제외되면 3번 장군을 처음 시작하는 장군으로 하는 2^n명의 장군이 남으니 결국 3번 장군이 마지막까지 남겠군.



이번에는 2명을 더 추가하여 (2^n+2)명이면 2번 장군과 4번 장군이 차례로 제외된 후 5번 장군을 처음 시작하는 장군으로 하는 2^n명의 장군이 남으니 5번 장군이 마지막에 남게 되겠군.

결국 k명을 추가한 (2^n+k)명이면 마지막에 남는 장군은 $(2k+1)$번째 장군이 되는구나.'

다음날 왕 앞에 모인 장군들은 모두 80명이었는데, 킨 장군이 80을 2의 거듭제곱을 사용하여 나타내어 보니 $80=2^6+16$이었다. 그래서 킨 장군은 $k=16$이므로 $2\times16+1=33$번째 자리에 가서 얼른 앉았다.

결국 현명한 킨 장군은 마지막까지 남아 사랑하는 공주와 결혼할 수 있었다.



선/택/형

1 다음 중에서 옳은 것은? [4점]

① $a^3\times a^5=a^{15}$　② $a^6\div a^3=a^2$

③ $(ab^2)^3=ab^6$　④ $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^4=\frac{a^{12}}{b^2}$

⑤ $a^6\div(a^3)^2=1$

2 다음 중에서 계산한 결과가 나머지 넷과 다른 것은? [4점]

① $a^4\times a^5\times a$　② $(a^2)^5$

③ $(a^4)^3\div a^2$　④ $(a^5b)^3\div a^5b^3$

⑤ $a^{12}\div a^6\times a^5$

3 $3\times3^a\times3^3=729$일 때, a의 값은? [6점]

① 1　② 2　③ 3

④ 4　⑤ 5

4 다음 등식이 성립할 때, $A+B+C$의 값은? [5점]

$$(-2x^3y)^3\div4x^2y=Ax^By^C$$

① -8　② -6　③ 7

④ 8　⑤ 14

5 $4a-[5b+a-\{3b-(2a-b)\}]$를 계산하면? [6점]

① $a-b$　② $a+b$

③ $3a-3b$　④ $3a+3b$

⑤ $4a+4b$

6 어떤 식에서 x^2-5x+7을 빼어야 할 것을 잘못 하여 더하였더니 $7x^2-2x+3$이 되었다. 이때 바르게 계산하면? [7점]

① $5x^2-4x-11$　② $5x^2+8x-11$

③ $3x^2-4x+11$　④ $3x^2+8x-11$

⑤ $3x^2+4x+11$

7 다음 중에서 옳은 것은? [6점]

① $(5a+1)^2=25a^2+5a+1$

② $(2a-3)^2=4a-6$

③ $(a-4)(a+4)=a^2-8$

④ $(x+2)(x-7)=x^2+5x-14$

⑤ $(3x+2)(x-1)=3x^2-x-2$

8 $(4x-3)(3x+1)-2(x-5)(x+2)$를 계산하였을 때, x의 계수는? [6점]

① -11　② -7　③ -2

④ 1　⑤ 11

9 다음 □ 안에 알맞은 것은? [7점]

> 반지름의 길이가 $2x+1$인 구의 겉넓이는
> (□)π이다.

① $2x^2+4x+2$ ② $4x^2+8x+4$
③ $4x^2+4x+1$ ④ $8x^2+8x+2$
⑤ $16x^2+16x+4$

10 $3x-y+6=7y-5x-2$일 때, $2x+y+1$을 y에 관한 식으로 나타낸 것은? [6점]

① $-2y-4$ ② $-2y+4$
③ $3y-1$ ④ $3y+1$
⑤ $-y+3$

서/답/형

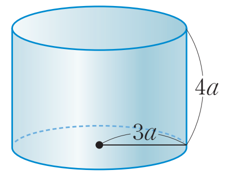
11 다음 등식이 성립할 때, $x+y$의 값을 구하여라. [6점]

$$(a^2)^x\times(b^3)^y\times ab^5=a^{11}b^{11}$$

12 다음 □ 안에 알맞은 식을 써넣어라. [7점]

$$(x^2)^2\div\square\times\frac{1}{(-3xy)^2}=\frac{1}{3x}$$

13 오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 $3a$이고, 높이가 $4a$인 원기둥의 겉넓이를 구하여라. [7점]



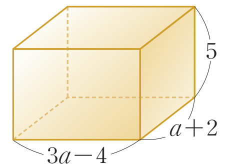
14 다음을 계산하여라. [6점]

(1) $(6xy^3)^2\div\left(\frac{-3y}{x^2}\right)^2$

(2) $(-15x^2y+10xy^2)\div5xy$

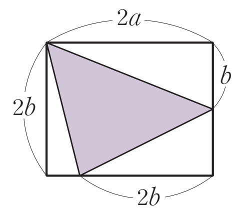
|서술형|

15 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 $3a-4$, $a+2$이고 높이가 5인 직육면체에 대하여 겉넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [8점]



|서술형|

16 오른쪽 그림과 같은 직사각형에서 색칠한 삼각형의 넓이를 S라고 할 때, 다음 물음에 답하여라. [총 9점]



(1) S를 a, b에 관한 식으로 나타내어라. [5점]

(2) (1)의 식을 a에 관하여 풀어라. [4점]

60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

하 · 수준

1 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^5 \div a^3$

(2) $y^4 \div y^4$

(3) $a^2 \div a^7$

(4) $x^3 \div x^2 \div x^4$

2 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $20a^5 \div 5a^2 \times a^3$

(2) $-7x^2 \times 6x^5 \div 14x^4$

3 다음을 계산하여라.

(1) $(6x^2+3x)+(2x^2-x)$

(2) $(y^2-y+4)-(-3y^2+7y-8)$

(3) $-3a(9a-6b)$

(4) $(12xy-9y^2) \div 3y$

4 다음 $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $(x+4)^2=x^2+\square x+\square$

(2) $(x+2)(x-2)=x^2-\square$

(3) $(x-3)(x+5)=x^2+\square x-\square$

(4) $(2x+3)(2x-5)=\square x^2-\square x-15$

5 $A=x+2y$, $B=3x-y$일 때, 다음 식을 x, y에 관한 식으로 나타내어라.

(1) $2A-3B$

(2) $4A+7B$

중·수준

1 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(x^3)^3 \times (x^2y)^2$

(2) $b^5 \times \left(\frac{a^3}{b^4}\right)^2$

(3) $(a^2b^3)^2 \times (a^4b)^2$

(4) $(x^2y)^4 \div (xy)^3$

2 다음을 계산하여라.

(1) $3b-\{2a-(a-4b)\}$

(2) $-x+[y-\{2x-(3x+5y)\}]$

3 다음을 계산하여라.

(1) $3a(5a+2b+3)$

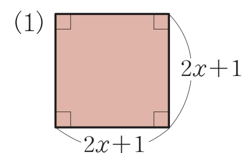
(2) $-2x(10x-4y-3)$

(3) $(x+1)(2y+7)$

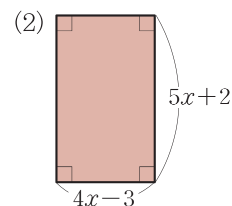
(4) $(a+3b)(2c-d)$

4 다음 도형의 넓이를 구하여라.

(1)



(2)



5 다음 등식을 [ ] 안의 문자에 관하여 풀어라.

(1) $P=a(1+5r)$ $[r]$

(2) $S=vt+5t^2$ $[v]$

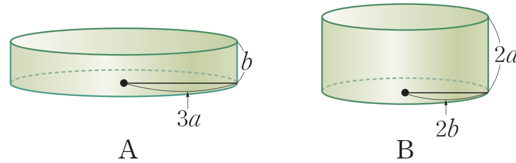
상·수준

1 다음 식을 만족시키는 x의 값을 구하여라.

(1) $2^x\times2^4=2^{15}$　　(2) $5^2\times5^x=625$

(3) $(3^x)^3\div3^2=3^{10}$　　(4) $7^{3x}\div7^7=49$

2 다음 그림에서 원기둥 A의 부피는 원기둥 B의 부피의 몇 배인지 구하여라.



3 어떤 식에서 x^2-3x+2를 빼어야 할 것을 잘못하여 더하였더니 $5x^2+6x+3$이 되었다. 이때 바르게 계산한 답을 구하여라.

4 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하여라.

(1) 55^2　　(2) 89^2

(3) 103×97　　(4) 100.5×99.5

5 $A=x-3y$, $B=2x+y$일 때, 다음 식을 x, y에 관한 식으로 나타내어라.

(1) A^2-B^2　　(2) $(A-B)^2$

1 목표| 지수법칙을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| ① $a^3\times a^5=a^{3+5}=a^8$ ② $a^6\div a^3=a^{6-3}=a^3$

③ $(ab^2)^3=a^{1\times3}b^{2\times3}=a^3b^6$ ④ $\left(\frac{a^3}{b^2}\right)^4=\frac{a^{3\times4}}{b^{2\times4}}=\frac{a^{12}}{b^8}$

답 ⑤

2 목표| 지수법칙을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| ①, ②, ③, ④의 계산 결과는 a^{10}으로 모두 같다.

답 ⑤

3 목표| 지수법칙을 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $3^{1+a+3}=3^6$, $a=2$

답 ②

4 목표| 단항식의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| $(-2x^3y)^3\div4x^2y=-2x^7y^2=Ax^By^C$이므로

$A=-2$, $B=7$, $C=2$

$A+B+C=7$

답 ③

5 목표| 복잡한 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| $4a-[5b+a-\{3b-(2a-b)\}]$

$=4a-\{5b+a-(-2a+4b)\}$

$=4a-(3a+b)=a-b$

답 ①

6 목표| 다항식의 덧셈과 뺄셈을 이용하여 바르게 계산한 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| 어떤 식은 $6x^2+3x-4$이므로 바르게 계산하면 $5x^2+8x-11$

답 ②

7 목표| 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| ① $(5a+1)^2=25a^2+10a+1$

② $(2a-3)^2=4a^2-12a+9$

③ $(a-4)(a+4)=a^2-16$

④ $(x+2)(x-7)=x^2-5x-14$

답 ⑤

8 목표| 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| $(4x-3)(3x+1)-2(x-5)(x+2)$

$=(12x^2-5x-3)-2(x^2-3x-10)$

$=10x^2+x+17$

따라서 x의 계수는 1이다.

답 ④

9 목표| 곱셈 공식을 이용하여 구의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (구의 겉넓이)$=4\pi(2x+1)^2$

$=(\boxed{16x^2+16x+4})\pi$

답 ⑤

10 목표| 등식을 변형하여 주어진 식을 y에 관한 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $x=y-1$이므로

$2x+y+1=2(y-1)+y+1=3y-1$

답 ③

11 목표| 지수법칙을 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $a^{2x+1}b^{3y+5}=a^{11}b^{11}$에서

$x=5$, $y=2$

$x+y=5+2=7$

답 7

12 목표| 단항식의 곱셈과 나눗셈을 이용하여 알맞은 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\boxed{}=x^4\times\frac{1}{9x^2y^2}\div\frac{1}{3x}=\frac{x^2}{9y^2}\times3x$

$\boxed{}=\frac{x^3}{3y^2}$

답 $\frac{x^3}{3y^2}$

13 목표| 단항식의 곱셈을 이용하여 원기둥의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (한 밑면의 넓이)$=\pi\times(3a)^2$

$=9\pi a^2$

(옆넓이)$=2\pi\times3a\times4a$

$=24\pi a^2$

(겉넓이)$=9\pi a^2\times2+24\pi a^2=42\pi a^2$

답 $42\pi a^2$

14 목표| 단항식, 다항식의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(6xy^3)^2 \div \left(\frac{-3y}{x^2}\right)^2 = 36x^2y^6 \times \frac{x^4}{9y^2}$

$= 4x^6y^4$

(2) $(-15x^2y+10xy^2) \div 5xy$

$= \frac{-15x^2y}{5xy} + \frac{10xy^2}{5xy} = -3x+2y$

답 (1) $4x^6y^4$ (2) $-3x+2y$

15 목표| 다항식의 곱셈을 활용하여 직육면체의 겉넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (한 밑면의 넓이)$=(3a-4)(a+2)$

$=3a^2+2a-8$ …㉠

(옆넓이)$=\{(a+2)+(3a-4)+(a+2)$

$+(3a-4)\} \times 5 = 40a-20$ …㉡

(겉넓이)$=(3a^2+2a-8)\times 2+(40a-20)$

$=6a^2+44a-36$ …㉢

답 $6a^2+44a-36$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	한 밑면의 넓이 구하기	㉠	2점
	옆넓이 구하기	㉡	4점
답 구하기	겉넓이 구하기	㉢	2점

16 목표| 등식을 변형하여 다른 문자에 관하여 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) (직사각형의 넓이)

$=2a\times 2b=4ab$

$A=ab$

$B=2ab-2b^2$

$C=2b\times b\times \frac{1}{2}=b^2$ …㉠

$S=4ab-(A+B+C)=ab+b^2$ …㉡

(2) $S=ab+b^2$에서 $a=\frac{S-b^2}{b}$ …㉢

답 (1) $ab+b^2$ (2) $a=\frac{S-b^2}{b}$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	직사각형, 직각삼각형의 넓이 구하기	㉠	2점
답 구하기	S를 a, b에 관한 식으로 나타내기	㉡	3점
	㉡의 식을 a에 관하여 풀기	㉢	4점

하·수준

1 목표| 지수법칙을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $a^5\div a^3=a^2$ (2) $y^4\div y^4=1$

(3) $a^2\div a^7=\frac{1}{a^5}$ (4) $x^3\div x^2\div x^4=x\div x^4=\frac{1}{x^3}$

답 (1) a^2 (2) 1 (3) $\frac{1}{a^5}$ (4) $\frac{1}{x^3}$

2 목표| 단항식의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $20a^5\div 5a^2\times a^3=20a^5\times\frac{1}{5a^2}\times a^3=4a^6$

(2) $-7x^2\times 6x^5\div 14x^4=-42x^7\times\frac{1}{14x^4}=-3x^3$

답 (1) $4a^6$ (2) $-3x^3$

3 목표| 다항식의 사칙계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(6x^2+3x)+(2x^2-x)$

$=6x^2+3x+2x^2-x=8x^2+2x$

(2) $(y^2-y+4)-(-3y^2+7y-8)$

$=y^2-y+4+3y^2-7y+8=4y^2-8y+12$

(3) $-3a(9a-6b)=-27a^2+18ab$

(4) $(12xy-9y^2)\div 3y=\frac{12xy-9y^2}{3y}=4x-3y$

답 (1) $8x^2+2x$ (2) $4y^2-8y+12$ (3) $-27a^2+18ab$ (4) $4x-3y$

4 목표| 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(x+4)^2=x^2+\boxed{8}x+\boxed{16}$

(2) $(x+2)(x-2)=x^2-\boxed{4}$

(3) $(x-3)(x+5)=x^2+\boxed{2}x-\boxed{15}$

(4) $(2x+3)(2x-5)=\boxed{4}x^2-\boxed{4}x-15$

답 (1) 8, 16 (2) 4 (3) 2, 15 (4) 4, 4

5 목표| 주어진 식의 문자에 다른 식을 대입할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2A-3B=2(x+2y)-3(3x-y)$

$=-7x+7y$

(2) $4A+7B=4(x+2y)+7(3x-y)=25x+y$

답 (1) $-7x+7y$ (2) $25x+y$

중·수준

1 목표| 지수법칙을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(x^3)^3\times(x^2y)^2=x^9\times x^4y^2=x^{13}y^2$

(2) $b^5\times\left(\dfrac{a^3}{b^4}\right)^2=b^5\times\dfrac{a^6}{b^8}=\dfrac{a^6}{b^3}$

(3) $(a^2b^3)^2\times(a^4b)^2=a^4b^6\times a^8b^2=a^{12}b^8$

(4) $(x^2y)^4\div(xy)^3=x^8y^4\div x^3y^3=\dfrac{x^8y^4}{x^3y^3}=x^5y$

답 (1) $x^{13}y^2$ (2) $\dfrac{a^6}{b^3}$ (3) $a^{12}b^8$ (4) x^5y

2 목표| 복잡한 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $3b-\{2a-(a-4b)\}=-a-b$

(2) $-x+[y-\{2x-(3x+5y)\}]$

$=-x+(x+6y)=6y$

답 (1) $-a-b$ (2) $6y$

3 목표| 분배법칙을 이용하여 다항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $3a(5a+2b+3)=15a^2+6ab+9a$

(2) $-2x(10x-4y-3)=-20x^2+8xy+6x$

(3) $(x+1)(2y+7)=2xy+7x+2y+7$

(4) $(a+3b)(2c-d)=2ac-ad+6bc-3bd$

답 (1) $15a^2+6ab+9a$ (2) $-20x^2+8xy+6x$
(3) $2xy+7x+2y+7$ (4) $2ac-ad+6bc-3bd$

4 목표| 곱셈 공식을 활용하여 도형의 넓이를 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $(2x+1)^2=4x^2+4x+1$

(2) $(4x-3)(5x+2)=20x^2-7x-6$

답 (1) $4x^2+4x+1$ (2) $20x^2-7x-6$

5 목표| 등식을 다른 문자에 관하여 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $P=a(1+5r)$에서 $r=\dfrac{P-a}{5a}=\dfrac{P}{5a}-\dfrac{1}{5}$

(2) $S=vt+5t^2$에서 $v=\dfrac{S-5t^2}{t}=\dfrac{S}{t}-5t$

답 (1) $r=\dfrac{P}{5a}-\dfrac{1}{5}$ (2) $v=\dfrac{S}{t}-5t$

상·수준

1 목표| 지수법칙을 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2^{x+4}=2^{15}$에서 $x=11$

(2) $5^{2+x}=5^4$에서 $x=2$

(3) $3^{3x-2}=3^{10}$에서 $x=4$

(4) $7^{3x-7}=7^2$에서 $x=3$

답 (1) 11 (2) 2 (3) 4 (4) 3

2 목표| 단항식의 곱셈과 나눗셈을 활용하여 부피의 비를 구할 수 있게 한다.

풀이| 원기둥 A의 부피는 $\pi\times(3a)^2\times b=9\pi a^2b$

원기둥 B의 부피는 $\pi\times(2b)^2\times 2a=8\pi ab^2$

따라서 원기둥 A의 부피는 원기둥 B의 부피의

$9\pi a^2b\div 8\pi ab^2=\dfrac{9\pi a^2b}{8\pi ab^2}=\dfrac{9a}{8b}$(배)

답 $\dfrac{9a}{8b}$배

3 목표| 다항식의 덧셈과 뺄셈을 이용하여 바르게 계산한 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| 어떤 식은

$(5x^2+6x+3)-(x^2-3x+2)=4x^2+9x+1$

이므로 바르게 계산하면 $3x^2+12x-1$

답 $3x^2+12x-1$

4 목표| 곱셈 공식을 이용하여 복잡한 수의 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $55^2=(50+5)^2=2500+500+25=3025$

(2) $89^2=(90-1)^2=8100-180+1=7921$

(3) $103\times 97=(100+3)\times(100-3)$

$=10000-9=9991$

(4) $100.5\times 99.5=(100+0.5)\times(100-0.5)$

$=10000-0.25=9999.75$

답 (1) 3025 (2) 7921 (3) 9991 (4) 9999.75

5 목표| 주어진 식의 문자에 다른 식을 대입하고, 곱셈 공식을 이용하여 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $A^2-B^2=(x-3y)^2-(2x+y)^2$

$=-3x^2-10xy+8y^2$

(2) $(A-B)^2=\{(x-3y)-(2x+y)\}^2$

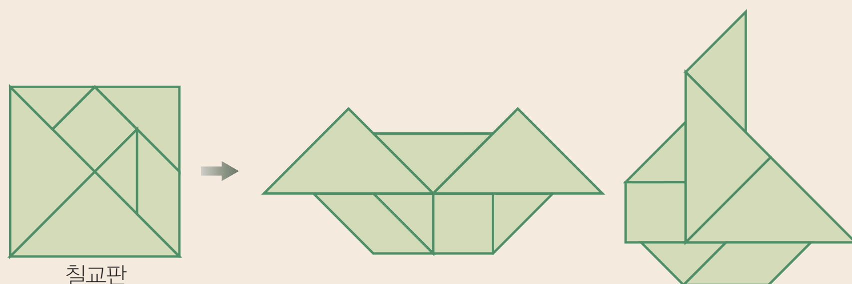
$=x^2+8xy+16y^2$

답 (1) $-3x^2-10xy+8y^2$ (2) $x^2+8xy+16y^2$

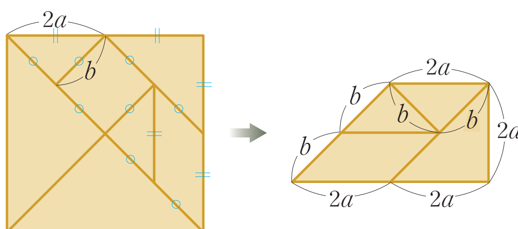
칠교놀이로 배우는 식의 계산

칠교놀이는 정사각형에서 나누어진 일곱 개의 조각으로 여러 가지 형태를 만드는 놀이로 중국 주나라 때부터 칠교라는 글자가 있었던 것으로 보아 아주 오래 전에도 이 놀이가 있었던 것으로 추정된다. 1803년에 처음으로 이 놀이에 관한 내용의 책이 출간되었고, 유럽에 소개되어 19세기 초부터 탱그램(Tangram)이란 이름으로 크게 유행하였다.

다음 그림과 같이 정사각형 모양의 색종이를 잘라 칠교판을 만든 후 조각을 이용하여 여러 가지 모양을 만들어 보아라.



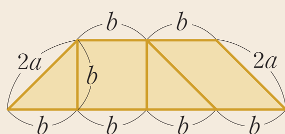
수행 과제 ● 1. 다음 그림과 같이 칠교판의 조각 중에서 4개 또는 5개의 조각을 붙여 윗변과 아랫변의 길이가 서로 다른 사다리꼴을 만들어 보자.



2. 위에서 만든 사다리꼴의 둘레의 길이와 넓이를 구하여 보자.

수행 과제 ●

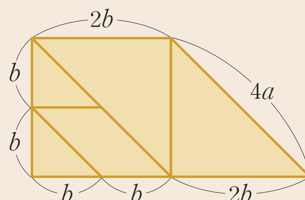
1.



둘레의 길이: $4a+6b$

넓이: $3b^2$

2.



둘레의 길이: $4a+8b$

넓이: $6b^2$

명경지수(明鏡止水)와 수의 단위

칼을 이용하여 심신을 수련하는 검도에는 많은 용어들이 있는데, 어떤 용어는 이미 불교나 도교에서 사용된 것들이다. 과거 검사(劍士)들은 본인이 의도했든 의도하지 않았든 간에 살생(殺生)을 많이 할 수 밖에 없었지만, 될 수 있으면 살생을 피하려고 하였다. 검사들의 이런 마음의 상태를 나타내기 위하여 종교용어를 검도 용어로 사용하였다고 한다. 그런 용어 중 하나가 명경지수(明鏡止水)이다. 검도에서 명경지수는 상대방과 대련할 때 바람직한 마음의 상태를 나타내는 것으로, 공포심이나 조급하지 않은 일상적인 평온한 마음이라고 한다. 실제로 명경지수는 '때 묻지 않은 맑은 거울과 괴어 있는 잔잔한 물'이라는 뜻으로 사람의 고요하고 맑은 마음가짐을 비유한 말이다. 다음은 춘추시대 노(魯)나라에 왕태(王駘)라는 학덕이 높은 사람에 관한 이야기이다.

왕태는 형벌을 받아 발뒤꿈치가 잘린 불구자였는데, 이런 사람을 올자(兀子)라고 하였다. 왕태는 유교의 비조(鼻祖)인 공자와 맞먹을 만큼 많은 제자들을 가르치고 있었다. 그래서 공자의 제자인 상계(常季)는 불만스럽다는 듯 공자에게 물었다.

"선생님. 저 올자는 어째서 많은 사람들로부터 흠모를 받고 있는 것입니까?"

공자가 대답했다.

"그것은 그분의 마음이 조용하기 때문이다. 사람들이 거울 대신 비쳐볼 수 있는 물은 흐르는 물이 아니라 가만히 정지해 있는 물이다."

위의 고사에서 알 수 있듯이 명경지수는 매우 깨끗하고 맑음을 말한다. 이와 같은 뜻으로 청정(淸淨)이 있다. 그런데 청정은 수학에서 사용하는 수의 단위 가운데 하나이다. 실제로 청정은 작은 수의 단위 중 가장 작은 $\dfrac{1}{1000000000000000000000}=10^{-21}$을 나타낸다. 이것이 얼마나 작은 수인지는 큰 수와 비교해 봄으로써 알 수 있다. 한편 큰 수의 단위는 다음과 같다.

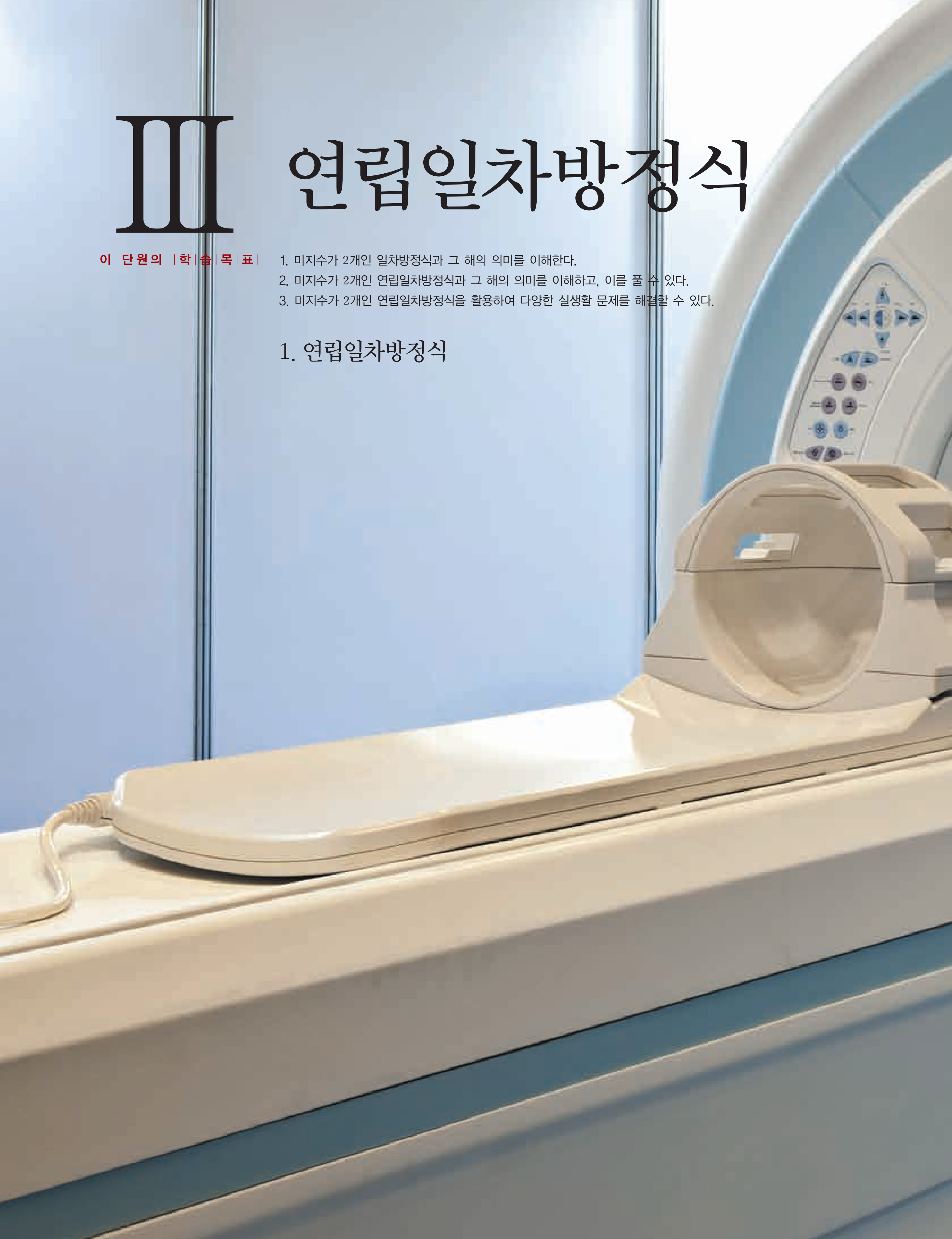
일(一, 1), 십(十, 10), 백(百, $100=10^2$), 천(千, $1000=10^3$), 만(萬, $10000=10^4$), 억(億, 10^8), 조(兆, 10^{12}), 경(京, 10^{16}), 해(垓, 10^{20}), 자(秭, 10^{24}), 양(穰, 10^{28}), 구(溝, 10^{32}), 간(澗, 10^{36}), 정(正, 10^{40}), 재(載, 10^{44}), 극(極, 10^{48}), 항하사(恒河沙, 10^{52}), 아승기(阿僧祇, 10^{56}), 나유타(那由他, 10^{60}), 불가사의(不可思議, 10^{64}), 무량대수(無量大數, 10^{68})

이 중에서 해는 10^{20}, 즉 일해는 0이 20개인 수이므로 10^{21}은 십해로 0이 21개인 수이다. 이것이 얼마나 큰 수인지 알아보자.

여러분이 지금 일백만 원을 가지고 있다고 가정해 보자. 그중에서 1원을 잃었다면 여러분은 아직도 자신의 돈은 999999원이 아니라 일백만 원이라고 생각할 것이다. 십해 원 가운데 일천조 원도 마찬가지인 것이다. 하물며 십해 원에서 일 원은 없는 것과 같다. 이런 비교로부터 비율 $1:10^{21}$, 즉

$\dfrac{1}{1000000000000000000000}=10^{-21}$은 0과 같은 수준임을 알 수 있다. 요즘 많이 사용되고 있는 단위인 나노(nano)도 기껏해야 10^{-9}임을 생각해 보면 청정의 크기를 좀 더 쉽게 이해할 수 있을 것이다.

명경지수(明鏡止水) 明(밝을 명), 鏡(거울 경), 止(그칠 지), 水(물 수)



III 연립일차방정식

이 단원의 학습 목표

1. 미지수가 2개인 일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.
2. 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해하고, 이를 풀 수 있다.
3. 미지수가 2개인 연립일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

1. 연립일차방정식



병원에서는 환자의 질병을 진단하기 위해 첨단 의료 장비인 컴퓨터 단층촬영기기(CT)를 사용한다. 이 기기를 이용하면 인체 내부의 단면을 영상으로 얻어 우리 몸에서 이상이 있는 부분을 정확하게 진단할 수 있다.

인체의 각 부위는 밀도가 약간씩 다르기 때문에 X선을 흡수하는 정도가 다르다. 따라서 인체의 각 부위에 여러 각도로 X선을 투과시켜 인체가 흡수한 X선의 양을 미지수로 하는 여러 개의 방정식을 얻게 되는데, 이 방정식을 동시에 만족하는 해를 구하여 인체 내부의 단면을 영상으로 확인할 수 있게 된다.

단원을 시작하기 전에

과일의 생산량은 기후와 토양에 따라 달라지고, 공연장의 입장료는 연령과 자리의 등급에 따라 달라진다. 이와 같이 생활 주변에는 조건에 따라 그 값이 변하는 경우가 많다. 여러 조건이 주어졌을 때, 값을 구하는 경우에 방정식을 이용하면 편리하다. 이 단원에서는 주어진 조건을 미지수가 2개인 일차방정식 또는 연립일차방정식으로 만들고, 그것의 해를 구하는 방법을 지도한다.

단원의 지도 목표

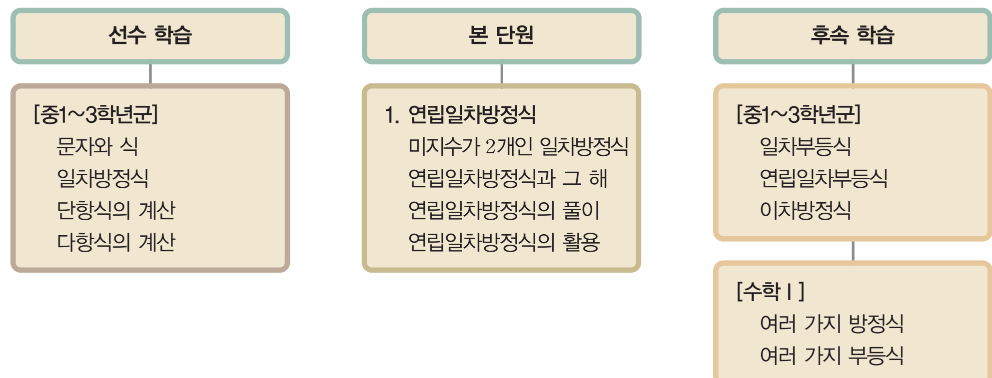
1. 연립일차방정식

① 미지수가 2개인 일차방정식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.
② 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해하고, 이를 풀 수 있게 한다.
③ 미지수가 2개인 연립일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 미지수가 2개인 일차방정식의 해는 x, y값이 자연수인 해만 구하게 하고, 여러 개의 해가 나올 수 있음을 이해하게 한다.
② 미지수가 2개인 일차방정식은 연립일차방정식의 뜻을 이해하는 데 도움이 되는 정도로만 다룬다.
③ 연립일차방정식은 미지수가 2개인 연립일차방정식으로 도입하고, 전개 단계에서는 간단히 연립방정식이란 용어를 사용한다.
④ 해가 무수히 많거나 해가 없는 연립일차방정식을 풀 때, 부정이나 불능이라는 용어는 사용하지 않는다.
⑤ 연립일차방정식을 푼 후 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 반드시 확인해야 함을 강조하고, 해가 주어진 문제에 적합하지 않은 경우도 있음을 구체적인 예를 통해 이해할 수 있도록 한다.
⑥ 소거, 가감법, 대입법 용어는 교수 · 학습 상황에서 다루어질 수 있다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			82~83	• 단원의 개관	
1. 연립일차방정식	**준비 학습**		84	• 문자와 식 • 등식의 성질 • 일차방정식의 풀이 • 일차방정식의 활용	
	1-1 미지수가 2개인 일차방정식	1~2	85~86	• 미지수가 2개인 일차방정식과 그 해	
	1-2 연립일차방정식과 그 해	3	87~88	• 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해	연립일차방정식, 연립방정식
	1-3 연립일차방정식의 풀이	4~7	89~95	• 가감법을 이용한 연립일차방정식의 풀이 • 대입법을 이용한 연립일차방정식의 풀이 • 계수가 소수나 분수인 연립일차방정식의 풀이 • 해가 무수히 많거나 해가 없는 연립일차방정식의 풀이	
	1-4 연립일차방정식의 활용	8~9	96~98	• 연립일차방정식의 활용	
	수준별 학습	10	99~101	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		11~12	102~109	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 컴퓨터의 활용 • 수학 산책	

 학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 방정식의 역사

고대 이집트나 바빌로니아 수학의 기록을 살펴보면 미지수를 설정하여 방정식을 만들고, 그 방정식을 풀어 미지수를 구하는 방법이 나타나 있다. 즉, 고대 이집트의 파피루스에 '어떤 수의 $\frac{2}{3}$와 그 수의 $\frac{1}{2}$과 $\frac{3}{7}$을 더하면 33이 된다. 그 수는 얼마인가?'라는 일차방정식 문제가 기록되어 있는 것을 볼 수 있다.

그 이후 인도의 아리아바타(Aryabhata: 476~550)는 부정방정식의 해법을 체계화하였고 브라마굽타(Brahmagupta: 598~670)는 오늘날의 근의 공식과 비슷한 이차방정식의 일반적인 풀이법을 설명하였다.


알콰리즈미

아라비아의 수학자 알콰리즈미(Al-Khwarizmi: ? 780~? 850)는 그의 저서에서 모든 유형의 이차방정식에 대한 일반적인 풀이법을 설명하였다.

이차방정식의 해법은 이미 그리스 시대 이전부터 나타나기 시작했지만 삼차 이상의 방정식에 관한 해법은 16세기가 되어서야 대수적인 해법이 등장하였다. 삼차방정식의 기하학적인 해법은 이미 11세기에 아라비아의 시인이자 수학자인 카얌(Khayyam, Omar: 1048~1131)에 의하여 나타났다. 삼차방정식의 대수적인 해법은 16세기 중엽에 이르러 이탈리아의 수학자 타르탈리아(Tartaglia, N. F.: 1499~1557)와 허수를 발견한 카르다노(Cardano, G.: 1501~1576)에 의하여 해결되었고, 카르다노의 제자 페라리(Ferrari, L.: 1522~1565)에 의하여 사차방정식의 해법이 연구되었다.

삼차방정식과 사차방정식의 해법이 해결되자 많은 수학자들이 오차방정식의 해법에 대하여 연구하기 시작하였다. 그러나 19세기 초 노르웨이의 수학자 아벨(Abel, N. H.: 1802~1829)은 '오차 이상의 방정식에는 그 계수에 사칙연산과 근호만을 사용하여 해를 얻을 수 있는 근의 공식은 존재하지 않는다.'는 결론을 내렸고, 갈루아(Galois, E.: 1811~1832)는 군의 개념을 도입하여 대수방정식의 해법 이론을 일반적으로 해석하였다.


갈루아

2. 수학사 속의 연립방정식

연립방정식에 대한 기록은 고대 이집트 시대의 파피루스에서 찾을 수 있다. 아메스파피루스와 동시대의 것으로 여겨지고 있는 테베 파피루스에는 다음과 같은 문제가 나온다.

'두 개의 정사각형에 대해 그 변의 비가 $1:\frac{3}{4}$이고, 넓이의 합이 100이 되도록 하여라.'

두 개의 정사각형의 한 변의 길이를 각각 x, y라 하고 이 문제를 기호로 나타내면

$$x:y=1:\frac{3}{4},\ x^2+y^2=100$$

이라는 연립이차방정식이 된다.

한편 250년경에 디오판토스가 쓴 "산학"이라는 책에도 다음과 같은 문제가 있다.

'합이 20이고 제곱의 합이 208인 두 수를 찾아라.'

디오판토스는 이러한 문제를 미지수가 2개인 연립방정식으로 취급하기보다는 미지수가 1개인 방정식으로 바꾸어 해결하였다.

동양에서도 연립방정식의 역사를 찾아볼 수 있다. 중국에서 1세기경에 만들어진 수학 책인 "구장산술"에

방정이란 용어가 나타난다. “구장산술”은 모두 9개의 장으로 구성되어 있으며 제8장인 ‘방정’에서 여러 가지 연립방정식을 찾을 수 있다. 예를 들어 다음과 같은 미지수가 3개인 연립방정식에 관한 문제가 있다.

‘사또 1인, 이방 5인, 하인 10인이 닭 10마리를 먹는다고 한다. 사또 10인, 이방 1인, 하인 5인이 닭 8마리를 먹는다고 한다. 사또 5인, 이방 10인, 하인 1인이 닭 6마리를 먹는다고 한다. 그렇다면 사또와 이방, 하인 한 사람은 각각 얼마만큼의 닭을 먹은 셈인가?’

3. 행렬을 이용한 연립방정식의 풀이

연립방정식의 풀이 방법으로 가장 많이 이용되는 것은 소거법이며 다음 예와 같이 행렬을 이용하여 연립방정식의 해를 구하는 방법은 본질적으로 소거법과 같다.

$$\begin{cases} x+y+2z=9 & \cdots ① \\ 2x+4y-3z=1 & \cdots ② \\ 3x+6y-5z=0 & \cdots ③ \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

②′=①×(−2)+②, $(-2)R_1+R_2$ →

$$\begin{cases} x+y+2z=9 & \cdots ① \\ 2y-7z=-17 & \cdots ②' \\ 3x+6y-5z=0 & \cdots ③ \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 3 & 6 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

③′=①×(−3)+③, $(-3)R_1+R_3$ →

$$\begin{cases} x+y+2z=9 & \cdots ① \\ 2y-7z=-17 & \cdots ②' \\ 3y-11z=-27 & \cdots ③' \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 2 & -7 & -17 \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{pmatrix}$$

②″=②′×$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}R_2$ →

$$\begin{cases} x+y+2z=9 & \cdots ① \\ y-\frac{7}{2}z=-\frac{17}{2} & \cdots ②'' \\ 3y-11z=-27 & \cdots ③' \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 3 & -11 & -27 \end{pmatrix}$$

③″=②″×(−3)+③′, $(-3)R_2+R_3$ →

$$\begin{cases} x+y+2z=9 & \cdots ① \\ y-\frac{7}{2}z=-\frac{17}{2} & \cdots ②'' \\ -\frac{1}{2}z=-\frac{3}{2} & \cdots ③'' \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

③‴=③″×(−2), $(-2)R_3$ →

$$\begin{cases} x+y+2z=9 & \cdots ① \\ y-\frac{7}{2}z=-\frac{17}{2} & \cdots ②'' \\ z=3 & \cdots ③''' \end{cases} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{7}{2} & -\frac{17}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

따라서

$$z=3,\ y=\frac{7}{2}z-\frac{17}{2},\ x=9-y-2z$$

이므로 구하는 연립방정식의 해는 $x=1$, $y=2$, $z=3$이다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원	Ⅲ. 연립일차방정식	쪽수	교과서 89~90쪽
소단원	1. 연립일차방정식 1-3 연립일차방정식의 풀이	차시	4/12
학습 목표	두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 연립일차방정식을 풀 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◎ 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해의 의미에 대하여 질문한다. ◎ 학습 목표를 제시한다. • 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 연립일차방정식을 풀 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◎ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◎ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◎ 학습 내용 설명 연립일차방정식 $\begin{cases} 4x+y=6 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ 에서 두 방정식을 변끼리 빼면 미지수 y를 없앨 수 있다. 즉, $2x=2$, $x=1$ $x=1$을 $4x+y=6$에 대입하면 $4+y=6$, $y=2$ $\begin{array}{r} 4x+y=6 \\ -\underline{)\,2x+y=4} \\ 2x\quad\ =2 \end{array}$ 따라서 구하는 해는 $x=1$, $y=2$이다. **소거**: 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 한 미지수를 없애는 것 **가감법**: 연립일차방정식을 풀 때, 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼어서 한 미지수를 소거하여 해를 구하는 방법 ◎ 예제 1을 설명한다. ◎ 문제 1, 2를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	학생이 푼 방법을 설명해 보도록 함으로써 다른 사람의 풀이와 비교하고, 어떤 미지수를 소거하더라도 그 해가 같음을 이해할 수 있도록 지도한다. 소거하려는 문자의 절댓값이 같아지도록 등식의 양변에 적당한 수를 곱한 다음 더하거나 빼도록 지도한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◎ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라. (1) $\begin{cases} 4x+y=-2 \\ 4x-3y=-2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x-2y=5 \\ 3x+2y=-1 \end{cases}$ 답 (1) $x=-\frac{1}{2}$, $y=0$ (2) $x=1$, $y=-2$ ◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다. ◎ 다음 차시를 예고한다. • 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 연립일차방정식을 푸는 방법을 알아본다.	

수준별 학습지 (기초)

대단원	Ⅲ. 연립일차방정식	쪽수	교과서 89~90쪽
소단원	1. 연립일차방정식 1-3 연립일차방정식의 풀이	차시	4/12

(　　)학년 (　　)반 (　　)번　　이름:

1 다음은 연립일차방정식을 푸는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $\begin{cases} x+y=1 & \cdots\cdots① \\ x-y=3 & \cdots\cdots② \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x-2y=3 & \cdots\cdots① \\ 2x+y=1 & \cdots\cdots② \end{cases}$

(1) ①에서 ②를 변끼리 빼면

$x+y=\ 1$

$-)\ x-y=\ 3$

$\square y=-2\quad y=\square$

$y=\square$을 ①에 대입하면 $x=2$

따라서 구하는 해는 $x=2$, $y=\square$이다.

(2) ②의 양변에 2를 곱하면

$4x+2y=2\quad \cdots\cdots③$

①과 ③을 변끼리 더하면

$x-2y=3$

$+)\ 4x+2y=2$

$\square x\quad =5\quad x=\square$

$x=\square$을 ①에 대입하면 $y=-1$

따라서 구하는 해는 $x=\square$, $y=-1$이다.

답 (1) 2, -1, -1, -1　(2) 5, 1, 1, 1

2 다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라.

(1) $\begin{cases} 3x-y=-1 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 3x+y=10 \\ x+y=2 \end{cases}$

답 (1) $x=-1$, $y=-2$　(2) $x=4$, $y=-2$

3 연립일차방정식 $\begin{cases} -x+2y=3 & \cdots\cdots① \\ 3x-5y=7 & \cdots\cdots② \end{cases}$을 풀 때, x를 소거하기 위해 필요한 식을 찾아라.

㉠ ①+②×3　　㉡ ①−②×3　　㉢ ①×3+②
㉣ ①×3−②　　㉤ ①×2+②×5

답 ㉢

교수 · 학습 과정안 (기본)

대단원		Ⅲ. 연립일차방정식	쪽수	교과서 89~90쪽
소단원		1. 연립일차방정식 1-3 연립일차방정식의 풀이	차시	4/12
학습 목표		두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 연립일차방정식을 풀 수 있다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해의 의미에 대하여 질문한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 연립일차방정식을 풀 수 있다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◐ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◐ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◐ 학습 내용 설명 연립일차방정식 $\begin{cases} 4x+y=6 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ 에서 두 방정식을 변끼리 빼면 y를 없앨 수 있다. $\begin{array}{r} 4x+y=6 \\ -\underline{)\,2x+y=4} \\ 2x\quad\ =2 \end{array}$ 즉, $2x=2$, $x=1$ $x=1$을 $4x+y=6$에 대입하면 $4+y=6$, $y=2$ 따라서 구하는 해는 $x=1$, $y=2$이다. **소거**: 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 한 미지수를 없애는 것 **가감법**: 연립일차방정식을 풀 때, 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼어서 한 미지수를 소거하여 해를 구하는 방법 ◐ 예제 1을 설명한다. ◐ 문제 1, 2를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		학생이 푼 방법을 설명해 보도록 함으로써 다른 사람의 풀이와 비교하고, 어떤 미지수를 소거하더라도 그 해가 같음을 이해할 수 있도록 지도한다. 소거하려는 문자의 절댓값이 같아지도록 등식의 양변에 적당한 수를 곱한 다음 더하거나 빼도록 지도한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라. (1) $\begin{cases} 4x+3y=-4 \\ 2x-y=8 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 5x+4y=7 \\ 3x-2y=13 \end{cases}$ 답 (1) $x=2$, $y=-4$ (2) $x=3$, $y=-2$ ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 연립일차방정식을 푸는 방법을 알아본다.		

수준별 학습지 (기본)

대단원	Ⅲ. 연립일차방정식	쪽수	교과서 89~90쪽
소단원	1. 연립일차방정식 1-3 연립일차방정식의 풀이	차시	4/12
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x+3y=11 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+y=7 \\ 3x+5y=7 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x+3y=8 \\ 2x-y=2 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x-2y=6 \\ 3x+y=4 \end{cases}$

답 (1) $x=1$, $y=3$ (2) $x=4$, $y=-1$ (3) $x=2$, $y=2$ (4) $x=2$, $y=-2$

2 연립일차방정식 $\begin{cases} x-2y=3 \\ 2x-y=0 \end{cases}$의 해가 $x=a$, $y=b$일 때, $a-b$의 값을 구하여라.

답 1

3 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 3x+2y=9 \\ 4x-3y=-5 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} -4x+3y=1 \\ 5x-4y=-3 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x-3y=6 \\ -3x+4y=-10 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} -2x+3y=-9 \\ 3x+2y=-19 \end{cases}$

답 (1) $x=1$, $y=3$ (2) $x=5$, $y=7$ (3) $x=6$, $y=2$ (4) $x=-3$, $y=-5$

4 연립일차방정식 $\begin{cases} x+2y=13 \\ 3x+y=4 \end{cases}$의 해가 일차방정식 $2x+y=a$를 만족시킬 때, a의 값을 구하여라.

답 5

교수 · 학습 과정안 (실력)

대단원	Ⅲ. 연립일차방정식	쪽수	교과서 89~90쪽
소단원	1. 연립일차방정식 1-3 연립일차방정식의 풀이	차시	4/12
학습 목표	두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 연립일차방정식을 풀 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◎ 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해의 의미에 대하여 질문한다. ◎ 학습 목표를 제시한다. • 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 연립일차방정식을 풀 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◎ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◎ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◎ 학습 내용 설명 연립일차방정식 $\begin{cases} 4x+y=6 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ 에서 두 방정식을 변끼리 빼면 y를 없앨 수 있다. $\begin{array}{r} 4x+y=6 \\ -)\ 2x+y=4 \\ \hline 2x \quad =2 \end{array}$ 즉, $2x=2$, $x=1$ $x=1$을 $4x+y=6$에 대입하면 $4+y=6$, $y=2$ 따라서 구하는 해는 $x=1$, $y=2$이다. **소거**: 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 한 미지수를 없애는 것 **가감법**: 연립일차방정식을 풀 때, 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼어서 한 미지수를 소거하여 해를 구하는 방법 ◎ 예제 1을 설명한다. ◎ 문제 1, 2를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	학생이 푼 방법을 설명해 보도록 함으로써 다른 사람의 풀이와 비교하고, 어떤 미지수를 소거하더라도 그 해가 같음을 이해할 수 있도록 지도한다. 소거하려는 문자의 절댓값이 같아지도록 등식의 양변에 적당한 수를 곱한 다음 더하거나 빼도록 지도한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◎ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라. (1) $\begin{cases} 3x+4y=9 \\ 5x+3y=4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+5y=16 \\ 3x-4y=1 \end{cases}$ 답 (1) $x=-1$, $y=3$ (2) $x=3$, $y=2$ ◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◎ 다음 차시를 예고한다. • 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 연립일차방정식을 푸는 방법을 알아본다.	

수준별 학습지 (실력)

대단원	Ⅲ. 연립일차방정식	쪽수	교과서 89~90쪽
소단원	1. 연립일차방정식 1-3 연립일차방정식의 풀이	차시	4/12
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 연립일차방정식 $\begin{cases} ax+by=-1 \\ bx-ay=8 \end{cases}$ 의 해가 $(2,\ 1)$일 때, a, b의 값을 구하여라.

답 $a=-2$, $b=3$

2 두 연립일차방정식 $\begin{cases} x-2y=-1 \\ ax-y=4 \end{cases}$, $\begin{cases} 3x-y=2 \\ 2x+by=7 \end{cases}$ 의 해가 서로 같을 때, a, b의 값을 구하여라.

답 $a=5$, $b=5$

3 연립일차방정식 $\begin{cases} ax+by=4 \\ bx+ay=-1 \end{cases}$ 을 푸는데 잘못 보아 a와 b를 바꾸어 놓고 풀었더니 해가 $x=2$, $y=1$이 되었다. 바르게 풀었을 때의 해를 구하여라.

답 $x=1$, $y=2$

4 연립일차방정식 $\begin{cases} 2(x-y)-(x+y)=2 \\ 2(4x+3y)-3(2x+y)=13 \end{cases}$ 의 해가 $x=a$, $y=b$일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

답 6

1 연립일차방정식

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 미지수가 2개인 일차방정식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.

② 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해하고, 이를 풀 수 있게 한다.

③ 미지수가 2개인 연립일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 미지수가 2개인 일차방정식	미지수가 2개인 일차방정식과 그 해
1-2 연립일차방정식과 그 해	미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해
1-3 연립일차방정식의 풀이	가감법을 이용한 풀이
	대입법을 이용한 풀이
	계수가 소수나 분수인 연립일차방정식의 풀이
	해가 무수히 많거나 해가 없는 연립일차방정식의 풀이
1-4 연립일차방정식의 활용	연립일차방정식의 활용
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 84 쪽

1 연립일차방정식

준|비|학|습

문자와 식
문자를 사용하면 수량 사이의 관계를 간단히 식으로 나타낼 수 있다.

1 문자를 사용하여 다음을 식으로 나타내어라.

(1) 한 개에 300원 하는 우유 x개의 값

(2) 10자루의 값이 a원인 볼펜 1자루의 값

등식의 성질
$a=b$이면
- $a+c=b+c$
- $a-c=b-c$
- $ac=bc$
- $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$)

2 $a=b$일 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾아라.

㉠ $a+3=b+3$　　㉡ $a-7=7-b$

㉢ $-2a=-2b$　　㉣ $\frac{a}{4}=\frac{b}{4}$

일차방정식의 풀이
주어진 일차방정식을
$x=$(수)
의 꼴로 만들어 해를 구한다.

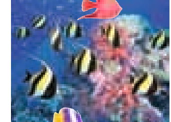
3 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $2x-3=9$　　(2) $x-7=4(x+2)$

(3) $0.1x-1.8=0.6x+0.2$　　(4) $\frac{5x-2}{8}-\frac{3x-2}{2}=-1$

일차방정식의 활용
구하고자 하는 것을 미지수로 놓고 수량 사이의 관계를 식으로 나타내어 푼다.

4 진우는 8000원, 영경이는 5000원을 가지고 열대어를 사러 갔다. 가격이 같은 열대어를 진우는 4마리, 영경이는 2마리를 샀더니 진우와 영경이의 남은 돈은 같아졌다. 열대어 한 마리의 가격을 구하여라.



준비 학습의 해설

1

목표| 문자를 사용하여 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $300\times x=\mathbf{300x}$ **(원)**

(2) $a\div10=\mathbf{\frac{a}{10}}$ **(원)**

2

목표| 등식의 성질을 알게 한다.

풀이| ㉠ $a=b$의 양변에 3을 더하면　$a+3=b+3$

㉢ $a=b$의 양변에 -2를 곱하면　$-2a=-2b$

㉣ $a=b$의 양변을 4로 나누면　$\frac{a}{4}=\frac{b}{4}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

3

목표| 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $2x-3=9$에서　$2x=12$, $\mathbf{x=6}$

(2) $x-7=4(x+2)$에서　$-3x=15$, $\mathbf{x=-5}$

(3) $0.1x-1.8=0.6x+0.2$의 양변에 10을 곱하면

$x-18=6x+2$, $\mathbf{x=-4}$

(4) $\frac{5x-2}{8}-\frac{3x-2}{2}=-1$의 양변에 8을 곱하면

$5x-2-4(3x-2)=-8$, $\mathbf{x=2}$

4

목표| 일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 열대어 한 마리의 가격을 x원이라고 하면

$8000-4x=5000-2x$, $x=1500$

따라서 열대어 한 마리의 가격은 **1500원**이다.

교과서 85 쪽

1-1 미지수가 2개인 일차방정식

● 미지수가 2개인 일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.

미지수가 2개인 일차방정식과 그 해란 무엇인가?

창의력 기르기

요구르트

요구르트는 우유를 발효시킨 식품으로 건강에 좋을 뿐만 아니라 독특한 맛을 지니고 있다. 특히 요구르트의 유산균은 음식물을 분해시켜 흡수가 잘 되도록 만들어 준다.

탐 구 활 동

한 개에 500원 하는 딸기 요구르트 x개와 한 개에 1000원 하는 포도 요구르트 y개를 합하여 4000원어치를 샀을 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

2 딸기 요구르트를 2개, 4개, 6개 샀을 때, 포도 요구르트는 각각 몇 개씩 샀는지 오른쪽 표를 완성하여 보자.

x	2	4	6
y			

탐구 활동에서 x와 y 사이의 관계식은

$$500x+1000y=4000$$

으로 나타낼 수 있다.

이와 같이 미지수가 2개이고, 차수가 1인 방정식을 미지수가 2개인 일차방정식 또는 간단히 일차방정식이라고 한다.

일반적으로 미지수가 x, y의 2개인 일차방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

❶ [illegible]$by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)

문제 1 다음 중에서 미지수가 2개인 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $4x-y=0$　　㉡ $3x+4-2=0$
㉢ $y=6x+5$　　㉣ $2x+7y=7(y-3)$

창의력 기르기 참/고/자/료

유산균이나 효모 등 미생물의 발효 작용을 이용하여 만든 식품인 발효 식품은 그 종류가 다양하고, 각기 독특한 특징과 풍미를 지닌다. 발효 식품에는 간장 · 된장 · 고추장 등의 콩 발효 식품, 치즈 · 버터 · 요구르트 등의 발효 유제품, 김치 · 젓갈 등의 소금 절임류가 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • x와 y 사이의 관계식을 구하고, 그 식을 만족하는 자연수 x, y의 값을 구해 봄으로써 미지수가 2개인 일차방정식을 알게 하려는 것이다.

1. $500x+1000y=4000$

2.

x	2	4	6
y	3	2	1

1-1 미지수가 2개인 일차방정식

소단원 지도 목표

① 미지수가 2개인 일차방정식의 의미를 알게 한다.
② 미지수가 2개인 일차방정식의 해의 의미를 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 실생활 문제 속에서 미지수를 정하고, 이를 이용하여 식으로 표현하도록 함으로써 미지수가 2개인 일차방정식의 뜻을 이해하게 한다.

2. 미지수가 2개인 일차방정식은 미지수가 1개인 일차방정식과 달리 해가 여러 개 나올 수 있다는 것에 유의하게 한다.

3. x, y가 자연수인 경우에만 해를 구하게 하고, x, y가 정수 또는 유리수로 확대되는 것은 연립일차방정식의 풀이에서 다루도록 한다.

본문 해설

❶ 미지수가 x, y의 2개인 일차방정식 $ax+by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)은 $ax+by=-c$와 같이 등식의 성질에 의하여 여러 가지 형태로 변형될 수 있다. 한편 $ax+by+c=0$은 $a=0$, $b\neq0$이면 y에 관한 일차방정식, $a\neq0$, $b=0$이면 x에 관한 일차방정식이 된다.

1

목표| 미지수가 2개인 일차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 주어진 방정식을 $ax+by+c=0$의 꼴로 변형하면
㉠ $4x-y=0$ ⇨ 미지수가 2개인 일차방정식
㉡ $3x+2=0$ ⇨ 미지수가 1개인 일차방정식
㉢ $-6x+y-5=0$ ⇨ 미지수가 2개인 일차방정식
㉣ $2x+21=0$ ⇨ 미지수가 1개인 일차방정식
따라서 미지수가 2개인 일차방정식은 ㉠, ㉢이다.

본문 해설

❶ 자연수의 범위에서 해를 구할 때는 $x=1$, 2, 3, …을 차례로 대입하여 자연수가 되는 y의 값을 찾는다.
x의 값 또는 y의 값을 정수 또는 유리수로 확장하면 미지수가 2개인 일차방정식의 해는 무수히 많음을 알 수 있다.
따라서 미지수가 2개인 일차방정식의 해를 모두 구하는 것은 무리이므로 x, y의 값이 자연수인 해만 구하여 해의 의미를 이해하게 한다.

❷ 미지수가 x로 1개인 일차방정식의 해는 x의 값만 나타내지만, 미지수가 x, y로 2개인 일차방정식의 해는 x, y의 값을 한 쌍으로 나타내어야 한다.
예) $2x-8=0$에서 $x=4$
$2x+y=7$에서 $x=1$, $y=5$ 또는 $(1,\ 5)$

교과서 86 쪽

방정식 $2x+y=7$을 참이 되게 하는 자연수 x, y의 값을 구하여 보자.

❶ 방정식 $2x+y=7$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 하면 다음 표와 같다.

$2x+y=7$을 y에 관하여 풀면 x의 값에 대한 y의 값을 구하기 편리하다.

x	1	2	3	4	5	…
y	5	3	1	-1	-3	…

❷ 에 y의 값도 자연수이므로 일차방정식 $2x+y=7$을 참이 되게 하는 자연수 서쌍 $(x,\ y)$를 구하면 $(1,\ 5)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 1)$이다.

이와 같이 미지수가 x, y인 일차방정식을 참이 되게 하는 x, y의 값 또는 그 순서쌍 $(x,\ y)$를 이 방정식의 해라 하고, 해를 모두 구하는 것을 방정식을 푼다고 한다.

예제 1 x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $3x+y=12$를 풀어라.

풀이 일차방정식 $3x+y=12$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	…
y	9	6	3	0	-3	…

그런데 y의 값도 자연수이므로 구하는 해는 $(1,\ 9)$, $(2,\ 6)$, $(3,\ 3)$이다.

답 $(1,\ 9)$, $(2,\ 6)$, $(3,\ 3)$

문제 2 x, y가 자연수일 때, 다음 일차방정식을 풀어라.
(1) $x+y=5$ (2) $x+2y=10$

문제 3 다음 중에서 $(3,\ 2)$를 해로 가지는 일차방정식을 모두 찾아라.

ㄱ $x+2y=5$ ㄴ $2x-y=4$
ㄷ $x-3y=3$ ㄹ $4x-5y=2$

2

목표| 미지수가 2개인 일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 일차방정식 $x+y=5$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	6	…
y	4	3	2	1	0	-1	…

그런데 y의 값도 자연수이므로 구하는 해는
$(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(4,\ 1)$

(2) 일차방정식 $x+2y=10$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	…
y	$\frac{9}{2}$	4	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	…

그런데 y의 값도 자연수이므로 구하는 해는
$(2,\ 4)$, $(4,\ 3)$, $(6,\ 2)$, $(8,\ 1)$

3

목표| 주어진 순서쌍을 해로 가지는 일차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 주어진 일차방정식에 $x=3$, $y=2$를 대입하면
ㄱ $x+2y=5$에서 $3+4\neq5$
ㄴ $2x-y=4$에서 $6-2=4$
ㄷ $x-3y=3$에서 $3-6\neq3$
ㄹ $4x-5y=2$에서 $12-10=2$
따라서 $(3,\ 2)$를 해로 가지는 일차방정식은 ㄴ, ㄹ이다.

지/도/자/료 미지수가 2개인 일차방정식과 일차함수

미지수가 2개인 일차방정식의 해는 보통 x, y의 값 또는 순서쌍 $(x,\ y)$로 나타내는데, x, y값의 범위에 따라 해가 되는 순서쌍을 좌표평면 위에 점 또는 선으로 나타내기도 한다. 미지수가 2개인 일차방정식의 해를 좌표평면 위에 나타내는 것에 대해서는 일차함수 단원에서 지도하게 된다.

1-2 연립일차방정식과 그 해

● 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.

미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해란 무엇인가?

탐 구 활 동



성일이는 오늘 휴대 전화에서 한 건당 15원인 단문 문자 x건과 30원인 장문 문자 y건을 합쳐 모두 5건의 문자를 보냈더니 105원의 요금이 나왔다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 성일이가 보낸 문자의 건수를 x, y에 관한 식으로 나타내어 보자.

2 성일이가 내야할 문자 요금을 x, y에 관한 식으로 나타내어 보자.

탐구 활동에서 단문 문자를 보낸 건수 x와 장문 문자를 보낸 건수 y를 구하려면 두 개의 방정식

$$x+y=5 \quad \cdots\cdots ①$$

$$15x+30y=105 \quad \cdots\cdots ②$$

를 동시에 만족하는 x, y의 값을 찾으면 된다.

먼저 일차방정식 ①, ②의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

①

x	1	2	3	4
y	4	3	2	1

②

x	1	3	5
y	3	2	1

따라서 일차방정식 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 표에서 순서쌍 (3, 2)임을 알 수 있다.

❶ [illegible]으로 미지수가 2개인 두 일차방정식을 동시에 만족시키는 해를 구하는 [illegible], 두 일차방정식을 한 쌍으로 묶어서

$$\begin{cases} x+y=5 \\ 15x+30y=105 \end{cases}$$

와 같이 나타낸다. 이것을 미지수가 2개인 **연립일차방정식** 또는 간단히 **연립방정식**이라고 한다.

새로 나온 용어와 기호

- 연립일차방정식(聯立一次方程式, simultaneous linear equations)
- 연립방정식(聯立方程式, simultaneous equations)

탐구 활동의 이해

활동 목표 • x, y에 관한 두 개의 일차방정식을 세워 봄으로써 미지수가 2개인 연립일차방정식의 의미를 알게 하려는 것이다.

1. 성일이가 보낸 문자가 모두 5건이므로
$x+y=5$

2. 단문 문자는 한 건당 15원, 장문 문자는 한 건당 30원이고 요금이 105원 나왔으므로
$15x+30y=105$

참고| 휴대 전화의 문자 서비스 종류는 SMS, LMS, MMS의 3가지가 있다.
SMS(Short Message Service)는 보통 한글 40~45자(80~90byte)이내의 짧은 글을 전송하는 서비스이고, LMS(Long Message Service)는 SMS보다 긴 글을 전송하는 서비스이다.
한편 MMS(Multimedia Message Service)는 소리, 사진 등을 첨부한 글을 전송하는 서비스이다.

1-2 연립일차방정식과 그 해

소단원 지도 목표

① 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 연립일차방정식의 해는 두 일차방정식의 공통인 해임을 이해하게 하고, x, y의 값이 유리수 범위에서 해를 가지는 것만 다룬다.

2. 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해를 구할 때 x, y 값의 범위가 주어지지 않으면 수 전체를 범위로 한다는 것을 이해하게 한다.

3. 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해하도록 하는데 중점을 두고, 해를 구하는 방법 자체는 강조하지 않는다.

본문 해설

❶ 연립일차방정식의 해는 두 일차방정식을 동시에 만족시키는 해이므로 해를 구할 때, 먼저 한 일차방정식의 해를 구한 후, 그 해의 범위 안에서 다른 일차방정식의 해를 구하여 공통의 해를 찾을 수 있음을 알게 한다.

1

목표| x, y가 자연수일 때, 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 방정식 $x+y=6$의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1

방정식 $2x+y=8$의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3
y	6	4	2

따라서 구하는 연립일차방정식의 해는 **(2, 4)**이다.

(2) 방정식 $2x+y=13$의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	5	6
y	11	9	7	5	3	1

방정식 $x+3y=14$의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	2	5	8	11
y	4	3	2	1

따라서 구하는 연립일차방정식의 해는 **(5, 3)**이다.

교과서 88 쪽

이때 두 개의 일차방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값 또는 그 순서쌍 (x, y)를 연립일차방정식의 해라 하고, 연립일차방정식의 해를 구하는 것을 연립일차방정식을 푼다고 한다.

이를테면 앞의 연립일차방정식의 해는

$$x=3,\ y=2 \text{ 또는 } (3,\ 2)$$

이다.

예제 1 x, y가 자연수일 때, 다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ① \\ 2x+y=11 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

● 풀이 방정식 ①, ②의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

①

x	1	2	3	4	5	6
y	6	5	4	3	2	1

②

x	1	2	3	4	5
y	9	7	5	3	1

따라서 구하는 연립일차방정식의 해는 위의 표에서 ①과 ②를 동시에 만족시키는 x, y의 순서쌍 (4, 3)이다.

답 ● (4, 3)

문제 1 x, y가 자연수일 때, 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+y=8 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+y=13 \\ x+3y=14 \end{cases}$

문제 2 연립일차방정식 $\begin{cases} ax-4y=-5 \\ 2x+by=4 \end{cases}$의 해가 (3, 2)일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

2

목표| 해가 주어진 연립일차방정식의 계수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $ax-4y=-5$에 $x=3$, $y=2$를 대입하면

$3a-8=-5$에서 $3a=3$, $a=1$

$2x+by=4$에 $x=3$, $y=2$를 대입하면

$6+2b=4$에서 $2b=-2$, $b=-1$

$a+b=1+(-1)=$**0**

지/도/자/료

미지수 x, y가 자연수인 일차방정식의 해를 구할 때에는 $x=1, 2, 3, \cdots$을 일차방정식에 대입한 후 방정식을 만족시키는 y의 값 중에서 자연수인 것을 찾거나 $y=1, 2, 3, \cdots$을 일차방정식에 대입한 후 방정식을 만족시키는 x의 값 중에서 자연수인 것을 찾도록 지도한다.

일반적으로 $ax+by+c=0$(x, y는 자연수)의 해를 구할 때에는 계수의 절댓값이 더 큰 미지수에 자연수를 차례로 대입하는 것이 효율적이다.

예) $3x+y-10=0$

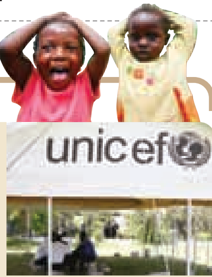
$y=1, 2, 3, \cdots$을 대입하면 $x=3, \frac{8}{3}, \frac{7}{3}, \cdots$

$x=1, 2, 3, \cdots$을 대입하면 $y=7, 4, 1, \cdots$

교과서 89 쪽

1-3 연립일차방정식의 풀이

● 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해를 구할 수 있다.



두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 해를 구할 수 있는가?

창의력 기르기 유니세프(UNICEF)

영양실조인 어린이가 전 세계에 약 1억 6천 8백만 명에 달한다고 한다. 유니세프(UNICEF)는 이러한 어린이들을 위하여 국적과 인종, 이념, 종교, 성별 등과 상관없이 도움의 손길을 전하고 있다.

탐구 활동 민정이는 유니세프에 기부금을 전달하기 위해 친구들과 동전을 모았다. 100원짜리 동전 x개와 500원짜리 동전 y개를 합하여 모두 35개를 모았는데 총액은 8300원이었다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 연립일차방정식을 완성하여 보자.

$$\begin{cases} x+y=\square \\ \square x+\square y=8300 \end{cases}$$

2 1의 연립일차방정식을 미지수가 1개인 방정식으로 만들려면 어떤 방법이 있을지 말하여 보자.

미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 때, 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 미지수가 1개인 일차방정식으로 만들면 쉽게 해를 구할 수 있다.

연립일차방정식

$$\begin{cases} 4x+y=6 & \cdots\cdots ① \\ 2x+y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

● ①에서 ②를 변끼리 빼면 미지수 y를 없앨 수 있다.

❶ 에서 ②를 변끼리 빼면

$$2x=2,\ x=1$$

$$\begin{array}{r} 4x+y=6 \\ -)\ 2x+y=4 \\ \hline 2x\quad\ =2 \end{array}$$

이고, $x=1$을 ①에 대입하면

$$4+y=6,\ y=2$$

이다.

3. 연립일차방정식에는 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우도 있지만 방정식의 그래프를 지도하기 전이므로 간단하게 다룬다.

4. 연립일차방정식을 푼 후 그 해가 주어진 두 개의 방정식을 모두 만족시키는지 확인하도록 강조하여 지도한다.

5. 자신의 연립일차방정식 풀이 방법을 설명할 수 있게 한다.

6. 소거, 가감법, 대입법 용어는 교수·학습 상황에서 다루어질 수 있다.

창의력 기르기 참/고/자/료

유니세프는 전쟁 피해 아동의 구호와 개발도상국의 복지 향상을 목적으로 설립된 국제연합 특별기구이다. 유니세프의 지원 활동 현황과 방법 등의 자료는 유니세프한국위원회 홈페이지(http://www.unicef.or.kr)에서 찾아볼 수 있다.

1-3 연립일차방정식의 풀이

소단원 지도 목표

① 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.
② 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.
③ 계수가 소수나 분수인 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.
④ 해가 무수히 많거나 해가 없는 연립일차방정식을 알게 한다.

교수·학습상의 유의점

1. 연립일차방정식을 풀 때, 연립일차방정식의 형태 또는 계수에 따라 적절한 풀이 방법을 택하도록 지도한다.

2. 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 어느 미지수를 먼저 소거하여 계산하더라도 결과는 같음을 이해하게 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • x, y에 관한 연립일차방정식을 완성하고, 미지수가 2개인 연립일차방정식을 미지수가 1개인 방정식으로 만들 수 있는 방법을 생각해 봄으로써 소거와 가감법을 알게 하려는 것이다.

1. $\begin{cases} x+y=\boxed{35} \\ \boxed{100}x+\boxed{500}y=8300 \end{cases}$

2. $x+y=35$의 양변에 100을 곱한 식에서 $100x+500y=8300$을 변끼리 빼면 미지수가 1개인 y에 관한 방정식이 만들어진다.

본문 해설

❶ 등식의 양변에 같은 수를 더하거나 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립하므로 좌변끼리 뺀 식은 우변끼리 뺀 식과 같다. 마찬가지로 좌변끼리 더한 식은 우변끼리 더한 식과 같다.

1

목표| 가감법을 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} 3x+2y=12 & \cdots\cdots ① \\ x-2y=-4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①과 ②를 변끼리 더하면

$4x=8$, $x=2$

$x=2$를 ①에 대입하면

$6+2y=12$, $y=3$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=2}$, $\boldsymbol{y=3}$이다.

(2) $\begin{cases} 5x-2y=-17 & \cdots\cdots ① \\ 5x+6y=-9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①에서 ②를 변끼리 빼면

$-8y=-8$, $y=1$

$y=1$을 ①에 대입하면

$5x-2=-17$, $x=-3$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=-3}$, $\boldsymbol{y=1}$이다.

교과서 90 쪽

따라서 $x=1$, $y=2$는 방정식 ①, ②를 동시에 만족시키므로 주어진 연립일차방정식의 해이다.

참고 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 한 미지수를 없애는 것을 그 미지수를 소거한다고 한다. 또 두 일차방정식을 변끼리 더하거나 빼어서 한 미지수를 소거하여 연립일차방정식의 해를 구하는 방법을 가감법이라고 한다.

문제 1 다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라.

소거하려는 미지수의 계수의 부호가 같으면 변끼리 빼고, 부호가 다르면 변끼리 더한다.

(1) $\begin{cases} 3x+2y=12 \\ x-2y=-4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 5x-2y=-17 \\ 5x+6y=-9 \end{cases}$

예제 1 다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라.

$$\begin{cases} 2x+3y=-5 & \cdots\cdots ① \\ 3x-5y=21 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

소거하려는 미지수의 계수의 절댓값이 같아지도록 식의 양변에 적당한 수를 곱하거나 나누어서 계산한다.

❶ x를 소거하기 위하여 ①의 양변에 3을 곱하고, ②의 양변에 2를 곱하면

$$\begin{cases} 6x+9y=-15 & \cdots\cdots ③ \\ 6x-10y=42 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③에서 ④를 변끼리 빼면

$19y=-57$, $y=-3$

$y=-3$을 ①에 대입하면

$2x+3\times(-3)=-5$, $x=2$

따라서 구하는 해는 $x=2$, $y=-3$이다.

$$\begin{array}{rr} & 6x+\ \ 9y=-15 \\ -) & 6x-10y=\ \ \ 42 \\ \hline & 19y=-57 \end{array}$$

답 ● $x=2$, $y=-3$

문제 2 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 5x+4y=-7 \\ 3x-2y=-13 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+5y=16 \\ 3x-4y=1 \end{cases}$

본문 해설

❶ 미지수가 2개인 연립일차방정식을 가감법으로 풀 때, 두 미지수의 계수의 절댓값이 각각 다른 경우에는 등식의 성질을 이용하여 두 방정식의 양변에 각각 적당한 수를 곱하여 소거해야 할 미지수의 계수의 절댓값이 같도록 고친 다음, 소거하려는 미지수의 계수의 부호가 같으면 두 식을 빼고, 부호가 다르면 두 식을 더한다. 이때 변끼리 빼는 경우에는 부호에 주의한다.

참고| 가감법을 이용한 연립일차방정식의 풀이에서 어느 항을 소거하여도 관계없지만 가능하면 소거하기 편한 항을 택하도록 한다.

2

목표| 가감법을 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $3x-2y=-13$의 양변에 2를 곱하여 변끼리 더하면

$$\begin{array}{rl} & 5x+4y=-7 \\ +) & 6x-4y=-26 \\ \hline & 11x\qquad=-33 \qquad x=-3 \end{array}$$

$x=-3$을 $5x+4y=-7$에 대입하면 $y=2$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=-3}$, $\boldsymbol{y=2}$이다.

(2) $2x+5y=16$의 양변에 3을 곱하고, $3x-4y=1$의 양변에 2를 곱하여 변끼리 빼면

$$\begin{array}{rl} & 6x+15y=48 \\ -) & 6x-\ \ 8y=\ \ 2 \\ \hline & 23y=46 \qquad y=2 \end{array}$$

$y=2$를 $2x+5y=16$에 대입하면 $x=3$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=3}$, $\boldsymbol{y=2}$이다.

교과서 91 쪽

한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 해를 구할 수 있는가?

창의력 기르기 농구 경기와 3점 슛

농구 역사상 3점 슛은 가장 위대한 발견 중 하나로 꼽히고 있다. 미국 프로 농구(NBA) 1979~1980년 시즌에 처음으로 3점 슛을 도입한 이후로 모든 농구 경기에 전면 시행되면서 농구는 더욱 박진감 넘치는 경기가 되었다.



탐구 활동 농구 경기에서 어떤 선수가 2점 슛 x개와 3점 슛 y개를 성공하여 21점을 득점하였다. 2점 슛의 개수가 3점 슛의 개수의 2배일 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 연립일차방정식으로 나타내어 보자.

2 1의 연립일차방정식을 미지수가 1개인 방정식으로 만들려면 어떤 방법이 있을지 말하여 보자.



미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 때, 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 미지수가 1개인 일차방정식으로 만들면 쉽게 해를 구할 수 있다.

연립일차방정식

$$\begin{cases} y=2x-1 & \cdots\cdots ① \\ 3x+y=9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

에서 ①을 ②에 대입하면

$$3x+(2x-1)=9$$

$$5x=10,\ x=2$$

이고, $x=2$를 ①에 대입하면

$$y=2\times2-1=3$$

이다.

$y=2x-1$ → 대입 → $3x+y=9$ → $3x+(2x-1)=9$

따라서 위의 연립일차방정식의 해는 $x=2$, $y=3$이다.

(참고) 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 연립일차방정식의 해를 구하는 방법을 대입법이라고 한다.

지/도/자/료

1. 연립일차방정식을 풀 때, 미지수 x 또는 y 중에서 하나만 구하고 풀이를 끝내는 오류를 범하기 쉬운데, 미지수가 2개인 연립일차방정식에서는 2개의 미지수의 값을 모두 구하여야 함을 주의하도록 한다.
2. 한 미지수를 소거하여 구한 다른 미지수의 값을 두 일차방정식 중 하나에 대입하여 나머지 미지수의 값을 구할 때 무조건 첫 번째 식에 대입하는 경우가 있다. 이때 효율적으로 해를 구하기 위해서 어느 식에 대입해야 하는지 생각해 보게 하고, 가급적이면 계산이 더 편한 식에 대입하여 해를 구할 수 있도록 지도한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

24초 룰과 3점 슛은 농구의 발전에 지대한 영향을 미쳤다. 공격 제한 시간이 없었던 NBA 경기는 지루한 저득점 경기로 팬들의 관심에서 멀어졌다. 그러나 24초 룰을 도입한 후 빠르고 공격적인 경기로 많은 관중의 사랑을 받기 시작하였다. 또한 NBA 1979~1980시즌에 처음으로 도입된 3점 슛도 짜릿한 역전승을 많이 만들어냄으로써 농구 붐이 조성되는 계기를 마련하였다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • x, y에 관한 연립일차방정식을 세우고, 미지수가 2개인 연립일차방정식을 미지수가 1개인 방정식으로 만들 수 있는 방법을 생각해 봄으로써 대입법을 알게 하려는 것이다.

1. $\begin{cases} 2x+3y=21 \\ x=2y \end{cases}$

2. $x=2y$를 $2x+3y=21$에 대입하면 미지수가 1개인 y에 관한 방정식이 만들어진다.

읽/기/자/료 산법통종과 연립일차방정식

조선 시대의 수학 책인 "산법통종(算法統宗)"에는 시의 형태를 빌려 수학 문제를 내고 있는데, 그중에는 술과 관련된 문제도 있다. 한자로 적힌 이 시를 우리 말로 풀어 쓰면 다음과 같다.
'술집에서 말하기를 박주와 호주가 있다고 한다. 호주는 1병 마시면 세 사람이 취하고, 박주는 3병 마셔야 한 사람이 취한다. 박주와 호주를 합하여 19병이 있는데, 모두 33명이 마시고 취했다면 박주와 호주는 각각 몇 병이었겠는가?'
주량이 모두 같다는 전제하에 풀 수 있는 문제로, 박주는 9병, 호주는 10병이다.

3

목표| 대입법을 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} 3x-2y=7 & \cdots\cdots ① \\ y=-x+4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

②를 ①에 대입하면

$3x-2(-x+4)=7$

$3x+2x-8=7$, $x=3$

$x=3$을 ②에 대입하면 $y=-3+4=1$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=3}$, $\boldsymbol{y=1}$이다.

(2) $\begin{cases} 2x+5y=9 & \cdots\cdots ① \\ x=-2y+5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

②를 ①에 대입하면

$2(-2y+5)+5y=9$

$-4y+10+5y=9$, $y=-1$

$y=-1$을 ②에 대입하면 $x=2+5=7$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=7}$, $\boldsymbol{y=-1}$이다.

교과서 92 쪽

예제 2 다음 연립일차방정식을 대입법으로 풀어라.

$\begin{cases} y=-3x+12 & \cdots\cdots ① \\ 4x-3y=3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

한 방정식에서 계수가 간단한 미지수를 찾아 그 미지수에 관하여 정리한 후 다른 식에 대입한다.

풀이 ①을 ②에 대입하면

$4x-3(-3x+12)=3$

$13x=39$, $x=3$

$x=3$을 ①에 대입하면

$y=-3\times3+12=3$

따라서 구하는 해는 $x=3$, $y=3$이다.

답 $x=3$, $y=3$

문제 3 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ y=-x+4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+5y=9 \\ x=-2y+5 \end{cases}$


추론

승준이와 서영이는 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+2y=1 & \cdots\cdots ① \\ x=2y+3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$을 다음과 같이 풀었다.

두 학생의 풀이 방법에 대해 설명하고 어느 방법이 더 편리한지 비교하여 보자.

승준

②에서 우변의 $2y$를 좌변으로 이항하면

$x-2y=3$ $\cdots\cdots ③$

①과 ③을 변끼리 더하면

$4x=4$, $x=1$

$x=1$을 ②에 대입하면

$1=2y+3$, $y=-1$

따라서 구하는 해는

$x=1$, $y=-1$

서영

②를 ①에 대입하면

$3(2y+3)+2y=1$

$8y=-8$, $y=-1$

$y=-1$을 ②에 대입하면

$x=-2+3=1$, $x=1$

따라서 구하는 해는

$x=1$, $y=-1$

추/론

|출제 의도| 연립일차방정식을 풀 때, 연립일차방정식의 형태 또는 계수에 따라 가감법과 대입법 중에서 편리한 방법을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 주어진 연립일차방정식을 승준이는 가감법으로, 서영이는 대입법으로 풀었다.
승준이는 ②의 우변의 식을 좌변으로 이항하여 나타낸 식 ③과 ①을 변끼리 더하여 x의 값을 구하고, 이를 ②에 대입하여 y의 값을 구하였다.
서영이는 ②를 ①에 대입하여 y의 값을 구하고, 이를 ②에 대입하여 x의 값을 구하였다.
방정식 ②는 $x=(y$에 관한 식$)$의 꼴이므로 승준이의 풀이와 같이 가감법을 이용하려면 이항을 하는 과정이 추가로 필요하다. 따라서 이 경우에는 서영이의 풀이와 같이 대입법을 이용하는 것이 편리하다고 할 수 있다.

지/도/자/료 가감법과 대입법

연립일차방정식의 해를 구할 때에는 가감법, 대입법 중에서 어느 방법으로 계산하더라도 결과는 같으나, 연립일차방정식의 모양과 계수에 따라 적절한 방법을 이용하는 것이 편리하다.

(1) 가감법

연립일차방정식의 두 방정식이 $ax+by=c$꼴이고, x 또는 y의 계수의 절댓값이 같거나 적당한 수를 곱하여 절댓값을 같게 만들 수 있을 때

(2) 대입법

연립일차방정식의 두 방정식 중에서 어느 한 방정식이 $x=(y$에 관한 식$)$ 또는 $y=(x$에 관한 식$)$의 꼴일 때

교과서 93 쪽

계수가 소수나 분수인 연립일차방정식은 어떻게 푸는가?

❶ 일차방정식에서 미지수의 계수가 소수일 때에는 방정식의 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고치고, 분수일 때에는 방정식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 3 다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} 0.3x+0.8y=7.2 & \cdots\cdots ① \\ 0.06x-0.05y=0.18 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

계수가 소수이면 10, 100, 1000, … 중에서 알맞은 수를 양변에 곱하여 계수를 정수로 고친다.

풀이 ①의 양변에 10을 곱하고, ②의 양변에 100을 곱하면

$$\begin{cases} 3x+8y=72 & \cdots\cdots ③ \\ 6x-5y=18 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③의 양변에 2를 곱하여 ④를 변끼리 빼면

$21y=126,\ y=6$

$$\begin{array}{r} 6x+16y=144 \\ -)\ 6x-\ \ 5y=\ \ 18 \\ \hline 21y=126 \end{array}$$

$y=6$을 ③에 대입하면

$3x+48=72$

$3x=24,\ x=8$

따라서 구하는 해는 $x=8,\ y=6$이다.

답 $x=8,\ y=6$

문제 4 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=3 \\ 0.5x-0.3y=-0.9 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 0.01x-0.02y=0.1 \\ 0.2x-0.1y=1.1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 0.3x-0.1y=1.6 \\ 0.02x+0.03y=0.18 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=0.2 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$

본문 해설

❶ 연립일차방정식의 계수를 정수로 만드는 이유는 가감법이나 대입법을 이용할 때 계산을 쉽게 하기 위해서이다.

4

목표| 계수가 소수인 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=3 & \cdots\cdots ① \\ 0.5x-0.3y=-0.9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①, ②의 양변에 각각 10을 곱하면

$$\begin{cases} 2x+3y=30 & \cdots\cdots ③ \\ 5x-3y=-9 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③과 ④를 변끼리 더하면

$7x=21,\ x=3$

$x=3$을 ③에 대입하면

$6+3y=30,\ y=8$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=3,\ y=8}$이다.

(2) $\begin{cases} 0.01x-0.02y=0.1 & \cdots\cdots ① \\ 0.2x-0.1y=1.1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 100을 곱하고, ②의 양변에 10을 곱하면

$$\begin{cases} x-2y=10 & \cdots\cdots ③ \\ 2x-y=11 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③의 양변에 2를 곱하여 ④를 변끼리 빼면

$$\begin{array}{r} 2x-4y=20 \\ -)\ 2x-\ \ y=11 \\ \hline -3y=9 \end{array}\quad y=-3$$

$y=-3$을 ③에 대입하면

$x+6=10,\ x=4$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=4,\ y=-3}$이다.

(3) $\begin{cases} 0.3x-0.1y=1.6 & \cdots\cdots ① \\ 0.02x+0.03y=0.18 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 10을 곱하고, ②의 양변에 100을 곱하면

$$\begin{cases} 3x-y=16 & \cdots\cdots ③ \\ 2x+3y=18 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③의 양변에 3을 곱하여 ④와 변끼리 더하면

$$\begin{array}{r} 9x-3y=48 \\ +)\ 2x+3y=18 \\ \hline 11x\qquad=66 \end{array}\quad x=6$$

$x=6$을 ③에 대입하면

$18-y=16,\ y=2$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=6,\ y=2}$이다.

(4) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=0.2 & \cdots\cdots ① \\ 3x+2y=8 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 10을 곱하면

$2x+3y=2$ $\cdots\cdots$ ③

③의 양변에 2를 곱하고, ②의 양변에 3을 곱하여 변끼리 빼면

$$\begin{array}{r} 4x+6y=4 \\ -)\ \ 9x+6y=24 \\ \hline -5x\qquad=-20 \end{array}\quad x=4$$

$x=4$를 ③에 대입하면

$8+3y=2,\ \ y=-2$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=4,\ y=-2}$이다.

5

목표| 계수가 분수인 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=\dfrac{5}{6} & \cdots\cdots ① \\ \dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{2}=-\dfrac{3}{10} & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 6을 곱하고, ②의 양변에 10을 곱하면

$\begin{cases} 2x-3y=5 & \cdots\cdots ③ \\ 2x+5y=-3 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$

③에서 ④를 변끼리 빼면

$-8y=8$, $y=-1$

$y=-1$을 ③에 대입하면

$2x+3=5$, $x=1$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=1}$, $\boldsymbol{y=-1}$이다.

(2) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=1 & \cdots\cdots ① \\ \dfrac{x}{5}-\dfrac{y}{4}=1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 6을 곱하고, ②의 양변에 20을 곱하면

$\begin{cases} 2x-3y=6 & \cdots\cdots ③ \\ 4x-5y=20 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$

③의 양변에 2를 곱하여 ④를 변끼리 빼면

$$\begin{array}{rl} & 4x-6y=12 \\ -) & \underline{4x-5y=20} \\ & -y=-8 \quad y=8 \end{array}$$

$y=8$을 ③에 대입하면

$2x-24=6$, $x=15$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=15}$, $\boldsymbol{y=8}$이다.

참고| 연립일차방정식 $\begin{cases} \dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{6}=5 \\ x+y=24 \end{cases}$ 와 같이 계수가 분수인 연립일차방정식을 풀 때, 분모의 최소공배수인 12가 아닌 분모의 곱 24를 양변에 곱하여 푸는 학생들이 있다. 틀린 풀이는 아니지만 풀이 과정에서 수가 커지고, 계산이 복잡해지므로 가능한 최소공배수를 곱하여 풀 수 있도록 지도한다.

교과서 94 쪽

예 제 4 다음 연립일차방정식을 풀어라.

$\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=1 & \cdots\cdots ① \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{4}=\dfrac{1}{2} & \cdots\cdots ② \end{cases}$

계수가 분수이면 분모의 최소공배수를 양변에 곱하여 계수를 정수로 고친다.

풀이 ①의 양변에 6을 곱하고, ②의 양변에 12를 곱하면

$\begin{cases} 3x+2y=6 & \cdots\cdots ③ \\ 4x+3y=6 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$

③의 양변에 3을 곱하고, ④의 양변에 2를 곱하여 변끼리 빼면

$x=6$

$$\begin{array}{rl} & 9x+6y=18 \\ -) & \underline{8x+6y=12} \\ & x \quad\;\; = \;6 \end{array}$$

$x=6$을 ③에 대입하면

$18+2y=6$, $y=-6$

따라서 구하는 해는 $x=6$, $y=-6$이다.

답 $x=6$, $y=-6$

문제 5 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=\dfrac{5}{6} \\ \dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{2}=-\dfrac{3}{10} \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \dfrac{x}{3}-\dfrac{y}{2}=1 \\ \dfrac{x}{5}-\dfrac{y}{4}=1 \end{cases}$

문제해결

주연이가 연립일차방정식 $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=5 \\ x+y=4 \end{cases}$ 를 다음과 같이 풀었다. 풀이를 검산하여 틀린 곳을 찾고, 올바른 해를 구하여 보자.

$\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=5 \cdots\cdots ① \\ x+y=4 \quad \cdots\cdots ② \end{cases}$ —①의 양변에 6을 곱한다.→ $\begin{cases} 3x+2y=5 \\ x+y=4 \end{cases}$ —②의 양변에 3을 곱한다.→

$\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 3x+3y=4 \end{cases}$ —양변을 변끼리 뺀다.→ $y=-1$ —$y=-1$을 ②에 대입한다.→ $x=5$

문/제/해/결

|출제 의도| 잘못된 풀이를 검산하여 봄으로써 올바른 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 하기 위한 문제이다.

풀이| 주연이는 ①의 양변에 6을 곱할 때와 ②의 양변에 3을 곱할 때 상수항에는 곱하지 않았다.

주연이의 풀이를 올바르게 고치면 다음과 같다.

$\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=5 & \cdots\cdots ① \\ x+y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 6을 곱하고 ②의 양변에 3을 곱하면

$\begin{cases} 3x+2y=30 & \cdots\cdots ③ \\ 3x+3y=12 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$

③에서 ④를 변끼리 빼면

$-y=18$, $y=-18$

$y=-18$을 ②에 대입하면

$x-18=4$, $x=22$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=22}$, $\boldsymbol{y=-18}$이다.

교과서 95 쪽

해가 무수히 많거나 해가 없는 연립일차방정식은 어떤 것인가?

연립일차방정식의 해는 한 쌍만 있는 경우도 있지만 방정식에 따라서는 해가 무수히 많거나, 해가 없는 경우도 있다.

예 제 5 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+y=3 & \cdots\cdots ① \\ 2x+2y=6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x-3y=4 & \cdots\cdots ① \\ 2x-6y=7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

풀이 (1) ①의 양변에 2를 곱하면

$2x+2y=6 \quad \cdots\cdots ③$

③은 ②와 같은 식이므로 ①과 ②의 해는 같다.

그런데 ①의 해는 무수히 많으므로 이 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

(2) ①의 양변에 2를 곱하여 ②를 변끼리 빼면

$0=1$

좌변은 0, 우변은 1이 되어 등식이 성립할 수 없다.

따라서 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 없다.

즉, 이 연립일차방정식의 해는 없다.

$\begin{array}{r} 2x-6y=8 \\ -)\ 2x-6y=7 \\ \hline 0=1 \end{array}$

답 (1) 해는 무수히 많다. (2) 해는 없다.

문제 6 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 4x-6y=2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+8y=5 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x-y=-3 \\ 6x-3y=-9 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x-4y=2 \\ y-(5y-x)=4 \end{cases}$

 추론

연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ ax+by=c \end{cases}$에서 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우 a, b, c의 값을 만들어 보고, 연립일차방정식이 어떤 형태일 때인지 설명하여 보자.

6

목표 | 해가 무수히 많거나 해가 없는 경우의 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | (1) $\begin{cases} 2x-3y=1 & \cdots\cdots ① \\ 4x-6y=2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 2를 곱하면 $4x-6y=2$이므로 ①과 ②의 해는 같다. 그런데 ①의 해는 무수히 많으므로 이 연립일차방정식의 **해는 무수히 많다**.

(2) $\begin{cases} x+2y=3 & \cdots\cdots ① \\ 4x+8y=5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 4를 곱하면

$4x+8y=12 \quad \cdots\cdots ③$

③에서 ②를 변끼리 빼면 좌변은 0, 우변은 7이 되어 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 없다.

따라서 이 연립일차방정식의 **해는 없다**.

(3) $\begin{cases} 2x-y=-3 & \cdots\cdots ① \\ 6x-3y=-9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 3을 곱하면 $6x-3y=-9$이므로 ①과 ②의 해는 같다. 그런데 ①의 해는 무수히 많으므로 이 연립일차방정식의 **해는 무수히 많다**.

(4) $\begin{cases} x-4y=2 & \cdots\cdots ① \\ y-(5y-x)=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

②를 정리하면

$x-4y=4 \quad \cdots\cdots ③$

①에서 ③을 변끼리 빼면 좌변은 0, 우변은 -2가 되어 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 없다.

따라서 이 연립일차방정식의 **해는 없다**.

추/론

|출제 의도| 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우의 연립일차방정식의 특징을 이해하도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 해가 무수히 많은 경우: $a=6$, $b=-4$, $c=8$

두 방정식을 변형하여 x의 계수, y의 계수, 상수항을 각각 같게 만들 수 있을 때이다.

해가 없는 경우: $a=6$, $b=-4$, $c\neq8$

두 방정식을 변형하여 x의 계수, y의 계수는 각각 같고 상수항은 다르게 만들 수 있을 때이다.

지/도/자/료 연립일차방정식의 특수한 해

연립일차방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$에서

(1) $\dfrac{a}{a'}\neq\dfrac{b}{b'}$이면 단 한 쌍의 해가 있다.

(2) $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}$이면 해는 무수히 많다.

(3) $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$이면 해는 없다.

1-4 연립일차방정식의 활용

소단원 지도 목표

① 미지수가 2개인 연립일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 학생의 수준에 따라 다양한 실생활의 상황을 제시하고 연립일차방정식을 활용하여 문제를 해결할 수 있도록 한다.
2. 연립일차방정식을 활용하여 문제를 푼 후에는 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 반드시 확인하도록 강조하여 지도하고, 구한 해가 주어진 문제에 적합하지 않은 경우도 있음을 이해할 수 있도록 한다.
3. 시간, 속력, 거리에 대한 문제는 $(\text{시간})=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$의 관계식을 이용하여 주어진 문제에 따라 등식을 변형하여 적절하게 사용할 수 있도록 지도한다.

교과서 96 쪽

1-4 연립일차방정식의 활용

● 연립일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

연립일차방정식을 어떻게 활용하는가?

탐구 활동

동아리실에 2명이 앉은 의자와 3명이 앉은 의자가 모두 7개 있다. 18명의 학생이 모두 빈자리가 없이 앉을 때, 2명이 앉은 의자와 3명이 앉은 의자의 수를 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 무엇을 미지수 x, y로 정할지 말하여 보자.

2 1에서 정한 x, y를 사용하여 연립일차방정식을 만들어 보자.

탐구 활동에서 2명이 앉은 의자와 3명이 앉은 의자의 수는 다음과 같은 순서로 연립일차방정식을 세워서 풀면 구할 수 있다.

2명이 앉은 의자의 수를 x개, 3명이 앉은 의자의 수를 y개로 놓는다. ← ❶ 구하고자 하는 것을 미지수 x, y로 놓는다.

의자의 수는 7개이므로 $x+y=7$이고, 학생의 수는 18명이므로 $2x+3y=18$이다.

따라서 다음과 같은 연립일차방정식을 얻는다.

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 2x+3y=18 \end{cases}$$

← ❷ 문제의 뜻에 알맞게 연립일차방정식을 세운다.

이 연립일차방정식을 풀면

$$x=3,\ y=4$$

← ❸ 연립일차방정식을 푼다.

따라서 2명이 앉은 의자의 수는 3개, 3명이 앉은 의자의 수는 4개이다.

한편 의자의 수는 $3+4=7$(개)이고, 학생의 수는 $2\times3+3\times4=18$(명)이므로 문제의 뜻에 맞는다. ← ❹ 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

● $\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ① \\ 2x+3y=18 & \cdots\cdots ② \end{cases}$
①의 양변에 3을 곱하면
$3x+3y=21$ ⋯⋯ ③
③에서 ②를 변끼리 빼면
$x=3$
이것을 ①에 대입하면
$3+y=7$, $y=4$

● 구한 해가 문제의 조건을 모두 만족시켜야 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 연립일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있음을 알게 하려는 것이다.

1. **2명이 앉은 의자의 수를 x개, 3명이 앉은 의자의 수를 y개**라고 정할 수 있다.
2. 의자의 수는 7개이므로 $x+y=7$
   학생의 수는 18명이므로 $2x+3y=18$
   따라서 구하는 연립일차방정식은 $\begin{cases} \boldsymbol{x+y=7} \\ \boldsymbol{2x+3y=18} \end{cases}$ 이다.

본문 해설

❶ 활용 문제로부터 연립일차방정식을 세워 그 해를 구하였을 때, 그 해가 반드시 문제의 해라는 보장을 할 수 없다. 예를 들어
'두 자연수 x, y의 합은 25이고, x의 3배는 y보다 4가 클 때, x, y를 구하여라.'
라는 문제의 뜻에 맞는 연립일차방정식은
$$\begin{cases} x+y=25 \\ 3x=y+4 \end{cases}$$
이고, 이 연립일차방정식의 해는
$$x=\frac{29}{4},\ y=\frac{71}{4}$$
이다. 그런데 이 해는 자연수가 아니므로 문제의 뜻에 맞지 않는다.
따라서 연립일차방정식의 해가 문제의 뜻에 적합한지를 확인하는 것은 반드시 필요한 절차이다.

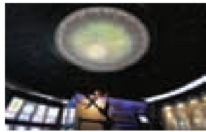
일반적으로 연립일차방정식을 활용하여 문제를 풀 때에는 다음과 같은 순서로 푼다.

연립일차방정식을 활용한 문제 해결 순서

❶ 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 것을 미지수 x, y로 놓는다.
❷ 문제의 뜻에 알맞게 연립일차방정식을 세운다.
❸ 연립일차방정식을 푼다.
❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

예제 1

어느 과학관의 입장료가 어른은 4000원, 청소년은 2000원이다. 어른과 청소년을 합하여 모두 12명이 입장하는 데 총 32000원을 냈다. 과학관에 입장한 어른과 청소년의 수를 각각 구하여라.



풀이 과학관에 입장한 어른과 청소년의 수를 각각 x명, y명이라 하자.
모두 12명이 입장했으므로 $x+y=12$
입장료가 32000원이므로 $4000x+2000y=32000$
연립일차방정식을 세우면 $\begin{cases} x+y=12 \\ 4000x+2000y=32000 \end{cases}$
이 연립일차방정식을 풀면 $x=4$, $y=8$
따라서 과학관에 입장한 어른의 수는 4명, 청소년의 수는 8명이다.

답 ● 어른: 4명, 청소년: 8명

어른 4명과 청소년 8명은 모두 12명이고, 입장료는 $4000\times4+2000\times8=32000$(원)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

문제 1

성민이와 채은이는 한 달간 16권의 책을 읽었다고 한다. 채은이가 읽은 책의 수는 성민이가 읽은 책의 2배보다 1권 많다고 할 때, 성민이와 채은이가 읽은 책의 수를 각각 구하여라.



지/도/자/료

1. 연립일차방정식을 활용한 문제 해결 순서를 공식처럼 외우게 하지 말고, 문제 해결 과정에서 자연스럽게 터득할 수 있도록 한다.

2. 주어진 문제에 맞는 방정식을 세울 때에는 수량의 단위에 유의하도록 지도한다. 또 방정식은 어떤 값을 미지수로 하느냐에 따라 여러 가지로 세울 수 있으나 구하는 해는 모두 같음을 지도한다.

3. 간혹 학생들은 연립일차방정식의 활용 문제를 미지수 x만을 이용하여 일차방정식을 세워 해결하는 경우가 있다. 이는 연립일차방정식을 세우고 대입법으로 풀면 결국 일차방정식으로 해결한 것과 같아지므로 잘못된 해결 방법이 아니다. 따라서 이는 연립일차방정식의 풀이에 한 과정임을 생각할 수 있도록 지도한다.

목표| 연립일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 성민이가 읽은 책의 수를 x권, 채은이가 읽은 책의 수를 y권이라고 하자.
두 사람이 한 달간 읽은 책의 수가 16권이므로 $x+y=16$
채은이가 읽은 책의 수가 성민이가 읽은 책의 수의 2배보다 1권 많으므로 $y=2x+1$
연립일차방정식을 세우면
$\begin{cases} x+y=16 \\ y=2x+1 \end{cases}$
이 연립일차방정식을 풀면 $x=5$, $y=11$
따라서 성민이가 읽은 책은 **5권**, 채은이가 읽은 책은 **11권**이다.
성민이가 읽은 책이 5권, 채은이가 읽은 책이 11권이면 그 합은 16권이고 $11=2\times5+1$이므로 문제의 뜻에 맞는다.

읽/기/자/료 Pólya의 문제 해결 과정

폴리아(Pólya, G.: 1887~1985)는 확률론, 해석학, 수론, 기하학, 조합론, 수리물리학 분야에 많은 업적을 남긴 헝가리 태생의 미국 수학자이다. 그는 수학을 공부할 때, 다음과 같은 문제 해결 전략을 사용할 것을 주장하였다.

① 문제의 이해: 문제의 상황을 그림, 기호, 표 등으로 나타내면서 어떤 값이 주어졌는지, 어떤 값이 주어지지 않았는지 살펴보고 문제의 뜻을 이해한다.
② 해결 계획 수립: 주어진 조건과 구하려는 것 사이의 관계는 무엇인지, 이런 유형의 문제를 풀어 본 경험이 있는지, 이 문제에 관련된 정리에는 어떤 것들이 있는지 생각하면서 해결 계획을 수립한다.
③ 계획 실행: 각 단계별로 정확하게 실행한다.
④ 반성과 검토: 얻은 결과가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다. 또 다른 방법으로도 결과를 얻을 수 있는지 생각해 본다.

본문 해설

❶ 시간, 속력, 거리 중에서 두 가지를 조건으로 준 문제는 (속력)$=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$를 변형하여 문제를 해결한다. 한편 문제에 포함되어 있는 정보나 관계를 표나 그림으로 나타내면 문제를 효과적으로 이해할 수 있다.

❷ 올라갈 때의 거리를 x km, 내려올 때의 거리를 $(13-x)$ km라 하고 일차방정식 $\dfrac{x}{2}+\dfrac{13-x}{3}=5$로 풀 수 있다. 이는 올라갈 때의 거리를 x km, 내려올 때의 거리를 y km라 하고 연립일차방정식을 세워 대입법으로 푸는 과정과 같다.
즉, 연립일차방정식 풀이의 한 단계이고, 연립일차방정식을 미지수가 1개인 일차방정식으로 만든 것임을 알게 한다.

교과서 98 쪽

예 제 2

❶ 가족과 함께 등산을 하였다. 올라갈 때에는 시속 2 km로 걸었고, 내려올 때 다른 길을 따라 시속 3 km로 걸었다. 이때 재호가 걸은 거리는 13 km이고 걸린 시간은 총 5시간이었다. 재호가 올라갈 때 걸은 거리와 내려올 때 걸은 거리를 각각 구하여라.

● (걸린 시간)$=\dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$
속력은 평균 속력을 의미한다.

● 올라간 거리가 4 km이고 내려온 거리가 9 km이면 그 합은 13 km이고, 걸린 시간은
$\dfrac{4}{2}+\dfrac{9}{3}=5$(시간)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

❷ 올라갈 때와 내려올 때 걸은 거리를 각각 x km, y km라고 하자.
총거리는 13 km이므로 $x+y=13$
걸린 시간은 5시간이므로 $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=5$
연립일차방정식을 세우면 $\begin{cases} x+y=13 \\ \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=5 \end{cases}$
이 연립일차방정식을 풀면 $x=4$, $y=9$
따라서 올라간 거리는 4 km이고, 내려온 거리는 9 km이다.

답 ● 올라간 거리: 4 km, 내려온 거리: 9 km

문제 2 유림이의 집에서 학교까지의 거리는 1200 m이다. 오전 8시에 집에서 출발하여 분속 50 m로 걷다가 도중에 늦을 것 같아서 분속 80 m로 뛰어서 학교에 도착하니 오전 8시 21분이었다. 유림이가 걸어간 거리와 뛰어간 거리를 각각 구하여라.





문제 3 어느 중학교의 작년 전체 학생 수는 600명이었다. 올해는 작년에 비해 남학생이 20 % 증가하고 여학생은 15 % 감소하여, 전체 학생 수가 15명이 증가하였다. 작년 남학생 수와 여학생 수를 각각 구하여라.

2

목표 | 연립일차방정식을 활용하여 시간, 속력, 거리에 관한 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | 걸어간 거리를 x m, 뛰어간 거리를 y m라고 하자.
총거리는 1200 m이므로 $x+y=1200$
걸린 시간은 21분이므로 $\dfrac{x}{50}+\dfrac{y}{80}=21$
연립일차방정식을 세우면
$\begin{cases} x+y=1200 \\ \dfrac{x}{50}+\dfrac{y}{80}=21 \end{cases}$
이 연립일차방정식을 풀면 $x=800$, $y=400$
따라서 걸어간 거리는 **800 m**, 뛰어간 거리는 **400 m**이다.
걸어간 거리가 800 m, 뛰어간 거리가 400 m이면 그 합은 1200 m이고, 걸린 시간은 $\dfrac{800}{50}+\dfrac{400}{80}=21$(분)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

3

목표 | 연립일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | 작년 남학생 수를 x명, 여학생 수를 y명이라고 하자.
작년 전체 학생 수는 600명이므로 $x+y=600$
전체 학생 수가 15명 증가하였으므로 $\dfrac{20}{100}x-\dfrac{15}{100}y=15$
연립일차방정식을 세우면 $\begin{cases} x+y=600 \\ \dfrac{20}{100}x-\dfrac{15}{100}y=15 \end{cases}$
이 연립일차방정식을 풀면 $x=300$, $y=300$
따라서 이 학교의 작년 남학생 수는 **300명**, 여학생 수는 **300명**이다.
남학생 수와 여학생 수가 각각 300명이면 전체 학생 수는 600명이고, 증가한 학생수가
$\dfrac{20}{100}\times300-\dfrac{15}{100}\times300=15$(명)
이므로 문제의 뜻에 맞는다.

교과서 99 쪽

중 / 단 / 원 기 초

미지수가 2개이고, 차수가 1인 방정식을 미지수가 2개인 일차방정식이라고 한다.

1 다음 중에서 미지수가 2개인 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $6x+5y-2=0$　㉡ $4x+y=0$
㉢ $x+2y=x-2y+3$　㉣ $x^2+7x=-3$

2 다음 표는 x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $x+y=6$을 만족시키는 값을 나타낸 것이다. 빈칸에 알맞은 수를 써넣어라.

x	1	2	3	4	5
y	5				

미지수가 x, y의 2개인 일차방정식을 참이 되게 하는 x, y의 값 또는 순서쌍 (x, y)를 방정식의 해라고 한다.

3 다음 중에서 해가 $(4, 2)$인 연립일차방정식을 찾아라.

㉠ $\begin{cases} x-y=-2 \\ 2x+y=10 \end{cases}$　㉡ $\begin{cases} x+y=6 \\ x-2y=0 \end{cases}$
㉢ $\begin{cases} 2x+3y=14 \\ 4x-3y=4 \end{cases}$　㉣ $\begin{cases} x+4y=12 \\ 2x-5y=2 \end{cases}$

4 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+y=7 \\ x-3y=3 \end{cases}$　(2) $\begin{cases} 2x-y=6 \\ x=y+1 \end{cases}$

5 두 수의 합은 72이고 두 수의 차는 34일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 두 수 중에서 큰 수를 x, 작은 수를 y라고 할 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$\begin{cases} x+y=\square \\ x-y=\square \end{cases}$

(2) (1)의 연립일차방정식을 풀어라.

(3) 두 수를 구하여라.

중/단/원 기초

1

목표 미지수가 2개인 일차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이 ㉠ $6x+5y-2=0$ ⇨ 미지수가 2개인 일차방정식
㉡ $4x+y=0$ ⇨ 미지수가 2개인 일차방정식
㉢ $x+2y=x-2y+3$에서 $4y-3=0$
⇨ 미지수가 1개인 일차방정식
㉣ $x^2+7x=-3$에서 $x^2+7x+3=0$
⇨ 좌변이 일차식이 아니므로 일차방정식이 아니다.
따라서 미지수가 2개인 일차방정식은 ㉠, ㉡이다.

2

목표 미지수가 2개인 일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이

x	1	2	3	4	5
y	5	**4**	**3**	**2**	**1**

3

목표 주어진 순서쌍을 해로 갖는 연립일차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이 연립일차방정식에 $x=4$, $y=2$를 대입하면
㉠ $x-y=-2$에서 $4-2\neq-2$
$2x+y=10$에서 $8+2=10$
㉡ $x+y=6$에서 $4+2=6$
$x-2y=0$에서 $4-4=0$
㉢ $2x+3y=14$에서 $8+6=14$
$4x-3y=4$에서 $16-6\neq4$
㉣ $x+4y=12$에서 $4+8=12$
$2x-5y=2$에서 $8-10\neq2$
따라서 해가 $(4, 2)$인 연립일차방정식은 ㉡이다.

4

목표 가감법 또는 대입법을 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이 (1) $\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ① \\ x-3y=3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$
①에서 ②를 변끼리 빼면 $4y=4$, $y=1$
$y=1$을 ①에 대입하면 $x+1=7$, $x=6$
따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=6}$, $\boldsymbol{y=1}$이다.

(2) $\begin{cases} 2x-y=6 & \cdots\cdots ① \\ x=y+1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$
②를 ①에 대입하면 $2(y+1)-y=6$, $y=4$
$y=4$를 ②에 대입하면 $x=4+1$, $x=5$
따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=5}$, $\boldsymbol{y=4}$이다.

5

목표 연립일차방정식을 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 (1) $\begin{cases} x+y=\boxed{72} \\ x-y=\boxed{34} \end{cases}$
(2) (1)의 두 방정식을 변끼리 더하면
$2x=106$, $x=53$
$x=53$을 $x+y=72$에 대입하면
$53+y=72$, $y=19$
따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=53}$, $\boldsymbol{y=19}$이다.
(3) 구하는 두 수는 **53**, **19**이다.

중/단/원 기본

1

목표| 문자를 사용하여 미지수가 2개인 일차방정식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $\mathbf{4x+2y=12}$

(2) $\mathbf{200x+800y=3600}$

2

목표| 미지수가 2개인 일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 일차방정식 $x+4y=16$의 해는
(4, 3), (8, 2), (12, 1)

(2) 일차방정식 $2x+5y=20$의 해는
(5, 2)

3

목표| 연립일차방정식의 해의 의미를 이해하고, 그 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 일차방정식 $3x+y=11$의 해는
(1, 8), (2, 5), (3, 2)
일차방정식 $5x+y=17$의 해는
(1, 12), (2, 7), (3, 2)

(2) 구하는 연립일차방정식의 해는 **(3, 2)**

4

목표| 가감법 또는 대입법을 이용하여 여러 가지 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} x-2y=3 & \cdots\cdots ① \\ 3x-5y=11 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①×3−②를 이용하여 풀면 $\mathbf{x=7,\ y=2}$

(2) $\begin{cases} x+2y=14 & \cdots\cdots ① \\ y=4x-2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

②를 ①에 대입하여 풀면 $\mathbf{x=2,\ y=6}$

(3) $\begin{cases} 0.05x-0.1y=0.2 & \cdots\cdots ① \\ \frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2} & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①×100, ②×6을 이용하여 정수 계수가 되도록 식을 변형하고, 가감법을 이용하여 풀면 $\mathbf{x=2,\ y=-1}$

(4) $\begin{cases} \frac{x-y}{3}=1 & \cdots\cdots ① \\ 5(2x-1)+y=3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①×3+②를 이용하여 풀면 $\mathbf{x=1,\ y=-2}$

5

목표| 연립일차방정식을 활용하여 시간, 속력, 거리에 관한 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 준수의 집에서 유진이의 집까지의 거리를 x m, 유진이의 집에서 복지관까지의 거리를 y m라 하고 연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} x+y=1600 \\ \frac{x}{60}+\frac{y}{40}=30 \end{cases}$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=1200,\ y=400$

따라서 준수의 집에서 유진이의 집까지의 거리는 **1200 m**, 유진이의 집에서 복지관까지의 거리는 **400 m**이다.

교과서 100 쪽

중/단/원 기본

수준별

미지수가 2개인 일차방정식

1 다음을 미지수가 2개인 일차방정식으로 나타내어라.

(1) 자동차 x대와 오토바이 y대의 바퀴 수의 합이 12개이다.

(2) 한 개에 200원 하는 당근 x개와 한 개에 800원 하는 오이 y개를 사고, 그 값으로 3600원을 지불하였다.

미지수가 2개인 일차방정식의 해

2 x, y가 자연수일 때, 다음 일차방정식의 해를 구하여라.

(1) $x+4y=16$ (2) $2x+5y=20$

연립일차방정식의 해

3 x, y가 자연수일 때, 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+y=11 \\ 5x+y=17 \end{cases}$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 두 일차방정식의 해를 각각 구하여라.

(2) 연립일차방정식의 해를 구하여라.

연립일차방정식의 풀이

4 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x-2y=3 \\ 3x-5y=11 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+2y=14 \\ y=4x-2 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 0.05x-0.1y=0.2 \\ \frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{2} \end{cases}$ (4) $\begin{cases} \frac{x-y}{3}=1 \\ 5(2x-1)+y=3 \end{cases}$

연립일차방정식을 활용한 문제 풀이

5 준수가 9시에 집에서 출발하여 복지관까지 가려고 한다. 처음에는 분속 60 m로 걷다가 유진이의 집 앞에서 유진이를 만나서 함께 분속 40 m로 걸어서 9시 30분에 도착하였다. 준수가 걸은 거리가 모두 1600 m일 때, 준수의 집에서 유진이의 집까지의 거리와 유진이의 집에서 복지관까지의 거리를 각각 구하여라.





중 / 단 / 원 실력

1 일차방정식 $ax-y=3$이 $(1,\ 4)$, $(2,\ b)$를 해로 가질 때, $a+b$의 값을 구하여라.

2 다음 두 연립일차방정식의 해가 같을 때, $a+b$의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} x-2y=9 \\ ax+by=7 \end{cases},\quad \begin{cases} 2ax+3by=6 \\ x+y=3 \end{cases}$$

• 한 방정식을 변형하여 다른 방정식과 같아지면 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

3 다음 연립일차방정식의 해가 무수히 많을 때 a, b의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 8x+ay=2 \\ bx+3y=-1 \end{cases}$$

4 어느 수목원 산책로 둘레의 길이가 2 km이다. 현수와 은주가 같은 지점에서 동시에 출발하여 서로 반대 방향으로 돌면 10분 후에 처음으로 만나고, 서로 같은 방향으로 돌면 50분 후에 처음으로 만난다고 한다. 현수의 걸음이 더 빠를 때, 두 사람의 속력은 각각 분속 몇 m인지 구하여라.

• 전체 일의 양을 1, 경희와 우진이가 하루 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y로 놓는다.

5 경희와 우진이가 함께 하면 8일만에 끝낼 수 있는 일을 경희가 4일 한 후, 나머지는 우진이가 10일 동안하여 끝냈다고 한다. 이 일을 경희가 혼자서 할 때와 우진이가 혼자서 할 때 각각 며칠이 걸리는지 구하여라.

중/단/원 실력

1

목표| 미지수가 2개인 일차방정식의 해의 의미를 알고, 이것을 활용할 수 있게 한다.

풀이| $x=1$, $y=4$를 $ax-y=3$에 대입하면 $a=7$

$7x-y=3$에 $x=2$, $y=b$를 대입하면 $b=11$

$a+b=7+11=\mathbf{18}$

2

목표| 해가 같은 두 연립일차방정식의 계수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 두 연립일차방정식의 해는 연립일차방정식 $\begin{cases} x-2y=9 \\ x+y=3 \end{cases}$ 의 해와 같다.

이 연립일차방정식을 풀면 $x=5$, $y=-2$

$x=5$, $y=-2$를 $ax+by=7$과 $2ax+3by=6$에 각각 대입하면

$$\begin{cases} 5a-2b=7 \\ 10a-6b=6 \end{cases}$$

이 연립일차방정식을 풀면 $a=3$, $b=4$

$a+b=3+4=\mathbf{7}$

3

목표| 해가 무수히 많은 연립일차방정식의 계수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 연립일차방정식

$$\begin{cases} 8x+ay=2 & \cdots\cdots ① \\ bx+3y=-1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

의 해가 무수히 많으므로 ②의 양변에 -2를 곱하면 $-2bx-6y=2$이고, 이 식은 ①과 같다.

따라서 $\mathbf{a=-6}$, $\mathbf{b=-4}$이다.

4

목표| 연립일차방정식을 활용하여 시간, 속력, 거리에 관한 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 현수의 속력을 분속 x m, 은주의 속력을 분속 y m라 하고 연립일차방정식을 세우면

$$\begin{cases} 10x+10y=2000 \\ 50x-50y=2000 \end{cases}$$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=120$, $y=80$

따라서 현수의 속력은 **분속 120 m**, 은주의 속력은 **분속 80 m**이다.

5

목표| 연립일차방정식을 활용하여 일의 양에 관한 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 전체 일의 양을 1이라고 할 때, 경희와 우진이가 하루 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 x, y라 하고 연립일차방정식을 세우면

$$\begin{cases} 8x+8y=1 \\ 4x+10y=1 \end{cases}$$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=\frac{1}{24}$, $y=\frac{1}{12}$

따라서 경희가 혼자서 하면 **24일**이 걸리고, 우진이가 혼자서 하면 **12일**이 걸린다.

수행 과제

● 수행 과제 의도

도미노가 넘어지는 시간, 속력을 이용하여 도미노의 개수를 알아보는 연립일차방정식을 풀어 봄으로써 다양한 상황에서 연립일차방정식을 활용할 수 있음을 알게 하기 위한 것이다.

과제 1 _예시

㈎에 사용된 블록의 개수를 x, ㈏에 사용된 블록의 개수를 y라 하고 연립일차방정식을 세우면

$$\begin{cases} x+y=500 \\ \dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{4}=107 \end{cases}$$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=360$, $y=140$

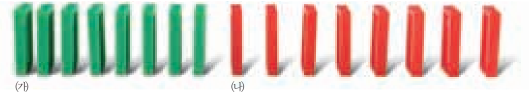
따라서 ㈎에 사용된 블록은 360개, ㈏에 사용된 블록은 140개이다.

교과서 102 쪽

수행 과제

도미노에 사용된 블록은 몇 개일까?

500개의 블록으로 다음 그림과 같이 ㈎와 ㈏가 연결되어 넘어지도록 각각 일정한 간격으로 세워서 도미노를 만들었다. 제일 앞의 블록부터 시작하여 모든 블록이 연이어 넘어질 때, 걸리는 시간을 측정하였더니 ㈎의 블록은 1초에 5개씩, ㈏의 블록은 1초에 4개씩 넘어진다고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



과제 1 500개의 블록이 넘어지는 데 총 1분 47초가 걸렸다면 ㈎와 ㈏에 사용된 블록은 각각 몇 개인가?

과제 2 1000개의 블록을 사용하여 같은 방법으로 도미노를 만들었을 때, 4분 만에 모두 넘어지도록 하려면 ㈎와 ㈏에 사용된 블록은 각각 몇 개이어야 하는가?

과제 2 _예시

㈎에 사용된 블록의 개수를 x, ㈏에 사용된 블록의 개수를 y라 하고 연립일차방정식을 세우면

$$\begin{cases} x+y=1000 \\ \dfrac{x}{5}+\dfrac{y}{4}=240 \end{cases}$$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=200$, $y=800$

따라서 ㈎에 사용된 블록은 200개, ㈏에 사용된 블록은 800개이어야 한다.

교과서 103 쪽

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ______________

점검 항목				
학습 내용	미지수가 2개인 일차방정식과 그 해의 의미를 이해하였는가?			
	미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해하고, 이를 풀 수 있는가?			
	미지수가 2개인 연립일차방정식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

교과서 104 쪽

대단원 핵심 한눈에 보기

① 미지수가 2개인 일차방정식

미지수가 2개인 일차방정식: 미지수가 2개이고, 차수가 1인 방정식을 미지수가 2개인 일차방정식이라고 한다.

$$ax+by+c=0$$

$(a, b, c$는 상수, $a\neq0, b\neq0)$

미지수가 2개인 일차방정식의 해:
(1) 미지수가 x, y의 2개인 일차방정식을 참이 되게 하는 x, y의 값 또는 순서쌍 (x, y)를 방정식의 해라고 한다.
(2) 일차방정식의 해를 구하는 것을 일차방정식을 푼다고 한다.

② 연립일차방정식과 그 해

연립일차방정식: 두 일차방정식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 연립일차방정식 또는 연립방정식이라고 한다.

연립일차방정식의 해: 연립일차방정식에서 두 방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값 또는 순서쌍 (x, y)를 연립일차방정식의 해라고 한다.

예 x, y가 자연수일 때, 연립일차방정식

$$\begin{cases} x+y=5 & \cdots\cdots ① \\ 2x+y=9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

에서 ①, ②의 해를 각각 표로 나타내면

x	1	2	3	4
y	4	3	2	1

x	1	2	3	4
y	7	5	3	1

따라서 연립일차방정식의 해는 $(4,\ 1)$이다.

③ 연립일차방정식의 풀이

소거: 연립일차방정식을 풀기 위하여 한 미지수를 없애는 것

가감법: 연립일차방정식의 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼어서 한 미지수를 소거하여 해를 구하는 방법

예 연립일차방정식

$$\begin{cases} x+2y=7 & \cdots\cdots ① \\ 3x-2y=-3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

에서 ①과 ②를 변끼리 더하면

$$\begin{array}{rl} & x+2y=7 \\ +) & 3x-2y=-3 \\ \hline & 4x \qquad =4 \end{array} \longrightarrow y\text{가 소거됨}$$

대입법: 연립일차방정식의 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 한 미지수를 소거한 후 해를 구하는 방법

예 연립일차방정식

$$\begin{cases} y=x+7 & \cdots\cdots ① \\ 2x+3y=6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

에서 ①을 ②에 대입하면

$2x+3(x+7)=6 \longrightarrow y$가 소거됨

④ 연립일차방정식의 활용

연립일차방정식의 활용:
❶ 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 것을 미지수 x, y로 놓는다.
❷ 문제의 뜻에 알맞게 연립일차방정식을 세운다.
❸ 연립일차방정식을 푼다.
❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

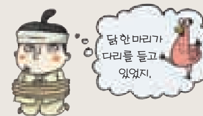
• 연립일차방정식, 연립방정식

교과서 105 쪽

만화로 보는 수학 이야기

훔쳐간 가축은 몇 마리일까?





생각 키/우/기 닭 한 마리가 다리를 들고 있었을 때 닭의 수와 돼지의 수를 알아보자.

지도 내용

미지수가 2개인 일차방정식과 그 해의 의미를 정리할 수 있도록 한다.
또 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해하게 하고, 한 미지수를 소거하여 연립일차방정식의 해를 구할 때에는 가감법과 대입법 중에서 적절한 방법을 택하여 그 해를 구할 수 있다는 것을 알 수 있도록 한다.

만화로 보는 수학 이야기

만화의 내용과 같이 미지수가 2개인 일차방정식 또는 연립일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있음을 지도하였다.

생각 키/우/기

도둑이 훔친 닭의 수를 x마리, 돼지의 수를 y마리라고 하면, 도둑이 훔친 닭과 돼지는 모두 8마리이므로 $x+y=8$
닭은 다리가 2개, 돼지는 다리가 4개이고, 닭 한 마리가 다리를 들고 있었으므로
$2x+4y-1=21$

연립일차방정식을 세우면 $\begin{cases} x+y=8 \\ 2x+4y-1=21 \end{cases}$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=5, y=3$
따라서 도둑이 훔친 닭은 5마리, 돼지는 3마리이다.

대/단/원 평가 문제

교과서 106 쪽

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 두 미지수 x, y에 관한 일차방정식이 아닌 것은?

① $y=x-3$　② $x=3y$
③ $x-y=0$　④ $2x-3y+4=0$
⑤ $2x+5y=5(y-3)$

2 다음 중에서 일차방정식 $4x-y=11$의 해를 모두 고르면? (정답 2개)

① $(-1,\ 1)$　② $(2,\ -3)$
③ $(0,\ 11)$　④ $(3,\ 1)$
⑤ $(4,\ -4)$

3 x, y가 자연수일 때, $x+2y=7$을 만족시키는 해의 개수는?

① 2　② 3　③ 4
④ 5　⑤ 7

4 연립일차방정식 $\begin{cases} 4x-3y=1 & \cdots\cdots ㉠ \\ 3x-2y=4 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$에서 y를 소거하려고 한다. 다음 중 필요한 식은?

① ㉠×2−㉡×3　② ㉠×3−㉡×2
③ ㉠×3−㉡×4　④ ㉠×2+㉡×3
⑤ ㉠×3+㉡×4

5 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-2y=10 \\ x=6y-2 \end{cases}$를 풀면?

① $(0,\ -5)$　② $(2,\ 10)$
③ $(2,\ -2)$　④ $(4,\ 1)$
⑤ $(8,\ -1)$

6 연립일차방정식 $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-ay=13 \end{cases}$의 해가 $(5,\ b)$일 때, $a-b$의 값은?

① 4　② 2　③ 1
④ −1　⑤ −2

7 $x-y=1$, $x+y=-5$일 때, x^2+y^2의 값은?

① 10　② 11　③ 12
④ 13　⑤ 14

8 다음 연립일차방정식을 만족시키는 x값이 y값의 3배라고 할 때, a의 값은?

$$\begin{cases} 2x+ay=9 \\ 3x+y=20 \end{cases}$$

① $-\frac{3}{2}$　② $-\frac{2}{3}$　③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{3}{2}$　⑤ $\frac{10}{3}$

1

목표| 미지수가 x, y인 일차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ① $y=x-3$을 정리하면 $-x+y+3=0$
⇨ 미지수가 x, y인 일차방정식
② $x=3y$를 정리하면 $x-3y=0$
⇨ 미지수가 x, y인 일차방정식
③ $x-y=0$ ⇨ 미지수가 x, y인 일차방정식
④ $2x-3y+4=0$
⇨ 미지수가 x, y인 일차방정식
⑤ $2x+5y=5(y-3)$을 정리하면 $2x+15=0$
⇨ 미지수가 x, y인 일차방정식이 아니다.

답 ⑤

2

목표| 미지수가 2개인 일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| $4x-y=11$에 각 순서쌍을 대입하여 등식이 성립하는 것은 $(2,\ -3)$, $(3,\ 1)$이므로 이것은 주어진 방정식의 해가 된다.

답 ②, ④

3

목표| x, y가 자연수일 때, 미지수가 2개인 일차방정식의 해의 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $x+2y=7$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	…
y	3	$\frac{5}{2}$	2	$\frac{3}{2}$	1	…

따라서 구하는 방정식의 해는 $(1,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(5,\ 1)$이므로 해는 모두 3개이다.

답 ②

4

목표| 가감법을 이용하여 한 문자를 소거할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 연립일차방정식에서 문자 y를 소거하기 위해서는 y의 계수의 절댓값이 같아야 하므로 y의 계수의 최소공배수 6이 되도록 ㉠에 2를 곱하고, ㉡에 3을 곱하여 뺀다. 즉, 필요한 식은 ㉠×2−㉡×3이다.

답 ①

5

목표| 대입법을 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| $\begin{cases} 3x-2y=10 & \cdots\cdots ① \\ x=6y-2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

②를 ①에 대입하면　$3(6y-2)-2y=10$, $y=1$
$y=1$을 ②에 대입하면　$x=6-2=4$
따라서 구하는 해는 $x=4$, $y=1$이다.

답 ④

9 연립일차방정식 $\begin{cases} 2(x+y)-4x=-6 \\ 3x+4(x-y)=27 \end{cases}$ 을 풀면?

① $x=-5$, $y=1$ ② $x=-5$, $y=4$
③ $x=5$, $y=2$ ④ $x=2$, $y=5$
⑤ $x=5$, $y=5$

10 두 자리의 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 합은 13이고, 십의 자리 숫자와 일의 자리 숫자를 바꾼 수는 처음 수보다 9가 작다. 이때 처음 수는?

① 58 ② 67 ③ 76
④ 85 ⑤ 94

11 A는 구리 50 %, 주석 50 %를 포함한 합금이고, B는 구리 60 %, 주석 40 %를 포함한 합금이다. 두 종류의 합금을 녹여서 구리 400 g, 주석 300 g을 얻으려면 합금 A, B는 각각 몇 g이 필요한가?

① A: 200 g, B: 500 g
② A: 300 g, B: 400 g
③ A: 400 g, B: 300 g
④ A: 500 g, B: 200 g
⑤ A: 600 g, B: 100 g

서/답/형

12 일차방정식 $3x-4y=2$가 $(a, 1)$을 해로 가질 때, a의 값을 구하여라.

13 다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}=2 \\ 0.5x-0.2y=0.4 \end{cases}$$

14 연립일차방정식 $\begin{cases} 6x+2y=1 \\ y=ax-2 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

|서술형|
15 아랫변의 길이가 윗변의 길이보다 3 cm 더 긴 사다리꼴이 있다. 높이가 6 cm이고 넓이가 33 cm^2일 때 아랫변의 길이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|
16 배를 타고 거리가 60 km인 강을 거슬러 올라가 목적지에 도착하는 데 3시간, 같은 거리를 내려오는 데 2시간이 걸렸다고 한다. 이때 배의 속력과 강물의 속력을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

6

목표| 연립일차방정식의 해와 계수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\begin{cases} x+y=4 & \cdots\cdots ① \\ 2x-ay=13 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

$x=5$, $y=b$를 ①에 대입하면 $b=-1$
$x=5$, $y=-1$을 ②에 대입하면 $a=3$
$a-b=3-(-1)=4$

답 ①

7

목표| 연립일차방정식의 해를 구하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 두 방정식을 연립일차방정식으로 나타내면

$\begin{cases} x-y=1 & \cdots\cdots ① \\ x+y=-5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①과 ②를 변끼리 더하면 $x=-2$
$x=-2$를 ②에 대입하면 $y=-3$
$x^2+y^2=(-2)^2+(-3)^2=4+9=13$

답 ④

8

목표| 조건식을 이용하여 주어진 연립일차방정식의 계수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\begin{cases} 2x+ay=9 & \cdots\cdots ① \\ 3x+y=20 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

x값이 y값의 3배이므로 $x=3y$ $\cdots\cdots$ ③
③을 ②에 대입하면
$9y+y=20$, $y=2$
$y=2$를 ③에 대입하면 $x=3\times2=6$
$x=6$, $y=2$를 ①에 대입하면 $a=-\dfrac{3}{2}$

답 ①

9

목표| 복잡한 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| 주어진 연립일차방정식을 정리하면

$\begin{cases} -2x+2y=-6 & \cdots\cdots ① \\ 7x-4y=27 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 2를 곱하여 ②와 변끼리 더하면
$3x=15$, $x=5$
$x=5$를 ①에 대입하면
$-10+2y=-6$, $y=2$
따라서 구하는 연립일차방정식의 해는 $x=5$, $y=2$이다.

답 ③

10

목표| 연립일차방정식을 활용하여 주어진 조건에 맞는 두 자리 자연수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| 처음 수의 십의 자리 숫자를 x, 일의 자리 숫자를 y라 하고 연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} x+y=13 \\ 10y+x=10x+y-9 \end{cases}$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=7$, $y=6$
따라서 처음 수는 76이다.

답 ③

11

목표| 연립일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 필요한 합금 A의 양을 x g, 합금 B의 양을 y g이라 하고 연립일차방정식을 세우면

$$\begin{cases} \frac{50}{100}x+\frac{60}{100}y=400 \\ \frac{50}{100}x+\frac{40}{100}y=300 \end{cases}$$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=200$, $y=500$

따라서 합금 A의 양은 200 g, 합금 B의 양은 500 g이다.

답 ①

12

목표| 미지수가 2개인 일차방정식의 해의 의미를 알고 이것을 활용할 수 있게 한다.

풀이| $x=a$, $y=1$을 $3x-4y=2$에 대입하면

$3a-4=2$, $a=2$

답 $a=2$

13

목표| 계수가 분수나 소수인 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=2 & \cdots\cdots① \\ 0.5x-0.2y=0.4 & \cdots\cdots② \end{cases}$

①의 양변에 6을 곱하고, ②의 양변에 10을 곱하면

$\begin{cases} 3x+2y=12 & \cdots\cdots③ \\ 5x-2y=4 & \cdots\cdots④ \end{cases}$

③과 ④를 변끼리 더하면 $8x=16$, $x=2$

$x=2$를 ③에 대입하면 $6+2y=12$, $y=3$

따라서 구하는 해는 $x=2$, $y=3$이다.

답 $x=2$, $y=3$

14

목표| 해가 없는 연립일차방정식의 계수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\begin{cases} 6x+2y=1 & \cdots\cdots① \\ y=ax-2 & \cdots\cdots② \end{cases}$

②의 양변에 2를 곱하여 정리하면

$-2ax+2y=-4$ ……③

주어진 연립일차방정식은 해를 갖지 않으므로 ①과 ③에서 x, y의 계수가 같고 상수항만 다르다.

따라서 $-2a=6$이므로 $a=-3$

답 $a=-3$

15

목표| 연립일차방정식을 활용하여 사다리꼴의 아랫변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 아랫변의 길이를 x cm, 윗변의 길이를 y cm라고 하자. …㉠

연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} x=y+3 \\ \frac{x+y}{2}\times 6=33 \end{cases}$ …㉡

이 연립일차방정식을 풀면 $x=7$, $y=4$ …㉢

따라서 주어진 사다리꼴의 아랫변의 길이는 7 cm이다. …㉣

답 7 cm

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	미지수 정하기	㉠	20 %
	연립일차방정식 세우기	㉡	40 %
	연립일차방정식의 해 구하기	㉢	30 %
답 구하기	아랫변의 길이 구하기	㉣	10 %

16

목표| 연립일차방정식을 활용하여 시간, 속력, 거리에 관한 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 배의 속력을 시속 x km, 강물이 속력을 시속 y km라고 하자. …㉠

연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} 3(x-y)=60 \\ 2(x+y)=60 \end{cases}$ …㉡

이 연립일차방정식을 풀면 $x=25$, $y=5$ …㉢

따라서 배의 속력은 시속 25 km, 강물의 속력은 시속 5 km이다. …㉣

답 배의 속력: 시속 25 km, 강물의 속력: 시속 5 km

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	미지수 정하기	㉠	20 %
	연립일차방정식 세우기	㉡	40 %
	연립일차방정식의 해 구하기	㉢	30 %
답 구하기	배의 속력과 강물의 속력 구하기	㉣	10 %

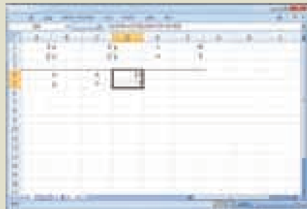
교과서 108 쪽

컴퓨터의 활용

컴퓨터 프로그램으로 연립일차방정식 풀기

컴퓨터 프로그램을 이용하여 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+5y=-4 \\ -2x-3y=5 \end{cases}$ 의 해를 구하여 보자.

1. 프로그램을 실행시킨다.
2. B1, B2 셀에 'x'를 각각 입력하고, D1, D2 셀에 'y'를 각각 입력한다.
3. E1, E2 셀에 '='를 각각 입력한다.
4. 연립일차방정식의 해가 계산되는 창을 만들기 위해서 B4 셀에 'x', B5 셀에 'y'를 입력하고 C4, C5 셀에 '='를 각각 입력한다.
5. D4 셀에 다음과 같은 수식을 입력한다.
'=(C2*F1−C1*F2)/(A1*C2−C1*A2)'
6. D5 셀에 다음과 같은 수식을 입력한다.
'=(A1*F2−A2*F1)/(A1*C2−C1*A2)'
7. A1, A2 셀에는 x의 계수를, C1, C2 셀에는 y의 계수를, F1, F2 셀에는 우변의 상수를 각각 입력한다.
8. 이때 D4, D5 셀에 나타난 값이 이 연립일차방정식의 해이다.



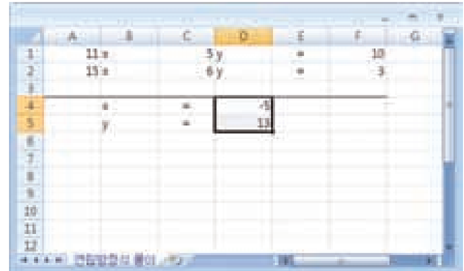
과제 1 컴퓨터 프로그램을 이용하여 다음 연립일차방정식의 해를 구하여라.

(1) $\begin{cases} 11x+5y=10 \\ 15x+6y=3 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 0.4x+0.3y=1.8 \\ 0.5x-0.25y=1 \end{cases}$

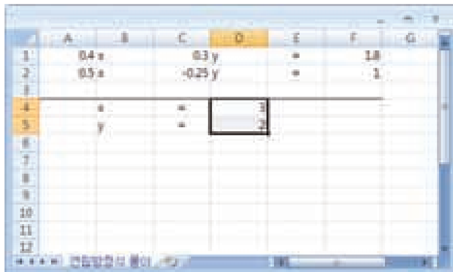
컴퓨터의 활용

스프레드시트 프로그램을 이용하여 복잡한 연립일차방정식을 풀어 볼 수 있다.

과제 1 (1) _예시



과제 1 (2) _예시



교과서 109 쪽

수학 산책

방정식의 유래



방정식이라는 용어는 중국의 책인 "구장산술"에서 유래되었는데, 이 책을 처음 집필한 사람은 알려져 있지 않지만 유휘가 주석을 붙여 펴내었다. 유휘는 할원법을 이용하여 원주율을 구한 사람으로 알려져 있다.

"구장산술"은 주로 당시의 관리들에게 필요했던 수학 지식을 모아 놓은 책으로 모두 아홉 개의 장으로 구성되어 있으며 총 246개의 문제가 실려 있다. 그 형식은 문제, 답, 풀이의 차례로 되어 있다.

제1장인 방전(方田) 장에는 논밭의 측량 문제가 수록되어 있는데, 특히 둥근 모양의 논밭의 넓이를 구하기 위하여 원주율 π를 3으로 사용하였다.

제2장은 속미(粟米) 장으로 곡물을 교환할 때의 계산법을 다루며 비례 문제가 수록되어 있다.

제3장은 쇠분(衰分) 장으로 고저의 차이가 있는 급료나 조세를 다룰 때 나타나는 비례 관계를 계산하는 법을 다루고 있다.

제4장인 소광(小廣) 장에는 넓이 또는 부피를 구하는 문제가 수록되어 있다.

제5장인 상공(商功) 장에는 토목 공사에 관한 문제가 수록되어 있다.

제6장인 균수(均輸) 장에는 조세의 운반과 관련된 문제가 수록되어 있다.

제7장인 영부족(盈不足) 장에는 남거나 부족한 것을 가정할 때 맞는 수를 구하는 과부족의 문제가 수록되어 있다.

제8장은 방정(方程) 장으로 연립방정식을 푸는 문제가 수록되어 있다. '방정식'이라는 용어가 바로 이 8장에서 유래하였다.

제9장은 구고(句股) 장으로 우리가 "수학 ③"에서 배우는 피타고라스 정리의 응용 문제가 수록되어 있다.



선/택/형

1 다음 중에서 일차방정식 $4x+3y=20$의 해가 되는 것은? [4점]

① (1, 5) ② (2, 4) ③ (3, 3)
④ (4, 2) ⑤ (5, 1)

2 다음 중에서 순서쌍 (2, 3)을 해로 가지는 일차방정식은? [4점]

① $2x+2y=7$ ② $2x-3y=0$
③ $x+2y=8$ ④ $x-y=1$
⑤ $3x-2y=5$

3 x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $2x+y=9$를 만족시키는 해는 모두 몇 개인가? [5점]

① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 5개

4 미지수가 2개인 일차방정식 $x+y=4$, $2x-y=5$를 동시에 만족시키는 해는? [6점]

① (−3, 1) ② (3, 1) ③ (−3, 2)
④ (3, 7) ⑤ (2, −1)

5 연립일차방정식 $\begin{cases} 2x-3y=8 \\ x+2y=-3 \end{cases}$을 풀면? [6점]

① $x=1$, $y=-2$ ② $x=0$, $y=-2$
③ $x=-1$, $y=2$ ④ $x=-2$, $y=2$
⑤ $x=-3$, $y=2$

6 연립일차방정식 $\begin{cases} 2x-by=7 \\ 3x+4y=5 \end{cases}$의 해가 $(a, -1)$일 때, $a+b$의 값은? [8점]

① −8 ② −6 ③ 4
④ 8 ⑤ 14

7 연립일차방정식 $\begin{cases} 0.2x-0.1y=1 \\ \dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{2}=0 \end{cases}$을 풀면? [6점]

① $x=-2$, $y=4$ ② $x=1$, $y=2$
③ $x=2$, $y=-4$ ④ $x=2$, $y=-2$
⑤ $x=4$, $y=-2$

8 다음 중에서 해가 무수히 많은 연립일차방정식을 모두 고르면? (정답 2개) [8점]

① $\begin{cases} 3x-6y=4 \\ x=2y-4 \end{cases}$ ② $\begin{cases} 2x+y=-1 \\ -4x-2y=2 \end{cases}$

③ $\begin{cases} \dfrac{1}{2}x-2y=4 \\ x-4y=1 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x+\dfrac{1}{3}y=1 \\ 6x+2y=3 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x-4y=5 \\ -2x+8y=-10 \end{cases}$

9 $y=-3x+8$, $x-y=4$일 때, x^2-y^2의 값은? [8점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

10 자동판매기에서 한 잔에 150원 하는 율무차와 200원 하는 코코아를 합하여 모두 100잔이 판매되었다. 판매 금액이 총 18000원일 때, 율무차는 몇 잔 팔렸는가? [8점]

① 20잔 ② 30잔 ③ 40잔
④ 50잔 ⑤ 60잔

서/답/형

11 x, y에 관한 일차방정식 $ax+2y=1$이 $(-1,\ 2)$를 해로 가질 때, a의 값을 구하여라. [6점]

12 연립일차방정식 $\begin{cases} x+ay=10 \\ 2x+by=5 \end{cases}$의 해가 $x=1$, $y=3$일때 a, b의 값을 구하여라. [6점]

13 다음 두 연립일차방정식의 해가 같을 때, $a+b$의 값을 구하여라. [8점]

$$\begin{cases} x+y=-5 \\ x+by=7 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x-7y=-1 \\ -3x+y=a \end{cases}$$

| 서술형 |

14 세발자전거와 두발자전거를 합하여 10대의 자전거가 있다. 바퀴 수를 세어 보니 모두 26개였을 때, 세발자전거와 두발자전거의 수를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [8점]

| 서술형 |

15 준호가 집에서 4 km 떨어진 도서관에 가는데, 처음에는 시속 3 km로 걷다가 도중에 시속 6 km로 뛰어서 모두 1시간이 걸렸다. 이때 걸어간 거리와 뛰어간 거리를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [9점]

60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

하·수준

1 다음 중에서 일차방정식 $x+2y=10$의 해를 모두 찾아라.

㉠ $x=8,\ y=1$	㉡ $x=6,\ y=2$	㉢ $x=5,\ y=5$
㉣ $x=4,\ y=3$	㉤ $x=3,\ y=4$	㉥ $x=2,\ y=5$

2 x, y가 자연수일 때, 연립일차방정식 $\begin{cases} x+y=4 \\ 3x+y=10 \end{cases}$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 일차방정식 $x+y=4$를 만족시키는 x, y의 값을 나타낸 다음 표를 완성하여라.

x	1	2	3
y			

(2) 일차방정식 $3x+y=10$을 만족시키는 x, y의 값을 나타낸 다음 표를 완성하여라.

x	1	2	3
y			

(3) 연립일차방정식의 해를 구하여라.

3 다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라.

(1) $\begin{cases} 3x+4y=10 \\ -3x+2y=-4 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 3x+y=11 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

4 주호와 형의 나이의 합은 30살이고, 형은 주호보다 2살이 더 많다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 주호의 나이를 x살, 형의 나이를 y살이라고 할 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$\begin{cases} x+y=\square \\ y=x+\square \end{cases}$$

(2) (1)의 연립일차방정식을 풀어라.

(3) 주호와 형의 나이를 구하여라.

중·수준

1 x, y가 자연수일 때, 다음 일차방정식의 해를 구하여라.

(1) $2x+y=10$

(2) $2x+3y=23$

2 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=1.2 \\ 0.2x+0.1y=0.8 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=4 \\ x-\frac{1}{3}y=2 \end{cases}$

3 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x-2y=-2 \\ 3x-6y=-8 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x+y=10 \\ -2x-2y=-20 \end{cases}$

4 진수는 집에서 4 km 떨어진 도서관까지 가는데, 처음에는 분속 200 m로 자전거를 타고 가다가 중간에 자전거가 고장이 나서 분속 50 m로 걸어갔더니 모두 35분이 걸렸다. 이때 자전거를 타고 간 거리와 걸어간 거리를 각각 구하여라.

상·수준

1 일차방정식 $2x-3y=4$가 $\left(\frac{1}{2},\ k\right)$를 해로 가질 때, k의 값을 구하여라.

2 연립일차방정식 $\begin{cases} ax-y=5 \\ x+by=4 \end{cases}$의 해가 $(2,\ 3)$일 때, $a-b$의 값을 구하여라.

3 다음 연립일차방정식의 해가 무수히 많을 때, a의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} ax-3y=-2 \\ 15x+9y=6 \end{cases}$$

4 다음 일차방정식을 모두 만족시키는 상수 k의 값을 구하여라.

$$3x+2y+1=k,\quad x-4y-1=k,\quad y+6=k$$

5 둘레의 길이가 1.2 km인 호수를 민수와 은지가 같은 지점에서 동시에 출발하여 서로 반대 방향으로 걸으면 10분 후에 처음 만나고, 같은 방향으로 걸으면 1시간 후에 처음 만난다. 민수의 속력이 은지의 속력보다 빠를 때, 두 사람의 속력은 각각 시속 몇 km인지 구하여라.

1 목표| 일차방정식의 해를 찾을 수 있게 한다.

풀이| $4x+3y=20$에 각 순서쌍을 대입하여 등식이 성립하는 것은 (2, 4)이므로 이것이 주어진 방정식의 해가 된다. 답 ②

2 목표| 주어진 순서쌍을 해로 가지는 일차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| $x=2$, $y=3$을 각 일차방정식에 대입하여 등식이 성립하는 경우는 $x+2y=8$이므로 이 식이 (2, 3)을 해로 가지는 일차방정식이다. 답 ③

3 목표| 일차방정식의 해의 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $2x+y=9$를 만족시키는 자연수 x, y를 순서쌍으로 나타내면 (1, 7), (2, 5), (3, 3), (4, 1)의 4개이다. 답 ④

4 목표| 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-y=5 \end{cases}$를 풀면 $x=3$, $y=1$

따라서 구하는 연립일차방정식의 해는 (3, 1)이다.

답 ②

5 목표| 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| $\begin{cases} 2x-3y=8 & \cdots\cdots ① \\ x+2y=-3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①−②×2를 이용하여 풀면 $x=1$, $y=-2$ 답 ①

6 목표| 연립일차방정식의 해의 의미를 알고, 이를 활용할 수 있게 한다.

풀이| $x=a$, $y=-1$을 $3x+4y=5$에 대입하면

$3a-4=5$, $a=3$

$x=3$, $y=-1$을 $2x-by=7$에 대입하면

$6+b=7$, $b=1$

$a+b=3+1=4$ 답 ③

7 목표| 계수가 소수나 분수인 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\begin{cases} 0.2x-0.1y=1 & \cdots\cdots ① \\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}=0 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①×10, ②×4를 이용하여 계수가 정수인 식으로 변형하고, 가감법을 이용하여 풀면 $x=4$, $y=-2$

답 ⑤

8 목표| 해가 무수히 많은 연립일차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 연립일차방정식 ②, ⑤의 각 첫 번째 식에 −2를 곱하면 두 번째 식과 같다. 따라서 이 두 연립일차방정식의 해는 무수히 많다. 답 ②, ⑤

9 목표| 연립일차방정식의 해를 이용하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\begin{cases} y=-3x+8 \\ x-y=4 \end{cases}$를 풀면 $x=3$, $y=-1$

$x^2-y^2=3^2-(-1)^2=9-1=8$

답 ⑤

10 목표| 연립일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 판매된 율무차와 코코아의 수를 각각 x잔, y잔이라 하고 연립일차방정식을 세우면

$\begin{cases} x+y=100 \\ 150x+200y=18000 \end{cases}$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=40$, $y=60$

따라서 판매된 율무차는 40잔이다. 답 ③

11 목표| 일차방정식의 해의 의미를 알고, 이를 활용할 수 있게 한다.

풀이| $x=-1$, $y=2$를 $ax+2y=1$에 대입하면

$a\times(-1)+2\times2=1$

$a=3$ 답 $a=3$

12 목표| 연립일차방정식의 해의 의미를 알고, 이를 활용할 수 있게 한다.

풀이| $x=1$, $y=3$을 $x+ay=10$에 대입하면 $a=3$
$x=1$, $y=3$을 $2x+by=5$에 대입하면 $b=1$

답 $a=3$, $b=1$

13 목표| 해가 같은 두 연립일차방정식의 계수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 연립일차방정식의 해는 $\begin{cases} x+y=-5 \\ 2x-7y=-1 \end{cases}$의 해와 같고, 그 해는 $x=-4$, $y=-1$이다.
$x=-4$, $y=-1$을 $x+by=7$과 $-3x+y=a$에 각각 대입하면 $b=-11$, $a=11$
$a+b=0$

답 0

14 목표| 연립일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 세발자전거와 두발자전거의 수를 각각 x대, y대라고 하자. …㉠
연립일차방정식을 세우면 $\begin{cases} x+y=10 \\ 3x+2y=26 \end{cases}$ …㉡
이 연립일차방정식을 풀면 $x=6$, $y=4$ …㉢
따라서 세발자전거는 6대, 두발자전거는 4대가 있다. …㉣

답 세발자전거: 6대, 두발자전거: 4대

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	미지수 정하기	㉠	2점
	연립일차방정식 세우기	㉡	3점
	연립일차방정식의 해 구하기	㉢	2점
답 구하기	세발자전거와 두발자전거의 수 구하기	㉣	1점

15 목표| 연립일차방정식을 활용하여 시간, 속력, 거리에 대한 문제를 풀 수 있게 한다.

풀이| 준호가 걸어간 거리와 뛰어간 거리를 각각 x km, y km라고 하자. …㉠
연립일차방정식을 세우면 $\begin{cases} x+y=4 \\ \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}=1 \end{cases}$ …㉡
이 연립일차방정식을 풀면 $x=2$, $y=2$ …㉢
따라서 걸어간 거리는 2 km, 뛰어간 거리는 2 km이다. …㉣

답 걸어간 거리: 2 km, 뛰어간 거리: 2 km

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	미지수 정하기	㉠	2점
	연립일차방정식 세우기	㉡	4점
	연립일차방정식의 해 구하기	㉢	2점
답 구하기	걸어간 거리와 뛰어간 거리 구하기	㉣	1점

하·수준

1 목표| 일차방정식의 해를 찾을 수 있게 한다.

풀이| $x+2y=10$에 주어진 x, y의 값을 대입하여 성립하는 것은 ㉠, ㉡, ㉣이므로 이것이 구하는 방정식의 해이다.

답 ㉠, ㉡, ㉣

2 목표| 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1)

x	1	2	3
y	3	2	1

(2)

x	1	2	3
y	7	4	1

(3) 연립일차방정식의 해는 공통인 해이므로 (3, 1)

답 (1) 3, 2, 1 (2) 7, 4, 1 (3) (3, 1)

3 목표| 가감법을 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} 3x+4y=10 & \cdots\cdots ① \\ -3x+2y=-4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$
①+②를 이용하여 풀면 $x=2$, $y=1$
(2) $\begin{cases} 3x+y=11 & \cdots\cdots ① \\ 2x-y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$
①+②를 이용하여 풀면 $x=3$, $y=2$

답 (1) $x=2$, $y=1$ (2) $x=3$, $y=2$

4 목표| 연립일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} x+y=\boxed{30} \\ y=x+\boxed{2} \end{cases}$
(2) (1)의 연립일차방정식을 대입법을 이용하여 풀면 $x=14$, $y=16$
(3) 주호는 14살, 형은 16살이다.

답 (1) 30, 2 (2) $x=14$, $y=16$ (3) 주호: 14살, 형: 16살

중·수준

1 목표| 일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (1, 8), (2, 6), (3, 4), (4, 2)
(2) (1, 7), (4, 5), (7, 3), (10, 1)

답 풀이 참조

2 목표| 계수가 소수나 분수인 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=1.2 & \cdots\cdots ① \\ 0.2x+0.1y=0.8 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①과 ②의 양변에 각각 10을 곱하고, 가감법을 이용하여 풀면 $x=3,\ y=2$

(2) $\begin{cases} \frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y=4 & \cdots\cdots ① \\ x-\frac{1}{3}y=2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 6, ②의 양변에 3을 각각 곱하고, 가감법을 이용하여 풀면 $x=4,\ y=6$

답 (1) $x=3,\ y=2$ (2) $x=4,\ y=6$

3 목표| 해가 무수히 많거나 해가 없는 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} x-2y=-2 & \cdots\cdots ① \\ 3x-6y=-8 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 3을 곱하여 ②를 변끼리 빼면 좌변은 0, 우변은 2가 되어 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 없다.

(2) $\begin{cases} x+y=10 & \cdots\cdots ① \\ -2x-2y=-20 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 -2를 곱하면 ①과 ②의 해는 같으므로 이 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

답 (1) 해는 없다. (2) 해는 무수히 많다.

4 목표| 연립일차방정식을 활용하여 시간, 속력, 거리에 대한 문제를 풀 수 있게 한다.

풀이| 자전거를 타고 간 거리를 x m, 걸어간 거리를 y m라고 하면 $\begin{cases} x+y=4000 \\ \frac{x}{200}+\frac{y}{50}=35 \end{cases}$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=3000,\ y=1000$

따라서 자전거를 타고 간 거리는 3 km, 걸어간 거리는 1 km이다.

답 자전거를 타고 간 거리: 3 km, 걸어간 거리: 1 km

상·수준

1 목표| 미지수가 2개인 일차방정식의 해의 의미를 알고, 이것을 활용할 수 있게 한다.

풀이| $x=\frac{1}{2},\ y=k$를 $2x-3y=4$에 대입하면

$1-3k=4,\ k=-1$

답 -1

2 목표| 연립일차방정식의 해의 의미를 알고, 이것을 활용할 수 있게 한다.

풀이| $x=2,\ y=3$을 $ax-y=5$와 $x+by=4$에 각각 대입하여 풀면 $a=4,\ b=\frac{2}{3}$

$a-b=\frac{10}{3}$

답 $\frac{10}{3}$

3 목표| 해가 무수히 많은 연립일차방정식의 계수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $15x+9y=6$의 양변을 -3으로 나누면 $-5x-3y=-2$이고, 이 식은 $ax-3y=-2$와 같으므로 $a=-5$

답 -5

4 목표| 연립일차방정식을 만족시키는 k의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+2y+1=y+6 \\ x-4y-1=y+6 \end{cases}$을 풀면

$x=2,\ y=-1$

$k=y+6=5$

답 5

5 목표| 연립일차방정식을 활용하여 시간, 속력, 거리에 대한 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 민수의 속력을 시속 x km, 은지의 속력을 시속 y km라고 하면 $\begin{cases} \frac{1}{6}x+\frac{1}{6}y=1.2 \\ x-y=1.2 \end{cases}$

이 연립일차방정식을 풀면 $x=4.2,\ y=3$

따라서 민수의 속력은 시속 4.2 km, 은지의 속력은 시속 3 km이다.

답 민수의 속력: 시속 4.2 km, 은지의 속력: 시속 3 km

퐁당퐁당 5를 만들자!

2명씩 마주 보고, 다음과 같은 놀이를 하여 보아라.

① '퐁당퐁당'과 같은 네 박자 노래에 맞추어 0에서 5까지의 숫자를 한쪽 손의 손가락을 사용하여 나타낸다.

② 한 명은 첫 번째 박자에, 다른 한 명은 세 번째 박자에 맞추어 손가락으로 숫자를 나타낸다. 이때 한 명은 문제를 내고, 다른 한 명은 숫자의 합이 5가 되도록 나타낸다.

1	2	3	4	1	2	3	4
퐁	당	퐁	당	돌	을	던지	자
2+3=5				1+4=5			

③ 틀렸을 경우에는 문제를 내는 사람과 답을 하는 사람을 바꾸어 다시 시작한다.

④ 숙달되면 같은 방법으로 두 손의 손가락을 모두 사용하여 0에서 10까지의 숫자를 나타내고, 합이 10이 되도록 한다.

수행 과제● 1. x, y가 0 이상 5 이하의 정수일 때, 미지수가 2개인 일차방정식 $x+y=5$의 해를 구하여 보자.
2. x, y가 0 이상 10 이하의 정수일 때, 미지수가 2개인 일차방정식 $x+y=10$의 해를 구하여 보자.

수행 과제●

1. (0, 5), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0)
2. (0, 10), (1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (7, 3), (8, 2), (9, 1), (10, 0)

군맹무상(群盲撫象)과 연립방정식

우리는 한 가지 사실을 두고 여러 가지 해석을 하는 경우를 '군맹무상(群盲撫象)'이라고 한다. 군맹무상이란 여러 시각장애인이 코끼리를 어루만진다는 뜻으로 사물을 자기 주관대로 그릇되게 판단하거나 그 일부밖에는 파악하지 못함을 비유하는 말이다.

인도의 경면왕(鏡面王)이 어느 날 시각장애인들에게 코끼리라는 동물을 가르쳐 주기 위해 그들을 궁중으로 불러 모았다. 그리고 신하를 시켜 코끼리를 끌어오게 한 다음 시각장애인들에게 만져 보라고 했다. 얼마 후 경면왕은 시각장애인들에게 물었다.

"이제 코끼리가 어떻게 생겼는지 알았느냐?"

그러자 시각장애인들은 입을 모아 대답했다.

"예. 알았습니다."

"그럼 어디 한 사람씩 말해 보아라."

시각장애인들의 대답은 각기 자기가 만져 본 부위에 따라 달랐다.

상아를 만져 본 사람은 "무와 같습니다."라고 대답했고, 귀를 만져 본 사람은 "키와 같습니다."라고 했으며, 머리를 만져 본 사람은 "돌과 같습니다."라고 하였다. 코를 만져 본 사람은 "절굿공이 같습니다.", 다리를 만져 본 사람은 "널빤지 같습니다.", 배를 만져 본 사람은 "독과 같습니다.", 꼬리를 만져 본 사람은 "새끼줄과 같습니다."라고 하였다.

군맹무상은 과연 수학과 어떤 관련이 있을까? 군맹무상은 코끼리 한 마리를 두고 각자 서로 다른 답을 얻은 것이다. 이것은 바꾸어 말하면 코끼리라는 공통의 답을 여러 가지 다른 방법으로 생각하여 얻은 결과이다. 결국 시각장애인들이 각자 만져 본 결과를 모두 합치면 한 마리의 코끼리가 되는데, 이는 주어진 여러 개의 방정식을 각각 만족하는 해들이 다른 방정식도 만족하는 경우를 찾아서 공통의 해를 찾는 것과 같다. 즉, 연립방정식의 해를 구하는 것과 같다.

미지수가 2개인 일차방정식 2개를 한 쌍으로 묶어 놓은 것을 미지수가 2개인 연립일차방정식 또는 간단히 연립방정식이라고 하는데, 이 경우 첫 번째 방정식의 해는 군맹무상에서와 같이 무도 될 수 있고, 돌도 될 수 있다. 또 두 번째 방정식의 해는 절굿공이도 될 수 있고 새끼줄도 될 수 있다. 하지만 이들은 모두 코끼리라는 공통적인 사물을 말하고 있으므로 군맹무상 연립방정식의 해는 코끼리가 되는 것이다.

일차방정식과 연립방정식이라는 명칭에 사용되는 '방정식'은 동양의 오래된 수학 책인 "구장산술"에서 기원했다. "구장산술"은 진(秦)나라와 한(漢)나라 시대의 수학 책을 기초로 후한 시대에 완성된 수학 책이다.

우리나라에서는 "구장산술"을 모체로 한 여러 가지 수학 책이 있었으며, 조선 시대 가장 인기가 높았던 수학 책 "산법통종(算法統宗)"도 그중 한 가지였다. 1593년에 쓰인 이 책에는 시의 형태를 빌려 수학 문제를 내고 있는데, 그중에는 술과 관련된 다음과 같은 연립방정식 문제도 있다.

'술집에서 말하기를 박주와 호주가 있다고 한다. 호주 한 병을 마시면 세 사람이 취하고 박주는 세 병을 마셔야 한 사람이 취한다. 박주와 호주를 합하여 19병이 있는데, 모두 33명이 마시고 취했다면 박주와 호주는 각각 몇 병이 있었겠는가?'

이 문제는 모든 사람의 주량이 같다고 생각하고 연립방정식으로 풀면 박주는 9병, 호주는 10병이 있었음을 알 수 있다.

군맹무상(群盲撫象) 群(무리 군), 盲(소경 맹), 撫(어루만질 무), 象(코끼리 상)

Ⅳ 부등식

이 단원의 | 학 | 습 | 목 | 표 |

1. 일차부등식과 그 해의 의미를 이해하고, 부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있다.
2. 연립일차부등식과 그 해의 의미를 이해하고, 이를 풀 수 있다.
3. 일차부등식 또는 연립일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

1. 일차부등식

2. 연립일차부등식





북극에 사람이 살 수 없다는 잘못된 인식과 항해술의 미발달, 지도의 미비 등으로 인하여 북극 탐험은 8세기경이 되어서야 시작되었고, 항로의 개척, 교역, 과학적 조사 등을 위해 지금도 북극 탐험은 계속되고 있다.

북극을 탐험할 때에는 약 500 kg 이상 되는 무거운 짐을 가지고 하루에 12시간 정도를 이동해야 하기 때문에 탐험대에게는 대단한 인내심과 체력이 필요하다. 탐험대는 하루에 4000 kcal 이상 6000 kcal 이하의 에너지를 필요로 하는데, 음식물에 포함된 지방은 1 g에 9 kcal, 탄수화물과 단백질은 1 g에 4 kcal의 에너지로 전환된다. 이러한 사실을 바탕으로 부등식을 이용하면 탐험대가 안전하게 북극을 탐험하는 데 필요한 식단을 짤 수 있다.

단원을 시작하기 전에

회사에서 어떤 상품의 가격을 결정할 때에는 생산비, 이윤, 판매 예상량 등을 고려한다. 이때 최대 이윤을 얻기 위해 가격을 결정하는 데 부등식이 사용된다. 이 단원에서는 부등식의 성질을 살펴보고 여러 가지 수량 사이의 대소 관계를 부등식으로 나타내어 일상생활에서 일어나는 부등식 관련 문제를 해결하는 방법을 지도한다.

단원의 지도 목표

1. 일차부등식

① 부등식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.
② 부등식의 기본 성질을 이해하게 한다.
③ 일차부등식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.
④ 부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있게 한다.
⑤ 일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

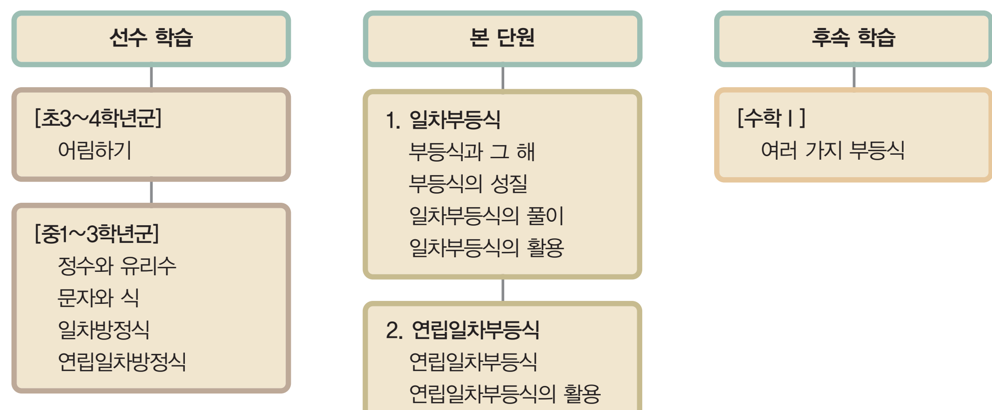
2. 연립일차부등식

① 연립일차부등식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.
② 연립일차부등식을 풀 수 있게 한다.
③ 연립일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 부등식의 의미는 다양한 상황을 통해 도입한다.
② 부등식의 성질을 지도할 때에는 등식의 성질과 비교하여 공통점과 차이점을 알게 한다.
③ 부등식에서 학생들이 자신의 풀이 방법을 설명할 수 있게 한다.
④ 일차부등식 또는 연립일차부등식의 해를 수직선 위에 나타내도록 하여 직관적으로 이해하게 한다.
⑤ 연립일차부등식의 해가 없는 경우도 있음을 구체적인 문제를 통해서 이해하게 한다.
⑥ 일차부등식 또는 연립일차부등식의 해가 문제의 의도에 맞는지 확인하게 한다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			110~111	• 단원의 개관	
1. 일차부등식	준비 학습		112	• 수의 범위 • 부등호 • 등식의 성질 • 문자의 사용	
	1-1 부등식과 그 해	1~2	113~115	• 부등식 • 부등식의 해	부등식
	1-2 부등식의 성질	3~4	116~118	• 부등식의 기본 성질	
	1-3 일차부등식의 풀이	5~7	119~124	• 일차부등식 • 일차부등식의 풀이	일차부등식
	1-4 일차부등식의 활용	8~9	125~128	• 일차부등식의 활용	
	수준별 학습	10	129~131	• 중단원 확인 학습 문제	
2. 연립일차부등식	준비 학습		132	• 부등식의 기본 성질 • 연립일차방정식 • 일차부등식의 풀이 • 연립일차방정식의 활용	
	2-1 연립일차부등식	11~13	133~137	• 연립일차부등식과 그 해 • 연립일차부등식의 풀이	연립일차부등식, 연립부등식
	2-2 연립일차부등식의 활용	14~15	138~140	• 연립일차부등식의 활용	
	수준별 학습	16	141~143	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		17~18	144~151	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 수학 산책	

 학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 부등식의 역사

기호의 사용이 대수적인 사고를 보다 치밀하고 효과적으로 해 준다는 의식 아래, 15세기 말부터 17세기 초까지 대수학을 기호화하고자 하는 압력이 수학자들에게 많이 가해졌다. 그리하여 많은 대수 기호들이 등장하게 된다. 17세기 초에는 이미 문자를 사용하는 식이 많이 쓰여지고 있었으므로 당시의 대수학은 자연스럽게 부등식의 표현을 필요로 하게 되었다.


해리엇

현재 사용되고 있는 부등호 >, <를 최초로 사용한 사람은 영국의 해리엇(Harriot, T.: 1560~ 1621)이다. 이 기호는 그의 사후에 출판된 책 "해석술의 연습(Artis Analyticae Praxis)"에 나타나 있다. 이 책은 그 이전의 어느 책보다도 기호 사용에 진전을 보이고 있었고, 그 결과 널리 사용되었다. 당시 영국에서는 오트레드(Oughtred, W.: 1574~1660)가 >, <에 해당하는 기호로 각각 ⊏, ⊐를 사용하였으나, 이 기호는 대칭이 아니어서 기억하기 어려웠고 자주 혼동되었다. 실제로 오트레드도 그 기호를 혼동해서 사용하였다. 등호와 부등호가 결합된 현재의 기호 ≥, ≤는 프랑스의 부게(Bouguer, P.: 1698~1758)가 사용하였다.

2. 레코드

르네상스와 더불어 교육에 대한 관심이 높아지고 상업 활동이 엄청나게 증가하면서 산술에 관한 많은 대중 교과서가 등장하기 시작했다. 17세기 이전까지 이미 유럽에서 거의 30여 종의 교과서가 발행되었다.

수학의 내용만을 담은 영국 최초의 인쇄된 책은 톤스톨이 쓴 산술 책이었다. 파촐리(Pacioli, L.: 1445~1517)의 "요약집"에 기초한 이 책은 1552년에 라틴어로 출간되었다. 톤스톨의 학식에 대한 동시대인들의 평가는 그리스에서 1533년에 인쇄된 유클리드(Euclid: ? B.C. 325~? B.C. 265)의 "원론"의 초판이 그에게 봉헌되었다는 사실만으로도 충분히 알 수 있다.

그러나 16세기에 영국에서 가장 영향력 있었던 교과서 저자는 아무래도 레코드(Recorde, R.: 1510~1558)일 것이다.

그는 영어로 책을 썼는데 그의 저작은 교사와 학생 사이의 대화 형식으로 되어 있다. 그는 적어도 다섯 권의 책을 썼으며, 첫 번째 책은 1542년에 출간된 "제예(諸藝)의 기초"라는 환상적인 이름이 붙은 산술 책이었다. 이 책은 적어도 29판까지 인쇄되었다.

레코드는 옥스퍼드 대학에서 공부하고 케임브리지 대학에서 의학 학위를 받았다. 그는 그곳에 거주하는 동안 두 대학에서 개인 수업으로 수학을 가르쳤다. 그러나 케임브리지를 떠난 후 마이즈와 모니즈의 회계 감사관을 지낼 때, 그곳에서 잘못을 저질러 최후의 몇 년을 감옥에서 보냈다.

레코드는 앞에서 언급한 산술 책 이외에도 천문학, 기하학, 대수, 의학 등에 관한 많은 저술을 하였는데 그 중 몇 가지 저작은 분실되었다. 1551년에 출간된 천문학에 관한 저서 "지식의 성"은 영국의 독자들에게 코페르니쿠스 체계를 처음으로 소개한 책이었고 역시 같은 해에 출간된 "지식의 오솔길"은 유클리드의 "원론"의 초록집이었다. 특히 역사적으로 중요한 것은 1557년에 출간된 "지혜의 숫돌(The Whetstone of Witte)"이라는 이름이 붙은 대수 책에서 처음으로 오늘날의 등호 '='가 사용되었다.

3. 실수의 순서 성질

공리

실수의 집합 R에는 다음의 두 조건을 만족하는 부분집합 $P(0 \notin P)$가 존재한다.

(1) 임의의 a, $b \in P$에 대하여 $a+b \in P$이고 $ab \in P$이다.

(2) 임의의 $a \in R$에 대하여 다음 중 어느 하나만이 성립한다.

$$a \in P,\ a=0,\ -a \in P$$

이때 집합 P의 원소를 양의 실수라 하고, 집합 $N=\{a \mid -a \in P\}$의 원소를 음의 실수라고 한다.

이 사실을 이용하여 집합 R의 두 원소 사이의 대소 관계를 다음과 같이 정의할 수 있다.

정의

임의의 a, $b \in R$에 대하여

$$a-b \in P \text{이면 } a>b$$

$$-(a-b) \in P \text{이면 } a<b$$

이다.

이 정의에 의하여 다음 정리를 얻을 수 있다.

정리

임의의 a, b, $c \in R$에 대하여

① $a>b$, $a=b$, $a<b$ 중 하나만 성립한다.

② $a<b$이고 $b<c$이면 $a<c$이다.

[증명]

① $a-b \in R$에 대하여 공리(2)에 의하여 다음 중 어느 하나만이 성립한다.

$$a-b \in P,\ a-b=0,\ -(a-b) \in P$$

따라서 실수의 대소 관계에 대한 정의에 의하여 성립한다.

② $a<b$이면 $b-a \in P$이고, $b<c$이면 $c-b \in P$이므로 공리(1)에 의하여

$$c-a=(b-a)+(c-b) \in P$$

이다.

따라서 $a<c$이다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

<table>
<tr><td>대단원</td><td colspan="2">Ⅳ. 부등식</td><td>쪽수</td><td>교과서 116~117쪽</td></tr>
<tr><td>소단원</td><td colspan="2">1. 일차부등식 1-2 부등식의 성질</td><td>차시</td><td>3/18</td></tr>
<tr><td>학습 목표</td><td colspan="4">부등식의 기본 성질을 이해한다.</td></tr>
<tr><td>단계</td><td>학습 과정</td><td colspan="2">교수 · 학습 활동</td><td>교수 · 학습상의 유의점</td></tr>
<tr><td>도입</td><td>선수 학습 확인
동기 유발
학습 목표 제시</td><td colspan="2">이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다.
등식의 성질에 대하여 질문한다.
학습 목표를 제시한다.
• 부등식의 기본 성질을 이해한다.</td><td>모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.</td></tr>
<tr><td>전개</td><td>탐구 활동

개념 학습

문제 해결</td><td colspan="2">창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다.
탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다.
학습 내용 설명
(1) $4<6$이면 $4+2<6+2$, $4-2<6-2$
⇨ $a<b$이면 $a+c<b+c$, $a-c<b-c$
(2) $4<6$이면 $4\times2<6\times2$, $4\div2<6\div2$
⇨ $a<b$, $c>0$이면 $ac<bc$, $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$
문제 1, 2를 풀게 한다.
정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.</td><td>부등식의 성질은 구체적인 수를 예로 들어 이해시키고, 문자를 사용하여 일반화할 수 있도록 지도한다.</td></tr>
<tr><td>정리 및 평가</td><td>학습 내용 정리
형성 평가

수준별 과제
차시 예고</td><td colspan="2">본시의 학습 내용을 정리한다.
형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다.
● $a<b$일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것을 찾아라.
㉠ $a+7<b+7$ ㉡ $a-8<b-8$ ㉢ $3a<3b$
㉣ $\frac{a}{6}>\frac{b}{6}$ ㉤ $a+1<b+1$
답 ㉣
형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다.
다음 차시를 예고한다.
• 부등식의 기본 성질 중에서 음수의 곱셈과 나눗셈에 관한 성질을 알아본다.</td><td></td></tr>
</table>

수준별 학습지 (기초)

대단원	Ⅳ. 부등식	쪽수	교과서 116~117쪽
소단원	1. 일차부등식　1-2 부등식의 성질	차시	3/18

(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:

1 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a+8$ □ $b+8$　　(2) $a-8$ □ $b-8$

(3) $5a$ □ $5b$　　(4) $\frac{a}{5}$ □ $\frac{b}{5}$

답 (1) $<$　(2) $<$　(3) $<$　(4) $<$

2 $a\geq b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a+5$ □ $b+5$　　(2) $a-3$ □ $b-3$

(3) $3a$ □ $3b$　　(4) $\frac{3}{4}a$ □ $\frac{3}{4}b$

답 (1) $\geq$　(2) $\geq$　(3) $\geq$　(4) $\geq$

3 $a\leq b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $2a+1$ □ $2b+1$　　(2) $\frac{1}{3}a-1$ □ $\frac{1}{3}b-1$

답 (1) $\leq$　(2) $\leq$

교수 · 학습 과정안 (기본)

<table>
<tr><td>대단원</td><td colspan="2">Ⅳ. 부등식</td><td>쪽수</td><td>교과서 116~117쪽</td></tr>
<tr><td>소단원</td><td colspan="2">1. 일차부등식 1-2 부등식의 성질</td><td>차시</td><td>3/18</td></tr>
<tr><td>학습 목표</td><td colspan="4">부등식의 기본 성질을 이해한다.</td></tr>
<tr><td>단계</td><td>학습 과정</td><td colspan="2">교수 · 학습 활동</td><td>교수 · 학습상의 유의점</td></tr>
<tr><td>도입</td><td>선수 학습 확인
동기 유발
학습 목표 제시</td><td colspan="2">○ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다.
○ 등식의 성질에 대하여 질문한다.
○ 학습 목표를 제시한다.
• 부등식의 기본 성질을 이해한다.</td><td>모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.</td></tr>
<tr><td>전개</td><td>탐구 활동

개념 학습

문제 해결</td><td colspan="2">○ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다.
○ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다.
○ 학습 내용 설명
(1) $4<6$이면 $4+2<6+2$, $4-2<6-2$
⇨ $a<b$이면 $a+c<b+c$, $a-c<b-c$
(2) $4<6$이면 $4\times2<6\times2$, $4\div2<6\div2$
⇨ $a<b$, $c>0$이면 $ac<bc$, $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$
○ 문제 1, 2를 풀게 한다.
정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.</td><td>부등식의 성질은 구체적인 수를 예로 들어 이해시키고, 문자를 사용하여 일반화할 수 있도록 지도한다.</td></tr>
<tr><td>정리 및 평가</td><td>학습 내용 정리
형성 평가

수준별 과제
차시 예고</td><td colspan="2">○ 본시의 학습 내용을 정리한다.
○ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다.
● $a>b$일 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾아라.
㉠ $3a-2<3a-2$ ㉡ $\frac{1}{2}a+3>\frac{1}{2}b+3$
㉢ $3a+\frac{1}{2}<3b+\frac{1}{2}$ ㉣ $4a-\frac{1}{2}>4b-\frac{1}{2}$
답 ㉡, ㉣
○ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다.
○ 다음 차시를 예고한다.
• 부등식의 기본 성질 중에서 음수의 곱셈과 나눗셈에 관한 성질을 알아본다.</td><td></td></tr>
</table>

수준별 학습지 (기본)

대단원	Ⅳ. 부등식	쪽수	교과서 116~117쪽
소단원	1. 일차부등식 1-2 부등식의 성질	차시	3/18
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 $a \geq b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $\frac{3}{2}a-6$ □ $\frac{3}{2}b-6$

(2) $2(b+5)$ □ $2(a+5)$

(3) $\frac{2+a}{3}$ □ $\frac{2+b}{3}$

(4) $4+\frac{b}{5}$ □ $4+\frac{a}{5}$

답 (1) $\geq$ (2) $\leq$ (3) $\geq$ (4) $\leq$

2 a, b가 다음 식을 만족할 때, a와 b의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

(1) $a+3>b+3$

(2) $a-9<b-9$

(3) $8a-2\leq 8b-2$

(4) $\frac{a}{6}-3\leq\frac{b}{6}-3$

답 (1) $a>b$ (2) $a<b$ (3) $a\leq b$ (4) $a\leq b$

3 $x\leq 6$일 때, 다음 식의 값의 범위를 구하여라.

(1) $x-4$

(2) $3x$

(3) $\frac{x}{2}$

답 (1) $x-4\leq 2$ (2) $3x\leq 18$ (3) $\frac{x}{2}\leq 3$

4 $4a-3>4b-3$일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것을 찾아라.

ㄱ $a>b$ ㄴ $3a+1>3b+1$ ㄷ $2a+3<2b+3$

ㄹ $\frac{3}{2}a+4>\frac{3}{2}b+4$ ㅁ $\frac{3a-2}{2}>\frac{3b-2}{2}$

답 ㄷ

교수 · 학습 과정안 (실력)

대단원	Ⅳ. 부등식	쪽수	교과서 116~117쪽
소단원	1. 일차부등식　1-2 부등식의 성질	차시	3/18
학습 목표	부등식의 기본 성질을 이해한다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 등식의 성질에 대하여 질문한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 부등식의 기본 성질을 이해한다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◐ 창의력 기르기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◐ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◐ 학습 내용 설명 (1) $4<6$이면 $4+2<6+2$, $4-2<6-2$ ⇨ $a<b$이면 $a+c<b+c$, $a-c<b-c$ (2) $4<6$이면 $4\times2<6\times2$, $4\div2<6\div2$ ⇨ $a<b$, $c>0$이면 $ac<bc$, $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$ ◐ 문제 1, 2를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	부등식의 성질은 구체적인 수를 예로 들어 이해시키고, 문자를 사용하여 일반화할 수 있도록 지도한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● $a<2b$일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것을 찾아라. (단, $a\neq0$, $b\neq0$) ㉠ $a+1<2b+1$　㉡ $2a<4b$　㉢ $\frac{a}{2}<b$ ㉣ $2b-a<0$　㉤ $a-b<b$ 답 ㉣ ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 부등식의 기본 성질 중에서 음수의 곱셈과 나눗셈에 관한 성질을 알아본다.	

수준별 학습지 (실력)

대단원	Ⅳ. 부등식	쪽수	교과서 116~117쪽
소단원	1. 일차부등식 1-2 부등식의 성질	차시	3/18
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 $a>b>0$일 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾아라.

㉠ $a+b>0$	㉡ $ab<b^2$	㉢ $a^2<ab$
㉣ $\frac{b}{a}<1$	㉤ $\frac{a}{b}<1$	

답 ㉠, ㉣

2 $-3\leq x<2$일 때, 다음 식의 값의 범위를 구하여라.

(1) $3x+2$

(2) $2x-3$

(3) $x+4$

(4) $2x-5$

답 (1) $-7\leq 3x+2<8$ (2) $-9\leq 2x-3<1$ (3) $1\leq x+4<6$ (4) $-11\leq 2x-5<-1$

3 두 수 a, b에 대하여

$$-5<a<15,\quad -6<b<12$$

일 때, $\frac{3}{5}a+\frac{2}{3}b$의 값 중에서 가장 큰 정수를 구하여라.

답 16

1 일차부등식

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

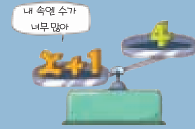
① 부등식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.
② 부등식의 기본 성질을 이해하게 한다.
③ 일차부등식을 이해하게 한다.
④ 부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있게 한다.
⑤ 일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 부등식과 그 해	부등식의 의미
	부등식의 해
1-2 부등식의 성질	부등식의 기본 성질
1-3 일차부등식의 풀이	일차부등식의 의미
	일차부등식의 풀이
1-4 일차부등식의 활용	일차부등식의 활용

교과서 112 쪽

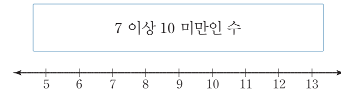
1 일차부등식



준 | 비 | 학 | 습

수의 범위
- 이상: 크거나 같다.
- 이하: 작거나 같다.
- 초과: 크다.
- 미만: 작다.

1 다음 수의 범위를 수직선에 나타내어라.



부등호

$a \square b$	a는 b보다 $\square$
$<$	작다.
$>$	크다.
$\leq$	작거나 같다.
$\geq$	크거나 같다.

2 다음을 부등호 $<$, $>$, $\leq$, $\geq$를 사용하여 나타내어라.

(1) a는 2보다 작다.
(2) a는 5보다 크거나 같다.
(3) a는 -1보다 크고 3보다 작다.

등식의 성질
$a=b$이면
- $a+c=b+c$
- $a-c=b-c$
- $ac=bc$
- $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}\ (c\neq 0)$

3 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

(1) $3x-6=3$　　(2) $-2x+4=x$
(3) $\frac{x}{2}=-4$　　(4) $7x=14$

문자의 사용
곱셈 기호는 생략하고, 수는 문자 앞에 쓴다.

4 다음을 x에 관한 식으로 나타내어라.

(1) x의 2배에 3을 더한 값
(2) 40자루의 볼펜을 3자루씩 x명에게 나누어 주었을 때 남은 볼펜 수

준비 학습의 해설

1

목표 | 수의 범위를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | (수직선: 5 6 7 8 9 10 11 12 13, 7에 채워진 점, 10에 빈 점, 7부터 10까지 굵은 선)

2

목표 | 부등호를 사용하여 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | (1) $a<2$
(2) $a\geq 5$
(3) $-1<a<3$

3

목표 | 등식의 성질을 이용하여 방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | (1) $3x-6=3$의 양변에 6을 더하고, 양변을 3으로 나누면　$x=3$
(2) $-2x+4=x$의 양변에 4와 x를 빼고, 양변을 -3으로 나누면　$x=\frac{4}{3}$
(3) $\frac{x}{2}=-4$의 양변에 2를 곱하면
$x=-8$
(4) $7x=14$의 양변을 7로 나누면
$x=2$

4

목표 | 문자를 사용하여 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | (1) $2x+3$　　(2) $40-3x$

1-1 부등식과 그 해

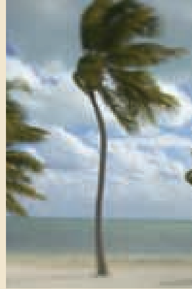
● 부등식과 그 해의 의미를 이해한다.

부등식이란 무엇인가?

창의력 기르기

폭풍 일수

폭풍이 발생한 날의 수를 폭풍 일수라고 하는데, 폭풍 일수의 기준이 되는 폭풍은 국가나 지역에 따라 다르게 정해져 있다. 현재 우리나라에서는 하루 최대 풍속이 초속 13.9 m 이상인 날의 수를 폭풍 일수로 정하고 있다.



탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1 하루 최대 풍속이 초속 13 m인 날은 폭풍 일수에 해당하는가?

2 하루 최대 풍속이 초속 15 m인 날은 폭풍 일수에 해당하는가?

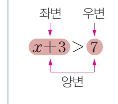
3 하루 최대 풍속이 초속 x m인 날이 폭풍 일수에 해당하려면 x는 어떤 조건을 만족시켜야 하는지 부등호를 사용하여 나타내어 보자.

'2는 7보다 작다.', '어떤 수에 3을 더하면 7보다 크다.' 등을 부등호를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$2<7,\ x+3>7$$

❶ 같이 부등호 <, >, ≤, ≥를 사용하여 수 또는 식의 대소 관계를 나타낸 식을 **부등식**이라고 한다.

예를 들어 $3>2$, $x<2$, $3x-2\ge 5$, $2x-3\le 3x+1$은 모두 부등호를 사용하여 나타낸 식이므로 부등식이다.



● 부등호 <, >를 처음 사용한 사람은 영국의 해리엇(Harriot, T.; 1560~1621)이고, 부등호 ≤, ≥를 처음 사용한 사람은 프랑스의 부게(Bouguer, P.; 1698~1758)이다.

(참고) 부등식에서 부등호의 왼쪽 부분을 좌변, 오른쪽 부분을 우변이라 하고, 좌변과 우변을 통틀어 양변이라고 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 부등식(不等式, inequality)

창의력 기르기 참/고/자/료

우리나라에서 바람이 가장 많이 부는 강원도 대관령은 여름에도 몸이 오싹할 정도로 바람이 분다. 대관령이 풍력발전단지로 각광받게 된 것은 해발 800 m가 넘는 위치에 있어 사계절 바람이 늘 세게 불기 때문인데, 연평균 풍속이 초속 6.53 m에 이른다.

전남 여수 지역도 연평균 풍속이 초속 6.1 m로 대관령과 비슷하게 바람은 강하게 불지만 대관령과는 달리 여름에 바람이 잠잠하다. 미시령과 제주도 또한 연평균 풍속이 초속 8.7~8.8 m으로 바람이 강한 곳이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 폭풍 일수를 활용하여 수량 사이의 대소 관계를 부등호를 사용한 식으로 나타낼 수 있게 하려는 것이다.

1-1 부등식과 그 해

소단원 지도 목표

① 부등식의 의미를 이해할 수 있게 한다.

② 부등식이 참이 되게 하는 값을 찾아보는 활동을 통하여 부등식의 해의 의미를 이해할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 부등호 >, <, ≥, ≤를 바르게 사용하여 식을 나타내도록 지도한다.

2. 부등식의 좌변과 우변을 바꾸어 표현할 때에는 부등호의 방향에 주의하도록 하고, 변형된 부등식도 같은 식임을 이해할 수 있도록 지도한다.

3. 좌변, 우변, 양변 용어는 교수 · 학습 상황에서 다루어질 수 있다.

1. $13<13.9$이므로 하루 최대 풍속이 초속 13 m인 날은 폭풍 일수에 **해당하지 않는다.**

2. $15>13.9$이므로 하루 최대 풍속이 초속 15 m인 날은 폭풍 일수에 **해당한다.**

3. 폭풍 일수에 해당하기 위해서는 하루 최대 풍속이 초속 13.9 m 이상이어야 하므로 $\boldsymbol{x\ge 13.9}$와 같이 나타낼 수 있다.

본문 해설

❶ 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내는 방법은 다음과 같다.

$x>a$: x는 a보다 크다.

$x<a$: x는 a보다 작다.

$x\ge a$: x는 a보다 크거나 같다.

$x\le a$: x는 a보다 작거나 같다.

목표| 수 또는 식의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 형과 동생의 나이를 더하면 $(x+15)$살이므로 구하는 부등식은 $\boldsymbol{x+15>30}$

(2) 한 개의 무게가 0.2 kg인 물건 x개의 무게는 $0.2x$ kg이고, 이것을 무게가 0.6 kg인 바구니에 담았으므로 전체 무게는 $(0.2x+0.6)$ kg이다.
따라서 구하는 부등식은 $\boldsymbol{0.2x+0.6<6}$

교과서 114 쪽

문제 | 다음을 부등식으로 나타내어라.

(1) 형의 나이 x살에 동생의 나이 15살을 더하면 30살보다 많다.

(2) 한 개의 무게가 0.2 kg인 물건 x개를 0.6 kg인 바구니에 담았더니 전체 무게가 6 kg 미만이다.

부등식의 해란 무엇인가?



창의력 기르기

대한민국 최초 우주인

대한민국 최초의 우주인 이소연을 태운 우주선 소유스호가 우리나라 시각으로 2008년 4월 8일 20시 16분 35초에 카자흐스탄의 바이코누르 우주 기지에서 발사되었다. 이로써 대한민국은 세계에서 36번째로 우주인을 배출한 나라가 되었다.

탐구 활동

우리나라에서 우주인으로 선발되기 위해서는 몸무게가 최소한 50 kg 이상이어야 한다. 현재 민수의 몸무게가 45 kg이라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 민수가 우주인으로 선발되기 위해서 늘려야 하는 몸무게를 x kg이라 하고, 부등식으로 나타내어 보자.

2 민수의 몸무게가 4 kg 늘어난다면 민수는 우주인 선발에 참여할 수 있는가?

3 민수는 몸무게를 최소한 몇 kg 늘려야 우주인 선발에 참여할 수 있는가?



❶ [illegible]식 $x+2<5$에서 x에 1, 2, 3, 4, ⋯를 대입하여 좌변과 우변을 비교하면 [illegible]과 같다.

$x=1$일 때 $1+2<5$이므로 참

$x=2$일 때 $2+2<5$이므로 참

❷ $x=3$일 때 $3+2=5$이므로 거짓

$x=4$일 때 $4+2>5$이므로 거짓

⋮

여기서 부등식 $x+2<5$는 $x=1$, $x=2$일 때 참이 됨을 알 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 우주인을 소재로 한 내용을 부등식으로 나타내고, 그 부등식을 참이 되게 하는 값을 구할 수 있게 하려는 것이다.

1. 현재 몸무게 45 kg에 늘려야 하는 몸무게 x kg을 더하여 50 kg 이상이 되어야 하므로 구하는 부등식은 $\boldsymbol{x+45\geq 50}$

2. 몸무게가 4 kg이 늘어난다면 49 kg이 되고, $49<50$으로 **1**의 부등식을 만족하지 못한다.
따라서 우주인 선발에 **참여할 수 없다.**

3. x가 5 이상일 때, 부등식 $x+45\geq 50$이 참이 된다.
따라서 $x\geq 5$이므로 몸무게를 최소한 **5 kg** 늘려야 우주인 선발에 참여할 수 있다.

본문 해설

❶ 주어진 값을 부등식에 대입하여 부등식의 참, 거짓을 확인할 때, 부등식을 참이 되게 하는 값이 그 부등식의 해이다. 부등식의 성질을 다루기 전이므로 해를 구하는 과정에서 주어진 값들을 하나씩 대입하여 부등식을 풀게 한다.

❷ 부등식 $x+2<5$에서 $x=3$이면 부등식의 좌변과 우변은 모두 5로 같다. 그런데 $5=5$이기 때문에 $5\leq 5$는 참이지만 $5<5$는 거짓이다.

지/도/자/료 부등식의 표현

부등호 >, <, ≥, ≤의 수량 사이의 대소 관계를 명확하게 이해하는 것은 부등식을 이해하는 데 매우 중요하다. 따라서 다음과 같이 대소 관계를 나타내는 다양한 표현들을 익힐 수 있도록 지도한다.

기호	문장	기호	문장
$x\geq y$	x는 y 이상이다. x는 y보다 크거나 같다. y는 x보다 작거나 같다. x는 y보다 작지 않다. y는 x보다 크지 않다.	$x\leq y$	x는 y 이하이다. x는 y보다 작거나 같다. y는 x보다 크거나 같다. x는 y보다 크지 않다. y는 x보다 작지 않다.
$x>y$	x는 y 초과이다. x는 y보다 크다. y는 x보다 작다.	$x<y$	x는 y 미만이다. x는 y보다 작다. y는 x보다 크다.

❶ 같이 부등식을 참이 되게 하는 미지수 x의 값을 그 부등식의 해라고 한다.
부등식의 해를 모두 구하는 것을 그 부등식을 푼다고 한다.

(참고) x의 범위가 주어지지 않은 경우에는 그 범위를 수 전체로 생각한다.

예제 1 0, 1, 2, 3 중에서 부등식 $3x-2\geq4$의 해를 찾아라.

풀이 주어진 부등식의 x에 0, 1, 2, 3을 대입하여 좌변을 계산하고, 그 값을 우변의 값과 비교하면

$x=0$일 때 $3\times0-2=-2<4$

$x=1$일 때 $3\times1-2=1<4$

$x=2$일 때 $3\times2-2=4=4$

$x=3$일 때 $3\times3-2=7>4$

따라서 부등식 $3x-2\geq4$는 $x=2$, $x=3$일 때 참이 되므로 구하는 해는 2, 3이다.

답 2, 3

문제 2 -2, -1, 0, 1, 2 중에서 다음 부등식의 해를 찾아라.

(1) $4x-1>1$ (2) $x+1<2$

(3) $3x-1\leq-2$ (4) $2x-3\geq x-1$



의사소통 다음 그림에서 속도 제한 표시판을 부등식으로 나타내면 $0\leq x\leq70$이다. 또 육교의 통과 높이 제한 표시판을 부등식으로 나타내면 $0<x\leq3$이다. 이와 같이 생활 주변에서 부등식을 사용하여 나타낼 수 있는 예를 찾아 말하여 보자.



본문 해설

❶ 부등식을 만족시키는 범위에 있는 모든 값이 부등식의 해가 된다. 따라서 x의 범위가 주어진 경우를 제외하면 부등식의 해는 수 전체의 범위가 되므로 부등식을 풀 때 수직선을 이용하면 직관적으로 해의 범위를 쉽게 파악할 수 있다. 또

'부등식의 해를 구한다.'

'부등식을 푼다.'

'부등식을 만족시키는 x의 값을 구한다.'

'부등식을 참이 되게 하는 x의 값을 구한다.'

'부등식을 성립하게 하는 x의 값을 구한다.'

등의 표현이 모두 같은 의미임을 알도록 한다.

2

목표| 주어진 값을 대입하여 부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $x=-2$일 때 $4\times(-2)-1=-9<1$

$x=-1$일 때 $4\times(-1)-1=-5<1$

$x=0$일 때 $4\times0-1=-1<1$

$x=1$일 때 $4\times1-1=3>1$

$x=2$일 때 $4\times2-1=7>1$

따라서 구하는 해는 **1, 2**이다.

(2) $x=-2$일 때 $-2+1=-1<2$

$x=-1$일 때 $-1+1=0<2$

$x=0$일 때 $0+1=1<2$

$x=1$일 때 $1+1=2=2$

$x=2$일 때 $2+1=3>2$

따라서 구하는 해는 **−2, −1, 0**이다.

(3) $x=-2$일 때 $3\times(-2)-1=-7<-2$

$x=-1$일 때 $3\times(-1)-1=-4<-2$

$x=0$일 때 $3\times0-1=-1>-2$

$x=1$일 때 $3\times1-1=2>-2$

$x=2$일 때 $3\times2-1=5>-2$

따라서 구하는 해는 **−2, −1**이다.

(4) $x=-2$일 때

$2\times(-2)-3=-7<-2-1=-3$

$x=-1$일 때

$2\times(-1)-3=-5<-1-1=-2$

$x=0$일 때 $2\times0-3=-3<0-1=-1$

$x=1$일 때 $2\times1-3=-1<1-1=0$

$x=2$일 때 $2\times2-3=1=2-1=1$

따라서 구하는 해는 **2**이다.

의/사/소/통

|출제 의도| 생활 주변에서 부등식이 활용되는 예를 찾을 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 놀이 기구의 이용 기준이 되는 키, 세탁기의 세탁 용량, 고속버스에 탈 수 있는 인원 등은 부등식을 사용하여 나타낼 수 있다.

1-2 부등식의 성질

소단원 지도 목표

① 부등식의 기본 성질을 이해하고, 특히 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀜을 알게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다는 사실을 구체적인 수로 예를 들어 이해하게 하고, 문자의 경우로 일반화한다.

2. 부등식의 성질을 지도할 때에는 등식의 성질과 비교하여 공통점과 차이점을 알게 한다.

창의력 기르기 참 / 고 / 자 / 료

지리산은 예로부터 금강산, 한라산과 함께 삼신산(三神山)으로 불리며 영 · 호남 지역 사람들의 삶의 터전으로 자리매김되어 왔다. 지리산에 대한 보다 자세한 정보는 지리산국립공원관리공단 홈페이지(http://jiri.knps.or.kr)에서 찾아볼 수 있다.

교과서 116 쪽

1-2 부등식의 성질

● 부등식의 기본 성질을 이해할 수 있다.

부등식에는 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기

지리산 국립 공원

지리산은 1967년 12월 29일에 우리나라에서 최초로 국립 공원으로 지정되었다. 이 산은 전라북도 남원시, 전라남도 구례군, 경상남도 산청군, 함양군, 하동군 등의 행정 구역에 속해 있으며 20개의 국립 공원 중에서 가장 넓은 산악형 국립 공원이다.



탐구 활동

지리산의 천왕봉은 높이가 1915 m, 촛대봉은 높이가 1703 m, 노루목은 높이가 1498 m이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 천왕봉의 높이와 촛대봉의 높이를 비교하여 부등식으로 나타내어 보자.

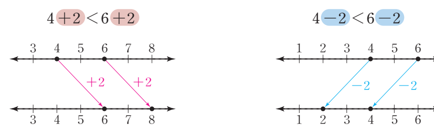
2 천왕봉의 높이에서 노루목의 높이를 뺀 결과와 촛대봉의 높이에서 노루목의 높이를 뺀 결과를 비교하여 부등식으로 나타내어 보자.

3 **1**과 **2**에서 얻은 부등식에서 부등호의 방향이 바뀌었는지 알아보자.

● 등식의 성질
$a=b$일 때
• $a+c=b+c$
• $a-c=b-c$
• $ac=bc$
• $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}\ (c\neq0)$

❶ [illegible]는 “수학 ①”에서 등식의 성질을 배웠다. 이제 부등식의 기본 성질에는 어떤 것이 있는지 알아보자.

부등식 $4<6$의 양변에 2를 더하거나 양변에서 2를 빼면 다음과 같다.



일반적으로 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 두 부등식의 양변에서 같은 높이를 뺀 결과에 따른 부등호의 방향을 알아봄으로써 부등식의 성질을 알게 하려는 것이다.

1. 천왕봉의 높이는 1915 m이고, 촛대봉의 높이는 1703 m이므로 천왕봉이 촛대봉보다 더 높다.
따라서 **1915>1703**이다.

2. 천왕봉의 높이 1915 m에서 노루목의 높이 1498 m를 빼면 $1915-1498=417$(m)
촛대봉의 높이 1703 m에서 노루목의 높이 1498 m를 빼면 $1703-1498=205$(m)
따라서 **417>205**이다.

3. **1**과 **2**에서 얻은 부등식에서 부등호의 **방향은 바뀌지 않았다.**

본문 해설

❶ 등식의 성질은 다음과 같다.

(1) 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다. ⇨ $a=b$이면 $a+c=b+c$

(2) 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다. ⇨ $a=b$이면 $a-c=b-c$

(3) 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다. ⇨ $a=b$이면 $ac=bc$

(4) 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

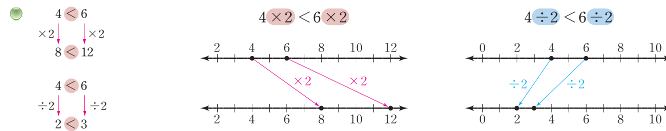
⇨ $a=b$이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$)

문제 1 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a+2$ □ $b+2$ (2) $a+(-2)$ □ $b+(-2)$

(3) $a-4$ □ $b-4$ (4) $a-(-4)$ □ $b-(-4)$

❶ 식 $4<6$의 양변에 양수 2를 곱하거나 양변을 양수 2로 나누면 다음과 같다.



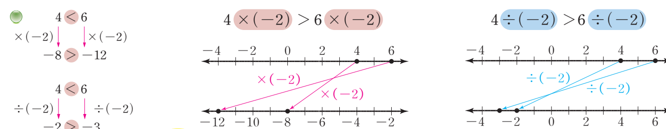
일반적으로 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

문제 2 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a\times3$ □ $b\times3$ (2) $a\div5$ □ $b\div5$

(3) $4a$ □ $4b$ (4) $\frac{a}{7}$ □ $\frac{b}{7}$

부등식 $4<6$의 양변에 음수 -2를 곱하거나 양변을 음수 -2로 나누면 다음과 같다.



❷ 적으로 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.

본문 해설

❶ 양변에 같은 수를 더하고, 빼고, 곱하고, 양변을 같은 수로 나누는 경우가 아니어도 부등호의 방향을 결정할 수 있을 때도 있다. 예를 들어 $a<b$일 때, $a+1<b+2$이다.
그러나 부등식의 성질을 배우는 이유는 같은 수에 대한 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈을 간단히 나타내는 데 있다. 따라서 반드시 같은 수로 계산해야 하며 이때의 부등호의 방향을 구할 수 있어야 한다.

1

목표| 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않음을 알게 한다.

풀이| (1) $a<b$의 양변에 2를 더하여도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로 $a+2$ $\boxed{<}$ $b+2$

(2) $a<b$의 양변에 -2를 더하여도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로 $a+(-2)$ $\boxed{<}$ $b+(-2)$

(3) $a<b$의 양변에서 4를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로 $a-4$ $\boxed{<}$ $b-4$

(4) $a<b$의 양변에서 -4를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로 $a-(-4)$ $\boxed{<}$ $b-(-4)$

참고| 부등식의 양변에서 같은 수 2를 뺀다는 것은 양변에 같은 수 -2를 더하는 것으로 볼 수 있고, 양변에서 같은 수 -4를 뺀다는 것은 양변에 같은 수 4를 더하는 것으로 볼 수 있다.

2

목표| 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않음을 알게 한다.

풀이| (1) $a<b$의 양변에 3을 곱하여도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

$a\times3$ $\boxed{<}$ $b\times3$

(2) $a<b$의 양변을 5로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

$a\div5$ $\boxed{<}$ $b\div5$

(3) $a<b$의 양변에 4를 곱하여도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

$4a$ $\boxed{<}$ $4b$

(4) $a<b$의 양변을 7로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

$\frac{a}{7}$ $\boxed{<}$ $\frac{b}{7}$

본문 해설

❷ 등식에서는 양변에 곱하는 수의 부호에 상관없이 같은 수를 곱하면 등식이 성립하지만 부등식에서는 양변에 곱하는 수의 부호에 따라 부등호의 방향이 바뀔 수 있다. 즉, 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

3

목표| 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀜을 알게 한다.

풀이| (1) $a<b$의 양변에 -3을 곱하면 부등호의 방향이 바뀌므로
$a\times(-3)\ \boxed{>}\ b\times(-3)$

(2) $a<b$의 양변을 -8로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로 $a\div(-8)\ \boxed{>}\ b\div(-8)$

(3) $a<b$의 양변에 -2를 곱하면 부등호의 방향이 바뀌므로 $-2a\ \boxed{>}\ -2b$

(4) $a<b$의 양변을 -6으로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로 $-\dfrac{a}{6}\ \boxed{>}\ -\dfrac{b}{6}$

4

목표| 부등식의 성질을 이용하여 부등호의 방향을 알 수 있게 한다.

풀이|

(1)
$a \le b$ — 양변에 같은 양수 곱하기
$2a \le 2b$ — 양변에 같은 수 더하기
$2a+3\ \boxed{\le}\ 2b+3$

(2)
$a \le b$ — 양변에 같은 음수 곱하기
$-3a \ge -3b$ — 양변에 같은 수 더하기
$-3a+1\ \boxed{\ge}\ -3b+1$

(3)
$a \le b$ — 양변에 같은 음수 곱하기
$-a \ge -b$ — 양변에서 같은 수 빼기
$-a-4\ \boxed{\ge}\ -b-4$

(4)
$a \le b$ — 양변에 같은 양수 곱하기
$2a \le 2b$ — 양변에서 같은 수 빼기
$2a-5\ \boxed{\le}\ 2b-5$

5

목표| 부등식의 성질을 이용하여 부등호의 방향을 알 수 있게 한다.

풀이| (1)
$2-a > 2-b$ — 양변에 같은 수 빼기
$2-a-2 > 2-b-2$ — 양변에서 같은 음수 곱하기
$-a > -b$
$a\ \boxed{<}\ b$

교과서 118 쪽

문제 3 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a\times(-3)$ □ $b\times(-3)$　　(2) $a\div(-8)$ □ $b\div(-8)$

(3) $-2a$ □ $-2b$　　(4) $-\dfrac{a}{6}$ □ $-\dfrac{b}{6}$

이상에서 배운 부등식의 기본 성질을 정리하면 다음과 같다.

부등호 <를 ≤로 바꾸어도 부등식의 기본 성질은 성립한다.

부등식의 기본 성질

(1) 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.
$a<b$이면 $a+c<b+c$, $a-c<b-c$

(2) 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.
$a<b$, $c>0$이면 $ac<bc$, $\dfrac{a}{c}<\dfrac{b}{c}$

(3) 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.
$a<b$, $c<0$이면 $ac>bc$, $\dfrac{a}{c}>\dfrac{b}{c}$

문제 4 $a\le b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

부등식의 양변에 음수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다.

(1) $2a+3$ □ $2b+3$　　(2) $-3a+1$ □ $-3b+1$

(3) $-a-4$ □ $-b-4$　　(4) $2a-5$ □ $2b-5$



문제 5 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $2-a>2-b$일 때, a □ b

(2) $-\dfrac{3}{2}a-2\le-\dfrac{3}{2}b-2$일 때, a □ b


추론 등식의 성질과 부등식의 성질의 같은 점과 다른 점에 대하여 비교하여 보자.

(2)
$-\dfrac{3}{2}a-2 \le -\dfrac{3}{2}b-2$ — 양변에 같은 수 더하기
$-\dfrac{3}{2}a-2+2 \le -\dfrac{3}{2}b-2+2$
$-\dfrac{3}{2}a \le -\dfrac{3}{2}b$ — 양변에 같은 음수 곱하기
$a\ \boxed{\ge}\ b$

추/론

|출제 의도| 등식의 성질과 부등식의 성질의 차이점을 알 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 등식의 성질에서는 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누어도 등식이 성립한다. 그러나 부등식의 성질에서는 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다. 이것이 등식과 부등식의 성질의 다른 점이다. 부등식의 나머지 성질은 등식의 성질과 같다.

교과서 119 쪽

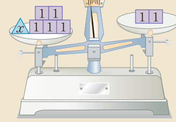
1-3 일차부등식의 풀이

- 일차부등식을 이해한다.
- 부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있다.

일차부등식이란?

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 저울의 왼쪽 접시에는 무게가 x g짜리 추 1개와 1 g짜리 추 5개가 올려져 있고, 오른쪽 접시에는 1 g짜리 추 2개가 올려져 있다. 다음 물음에 답하여 보자.



1 저울이 왼쪽으로 기울어져 있을 때, 부등식으로 나타내어 보자.
2 양쪽에서 1 g짜리 추 2개를 내려 놓았을 때, 부등식으로 나타내어 보자.
3 2에서 좌변의 다항식의 차수를 말하여 보자.

부등식

$$x+5>2 \quad \cdots\cdots ①$$

의 양변에서 2를 빼면 다음과 같다.

$$x+5-2>2-2$$
$$x+5-2>0 \quad \cdots\cdots ②$$
$$x+3>0 \quad \cdots\cdots ③$$

이때 ②는 ①의 우변에 있던 +2가 좌변으로 옮겨지며 −2가 되었음을 알 수 있다.

이와 같이 부등식에서도 등식의 경우와 마찬가지로 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 이항할 수 있다.

$2x-4<2$ → 이항 → $2x<2+4$

한편 ③의 좌변 $x+3$은 일차식이다.

❶ ③과 같이 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

(일차식)>0, (일차식)<0, (일차식)≥0, (일차식)≤0

중의 한 가지 꼴로 변형되는 부등식을 x에 관한 **일차부등식**이라고 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 일차부등식(一次不等式, linear inequality)

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 저울에서 양쪽 접시의 추를 내려 놓는 것을 부등식으로 나타내어 부등식에서 상수항의 이항을 직관적으로 이해하게 하려는 것이다.

1. 왼쪽 접시 위의 추의 무게는 $(x+5)$ g이고, 오른쪽 접시 위의 추의 무게는 2 g이다. 이때 저울이 왼쪽으로 기울어져 있으므로 왼쪽 접시 위의 추가 더 무겁다.
따라서 $x+5>2$이다.

2. 저울의 양쪽 접시에서 1 g짜리 추 2개를 동시에 내려 놓았으므로 저울이 기울어진 방향은 변하지 않는다.
따라서 $x+3>0$이다.

3. 좌변 $x+3$의 차수는 **일차**이다.

1-3 일차부등식의 풀이

소단원 지도 목표

① 일차부등식의 의미를 알 수 있게 한다.
② 부등식의 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있게 한다.
③ 일차부등식의 해를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 일차부등식임을 확인하기 위해서는 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리해야 함을 예를 통해 지도한다.

2. 일차부등식의 해를 구할 때에는 일차방정식에서 등식의 성질을 이용한 것과 같이 부등식의 성질을 이용하여 풀되 부등호의 방향에 유의하도록 한다.

3. 부등식의 해는 수직선 위에 나타낼 수 있도록 하여 해의 의미를 직관적으로 이해하게 한다.

본문 해설

❶ 일차부등식을 구별할 때에는 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 후에 구별하도록 한다. 예를 들어 $3x<3(x+2)$의 모든 항을 좌변으로 옮겨 정리하면 $-6<0$이므로 일차부등식이 아니다.

지/도/자/료

부등식에서의 이항은 부등식의 성질을 일반화한 것임을 이해하도록 지도한다.

교과서 120 쪽

문제 다음 중 일차부등식을 모두 찾아라.

㉠ $7x<7(x+1)$	㉡ $x^2-2x<x^2+3$
㉢ $3x-1>2x+1$	㉣ $x^2+2x-1\geq 0$

부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식을 어떻게 푸는가?

창의력 기르기

나이아가라 폭포

나이아가라 폭포는 미국 뉴욕 주와 캐나다 온타리오 주 사이의 국경을 이루고 있는 나이아가라 강에 있으며 북아메리카에서 가장 큰 폭포이다. 나이아가라 폭포는 말굽 폭포로 불리는 캐나다 폭포와 미국 폭포 그리고 브라이들베일 폭포로 이루어져 있다. 이 중에서 미국 폭포의 높이는 51 m이고, 이 높이는 캐나다 폭포의 높이보다 2 m 이상 높다.

탐구 활동

캐나다 폭포의 높이를 x m라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어 보자.

$$x+2 \ \square \ 51$$

2 **1**의 부등식의 좌변에 x를 포함한 항만 남기기 위해서는 부등식의 기본 성질을 어떻게 이용해야 하는지 말하여 보자.

❶ 식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식

$$x+2>3$$

을 풀어 보자.

부등식의 양변에서 2를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

$$x+2-2>3-2$$

이고, 이것을 정리하면

$$x>1$$

이다. 이때 1보다 큰 수는 모두 일차부등식 $x+2>3$을 만족시킨다.

목표| 일차부등식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $7x<7(x+1)$

$7x<7x+7$, $-7<0$

⇨ 일차부등식이 아니다.

㉡ $x^2-2x<x^2+3$

$-2x-3<0$

⇨ 일차부등식이다.

㉢ $3x-1>2x+1$

$x-2>0$

⇨ 일차부등식이다.

㉣ $x^2+2x-1\geq 0$

⇨ 좌변이 이차식이므로 일차부등식이 아니다.

따라서 일차부등식은 ㉡, ㉢이다.

창의력 기르기 참/고/자/료

나이아가라 폭포는 세계 각지에서 연간 천만 명이 넘는 관광객이 방문하는 국제적인 명소이다. 나이아가라 폭포에 대한 보다 자세한 정보는 나이아가라 폭포 홈페이지(http://www.niagarafalls.ca)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 부등식의 성질을 이용하여 부등식을 푸는 방법을 이해하게 하려는 것이다.

1. 캐나다 폭포의 높이를 x m라고 하면 미국 폭포의 높이는 캐나다 폭포의 높이보다 2 m 이상 높으므로

$x+2$ $\boxed{\leq}$ 51

2. 부등식 $x+2\leq 51$의 좌변에 x를 포함한 항만 남기기 위해서는 **부등식의 양변에서 2를 빼면 된다.**

⇨ $x+2-2\leq 51-2$

$x\leq 49$

본문 해설

❶ 방정식을 풀 때 등식의 성질을 이용하여 푼 것과 같이 부등식을 풀 때에는 부등식의 성질을 이용하여 푼다.

예를 들어 방정식 $x+2=3$의 해는 등식의 성질을 이용하여 양변에서 2를 빼어 구할 수 있다.

즉, $x+2-2=3-2$, $x=1$

마찬가지로 부등식 $x+2>3$의 해는 부등식의 성질을 이용하여 양변에서 2를 빼어 구할 수 있다.

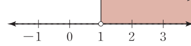
즉, $x+2-2>3-2$, $x>1$

이때 1보다 큰 수는 모두 부등식 $x+2>3$을 만족한다.

지/도/자/료

1-1에서는 주어진 값을 부등식에 대입하여 참이 되게 하는 해를 구했다. 하지만 범위가 수 전체일 때에는 값을 대입하여 해를 구하는 것이 쉽지 않으므로 부등식의 성질을 이용하여 부등식의 해를 구한다는 것을 알게 한다.

❶ …서 일차부등식 $x+2>3$의 해는 $x>1$이고 이것을 수직선 위에 나타내면 …과 같다.



이와 같이 일차부등식을 풀 때에는 부등식의 기본 성질을 이용하여 주어진 부등식을 다음과 같은 꼴로 고쳐서 해를 구한다.

$x>$(수), $x<$(수), $x\geq$(수), $x\leq$(수)

❷ 해가 $x>3$인 경우에 3은 해가 아니므로 (1)과 같이 ∘로 나타내고, 해가 $x\geq3$인 경우에 3은 해이므로 (2)와 같이 •로 나타낸다.



예제 1 다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

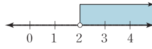
(1) $x+3>5$ (2) $-2x\geq6$

● 풀이 (1) 부등식의 양변에서 3을 빼면

$x+3-3>5-3$

$x>2$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

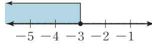


(2) 부등식의 양변을 -2로 나누면

$-2x\div(-2)\leq6\div(-2)$

$x\leq-3$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

답 ● (1) $x>2$ (2) $x\leq-3$

문제 2 다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $x+3<2$ (2) $x-2\leq4$

(3) $\frac{1}{3}x>2$ (4) $-4x\geq-8$

본문 해설

❶ 부등식의 해는 대부분 범위로 나타나므로 일반적으로 해의 개수가 무수히 많다. 부등식의 해를 수직선 위에 나타내면 이를 직관적으로 이해할 수 있다.

❷ 기하학에서 점과 직선은 무정의 용어이지만 일차부등식의 해를 수직선 위에 나타낼 때에는 직관적으로 이해할 수 있도록 부등호에 따라 '•', '∘'을 사용한다. 즉, '•'을 사용하는 경우는 이 점에 대응하는 수가 주어진 부등식의 해에 포함됨을 나타내고, '∘'을 사용하는 경우는 이 점에 대응하는 수가 부등식의 해에 포함되지 않음을 나타낸다.

2

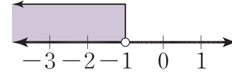
목표 | 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | (1) 부등식의 양변에서 3을 빼면

$x+3-3<2-3$

$x<-1$

해를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.

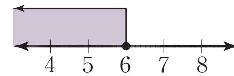


(2) 부등식의 양변에 2를 더하면

$x-2+2\leq4+2$

$x\leq6$

해를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.

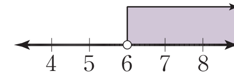


(3) 부등식의 양변에 3을 곱하면

$\frac{1}{3}x\times3>2\times3$

$x>6$

해를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.

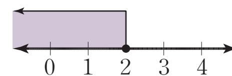


(4) 부등식의 양변을 -4로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로

$-4x\div(-4)\leq-8\div(-4)$

$x\leq2$

해를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



교과서 122 쪽

예 제 2 일차부등식 $3x-1\le 2x$를 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

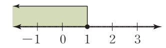
$x\le 1$에서 1은 해이므로 •로 나타낸다.

❶ x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-2x\le 1$$

좌변을 간단히 하면 $x\le 1$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



답 ● $x\le 1$

문제 3 다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $3x<-x+12$ (2) $2x+7\le 4x-3$

(3) $2x+2>x+6$ (4) $2x-3\ge 5x-15$

부등식에 괄호가 있으면 먼저 괄호를 풀어 정리한 후 부등식을 푼다.

예 제 3 일차부등식 $3(2+x)<-1-4x$를 풀어라.

괄호가 있는 부등식을 풀 때에는 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 푼다.

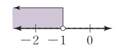
● 풀이 괄호를 풀면 $6+3x<-1-4x$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x+4x<-1-6$$

양변을 간단히 하면 $7x<-7$

양변을 7로 나누면 $x<-1$



답 ● $x<-1$

문제 4 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $3(x-4)<4(x+2)$ (2) $7-3x\le 4(2-x)$

(3) $5(x+4)>2x-1$ (4) $2(x-3)\ge -3(x-2)$

본문 해설

❶ 일차부등식을 풀 때에는 부등식의 성질을 이용하는 것보다 이항을 이용하는 것이 더 간편하다. 특히 이항을 할 때에는 부등호의 방향이 바뀌지 않지만 이항하는 항의 부호는 바뀜에 유의하도록 한다.

참고| 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 나눌 때 부등호의 방향이 바뀌는 것과 이항은 구별할 수 있도록 한다.

3

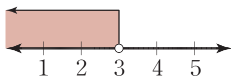
목표| 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) x를 포함한 항을 좌변으로 이항하면 $3x+x<12$

좌변을 간단히 하면 $4x<12$

양변을 4로 나누면 $\boldsymbol{x<3}$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

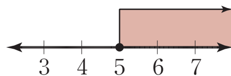


(2) x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $2x-4x\le -3-7$

양변을 간단히 하면 $-2x\le -10$

양변을 -2로 나누면 $\boldsymbol{x\ge 5}$

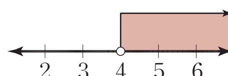
해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(3) x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $2x-x>6-2$

양변을 간단히 하면 $\boldsymbol{x>4}$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

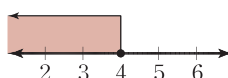


(4) x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $2x-5x\ge -15+3$

양변을 간단히 하면 $-3x\ge -12$

양변을 -3으로 나누면 $\boldsymbol{x\le 4}$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



4

목표| 괄호가 있는 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 괄호를 풀면 $3x-12<4x+8$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $3x-4x<8+12$

양변을 간단히 하면 $-x<20$

양변을 -1로 나누면 $\boldsymbol{x>-20}$

(2) 괄호를 풀면 $7-3x\le 8-4x$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $-3x+4x\le 8-7$

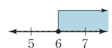
양변을 간단히 하면 $\boldsymbol{x\le 1}$

(3) 괄호를 풀면 $5x+20>2x-1$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $5x-2x>-1-20$

양변을 간단히 하면 $3x>-21$

양변을 3으로 나누면 $\boldsymbol{x>-7}$


① …에서 계수가 소수일 때에는 부등식의 양변에 알맞은 10의 거듭제곱을 곱 … 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 4 일차부등식 $0.4x-1.6\geq 0.2x-0.4$를 풀어라.

● 풀이 양변에 10을 곱하면 $4x-16\geq 2x-4$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$4x-2x\geq -4+16$

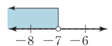
양변을 간단히 하면 $2x\geq 12$

양변을 2로 나누면 $x\geq 6$

답 ● $x\geq 6$

문제 5 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $0.5x-1.8<0.2x$ (2) $0.7x+0.5\leq 0.3x+1.3$


② …에서 계수가 분수일 때에는 부등식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하 … 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 5 일차부등식 $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x<x-\frac{7}{6}$을 풀어라.

● 풀이 양변에 2, 3, 6의 최소공배수인 6을 곱하면

$3x+4x<6x-7$

$7x<6x-7$

x를 포함한 항을 좌변으로 이항하면

$7x-6x<-7$

좌변을 간단히 하면 $x<-7$

답 ● $x<-7$

5

목표| 계수가 소수인 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 양변에 10을 곱하면 $5x-18<2x$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $5x-2x<18$

양변을 간단히 하면 $3x<18$

양변을 3으로 나누면 $\boldsymbol{x<6}$

(2) 양변에 10을 곱하면 $7x+5\leq 3x+13$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $7x-3x\leq 13-5$

양변을 간단히 하면 $4x\leq 8$

양변을 4로 나누면 $\boldsymbol{x\leq 2}$

본문 해설

② 일차부등식의 계수가 분수일 때에는 부등식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다. 이때 부등호의 방향은 바뀌지 않음을 유의하도록 한다.

(4) 괄호를 풀면 $2x-6\geq -3x+6$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $2x+3x\geq 6+6$

양변을 간단히 하면 $5x\geq 12$

양변을 5로 나누면 $\boldsymbol{x\geq \frac{12}{5}}$

본문 해설

① 일차방정식의 계수가 소수일 때에는 계수를 정수로 고쳐서 풀었다. 이와 마찬가지로 일차부등식에서도 계수가 소수일 때에는 부등식의 양변에 10, 100, 1000과 같이 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다. 이때 부등호의 방향은 바뀌지 않음을 유의하도록 한다.

지/도/자/료 일차부등식의 풀이에 대한 오개념 지도

1. 학생들이 일차부등식에서 음의 부호를 이항할 때 부등호의 방향을 바꾸는 오류를 범하기 쉽다.
   예를 들어 $3x-2>9$에서 -2를 이항할 때 부등호의 방향도 함께 바꾸어 $3x<9+2$, 즉 $3x<11$로 답하는 경우가 있는데 이것은 음수를 곱하거나 나눌 때 부등호의 방향이 바뀐다는 사실과 혼동하여 부등호의 방향을 바꾼 것이므로 두 가지 사실을 혼동하지 않도록 지도한다.
2. 일차부등식의 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고칠 때 그 수를 양변의 모든 항에 곱하지 않는 경우가 있다. 그런 실수를 범하지 않게 하기 위해서 좌변과 우변을 각각 괄호로 묶은 다음 양변의 모든 항에 곱하도록 지도한다.
   (예) $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x<x-\frac{7}{6}$은 $6\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x\right)<6\left(x-\frac{7}{6}\right)$과 같이 6을 양변의 모든 항에 곱하여 풀게 한다.

교과서 124 쪽

문제 6 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $\frac{x}{2}-\frac{x-1}{3}\geq 2$　　(2) $\frac{2}{3}x+2>\frac{2}{5}(2x+1)$

이상에서 배운 일차부등식의 풀이 방법을 정리하면 다음과 같다.

일차부등식의 풀이 방법

❶ 계수에 소수나 분수가 있으면 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.
❷ 괄호가 있으면 괄호를 푼다.
❸ 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다.
❹ 양변을 간단히 하여
$ax>b,\ ax<b,\ ax\geq b,\ ax\leq b\,(a\neq 0)$
의 꼴로 고친다.
❺ 양변을 x의 계수 a로 나눈다. 이때 a가 음수이면 부등호의 방향이 바뀐다.

$0.3(2x-3)\leq 3.5x+2$
⇩ ❶
$3(2x-3)\leq 35x+20$
⇩ ❷
$6x-9\leq 35x+20$
⇩ ❸
$6x-35x\leq 20+9$
⇩ ❹
$-29x\leq 29$
⇩ ❺
$x\geq -1$

문제 7 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $3(x+5)>2x+20$　　(2) $-6(x+5)\geq x+5$
(3) $0.5x-4\geq 4.5x-28$　　(4) $\frac{1}{2}x+\frac{5-x}{3}<2$



문제 8 다음 일차부등식을 풀어라.

먼저 소수나 분수를 정수로 고친 후 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

(1) $0.25x\geq \frac{x}{2}-0.3\left(x-\frac{1}{2}\right)$　　(2) $\frac{2x-1}{3}+0.4<0.2(3x-1)$
(3) $0.2x+1<\frac{1}{5}(2x-1)$　　(4) $0.5(x-2)\leq 0.7x-1.2$

6

목표 | 계수가 분수인 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | (1) 양변에 2와 3의 최소공배수인 6을 곱하면　$3x-2(x-1)\geq 12$
괄호를 풀면　$3x-2x+2\geq 12$
상수항을 우변으로 이항하면
$3x-2x\geq 12-2$
양변을 간단히 하면　$\boldsymbol{x\geq 10}$

(2) 양변에 3과 5의 최소공배수인 15를 곱하면
$10x+30>6(2x+1)$
괄호를 풀면　$10x+30>12x+6$
x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면　$10x-12x>6-30$
양변을 간단히 하면　$-2x>-24$
양변을 -2로 나누면　$\boldsymbol{x<12}$

7

목표 | 여러 가지 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | (1) 괄호를 풀면　$3x+15>2x+20$
x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면　$3x-2x>20-15$
양변을 간단히 하면　$\boldsymbol{x>5}$

(2) 괄호를 풀면　$-6x-30\geq x+5$
x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면　$-6x-x\geq 5+30,\ -7x\geq 35$
양변을 -7로 나누면　$\boldsymbol{x\leq -5}$

(3) 양변에 10을 곱하면　$5x-40\geq 45x-280$
x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면　$5x-45x\geq -280+40,\ -40x\geq -240$
양변을 -40으로 나누면　$\boldsymbol{x\leq 6}$

(4) 양변에 2와 3의 최소공배수인 6을 곱하면
$3x+2(5-x)<12,\ 3x+10-2x<12$
상수항을 우변으로 이항하면　$3x-2x<12-10$
$\boldsymbol{x<2}$

8

목표 | 여러 가지 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | (1) 양변에 100을 곱하면　$25x\geq 50x-30\left(x-\frac{1}{2}\right)$
괄호를 풀면　$25x\geq 50x-30x+15,\ 5x\geq 15$
양변을 5로 나누면　$\boldsymbol{x\geq 3}$

(2) 양변에 30을 곱하면　$10(2x-1)+12<6(3x-1)$
괄호를 풀면　$20x-10+12<18x-6,\ 2x<-8$
양변을 2로 나누면　$\boldsymbol{x<-4}$

(3) 양변에 10을 곱하면　$2x+10<2(2x-1)$
괄호를 풀면　$2x+10<4x-2,\ -2x<-12$
양변을 -2로 나누면　$\boldsymbol{x>6}$

(4) 양변에 10을 곱하면　$5(x-2)\leq 7x-12$
괄호를 풀면　$5x-10\leq 7x-12,\ -2x\leq -2$
양변을 -2로 나누면　$\boldsymbol{x\geq 1}$

교과서 125 쪽

1-4 일차부등식의 활용

● 일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

일차부등식을 어떻게 활용하는가?

창의력 기르기

아름다운 정원 소쇄원



전라남도 담양에 있는 소쇄원은 조선 중종 때의 선비 양산보가 건축한 한옥으로 우리나라 전통 정원의 원형을 간직한 곳이다. 또한 담장으로 둘러싸인 소쇄원의 한 가운데는 계곡이 흐르고 있어 우리나라에서 가장 아름다운 조선 시대 정원으로 알려져 있다. 현재 남아 있는 건물은 대봉대와 광풍각 그리고 제월당이 있다.

탐구 활동

소쇄원의 입장료는 1인당 성인은 1000원이고, 중 · 고등학생은 700원이라고 한다. 선생님 한 분과 중학생 몇 명이 소쇄원에 입장하려고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 선생님 한 분과 학생들의 총입장료를 나타낸 다음 표를 완성하여 보자.

학생 수(명)	8	9	10	11	12	13
선생님(명)	1	1	1	1	1	1
총입장료(원)	6600					

2 10000원으로 선생님을 포함하여 몇 명의 학생까지 입장할 수 있는가?

❶ [illegible] 활동에서 입장할 수 있는 학생 수는 다음과 같은 순서로 일차부등식을 세 [illegible] 풀면 구할 수 있다.

구하고자 하는 학생 수를 x명으로 놓는다. ← ❶ 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다.

학생들의 총입장료는 $700x$원이고, 선생님의 입장료 1000원을 더한 금액이 10000원 이하이어야 하므로 부등식

$$700x+1000\leq 10000 \quad \cdots\cdots ①$$

을 얻는다. ← ❷ 문제의 뜻에 알맞게 부등식을 세운다.

1-4 일차부등식의 활용

소단원 지도 목표

① 일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 일차부등식의 활용 문제를 해결할 때에는 미지수가 1개인 부등식만을 다루며, 계산 과정에서 부등호의 방향에 주의하도록 한다.

2. '이상', '이하', '초과', '미만', '보다 작다', '보다 크다' 등을 구분하여 부등식을 세운 다음, 그 해를 구할 수 있도록 지도한다.

3. 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 반드시 확인해야 함을 강조하여 지도한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

소쇄원은 자연과 인공을 조화시킨 조선 중기의 대표적인 원림으로 우리나라 선비의 고고한 품성과 절의가 풍기는 아름다움이 있다. 이러한 이유로 1981년에 국가 사적 304호로 지정되었고, 현재는 명승 제40호로 변경되었다. 소쇄원이라는 이름은 양산보의 호에서 비롯되었으며, 맑고 깨끗하다는 뜻이 담겨 있다. 소쇄원에 대한 보다 자세한 정보는 담양 문화관광 홈페이지(http://tour.damyang.go.kr)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있도록 하려는 것이다.

1.

학생 수(명)	8	9	10	11	12	13
선생님(명)	1	1	1	1	1	1
총입장료(원)	6600	**7300**	**8000**	**8700**	**9400**	**10100**

2. 10000원으로 선생님 한 분과 **12명**의 학생까지 입장할 수 있다.

본문 해설

❶ 일차부등식에서 실생활과 관련된 문제를 풀 때에는 다음 순서로 푸는 것이 편리하다.

(1) 문제 이해 단계
문제의 뜻을 이해하고, 구하려는 것을 미지수 x로 놓는다.

(2) 식 세우기 단계
수량 사이의 관계를 찾아서 부등식으로 나타낸다.

(3) 식 풀기 단계
부등식을 풀어서 x값의 범위를 구한다.

(4) 검토 단계
구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

본문 해설

❶ 사람의 수, 물건의 수 등과 관련된 실생활 문제를 부등식을 이용하여 풀 때에는 구하는 답이 자연수이어야 하므로 구한 부등식의 해 중에서 알맞은 답을 찾아야 한다.

❷ 부등식에 관계되는 실생활 문제를 해결할 때에는 일차방정식의 활용 문제와 같은 방법으로 해결하되 계산 과정에서 부등호의 방향에 유의한다.

교과서 126 쪽

따라서 이 부등식을 풀면

$$x\le 12\frac{6}{7}$$

❸ 부등식을 푼다.

❶ … x는 자연수이므로 10000원으로 선생님 … 함하여 학생은 12명까지 입장할 수 있다.

한편 $x=12$를 부등식 ①에 대입하면

$$700\times 12+1000\le 10000$$

이므로 문제의 뜻에 맞는다.

❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

❷ …으로 일차부등식을 활용하여 문제를 풀 때에는 다음과 같은 순서로 푼다.

일차부등식을 활용한 문제 해결 순서

❶ 문제의 뜻을 파악하고, 구하고자 하는 값을 미지수 x로 놓는다.
❷ 문제의 뜻에 알맞게 부등식을 세운다.
❸ 부등식을 푼다.
❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

예 제 1

준이는 꽃 가게에서 한 송이에 1200원 하는 장미를 포장하여 사려고 한다. 포장하는 가격이 1000원이라고 할 때, 준이는 15000원을 가지고 장미를 몇 송이까지 살 수 있는가?



먼저 무엇을 x로 놓을지 정해야 한다.

풀이 장미 x 송이의 값은 $1200x$원이고, 포장하는 가격은 1000원이다.
장미를 살 때 드는 돈이 15000원 이하이어야 하므로

$$1200x+1000\le 15000$$

이 부등식을 풀면

$$x\le 11\frac{2}{3}$$

그런데 x는 자연수이므로 준이는 장미를 11송이까지 살 수 있다.

장미를 11송이 사면 $1200\times 11+1000=14200$(원)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

답 11송이

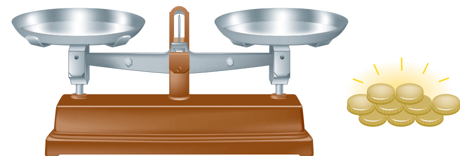
지/도/자/료

1. 방정식의 활용과 마찬가지로 학생들에게는 활용 문제의 식을 세우는 것이 쉽지 않다. 따라서 간단하고 쉬운 내용을 중심으로 식을 세우는 충분한 연습을 할 수 있도록 지도한다. 이때 교과서 이외의 다양한 문제들을 제시해 주고 모둠별로 협력하여 식을 세울 수 있도록 하는 것도 효과적이다.

2. 하위 수준의 학생들에게는 문제의 식을 세우고 푸는 과정에 설명을 삽입하고, 빈칸 채우기 등으로 유도하거나 문제를 여러 부분의 문제로 나누고 지도하는 것이 효과적이다. 상위 수준의 학생들에게는 일상생활에서 부등식으로 해결할 수 있는 것들을 찾아보게 하고, 부등식의 해가 갖는 의미를 충분히 탐구하도록 지도한다.

읽/기/자/료 무거운 금화 찾기

모양과 크기가 같은 금화 9개가 있다. 8개의 금화는 무게가 같고, 한 개의 금화만 무게가 다른 금화보다 무겁다고 한다. 접시저울을 사용하여 무거운 금화를 찾을 때, 접시저울을 가장 적게 사용하는 횟수는 몇 번인가? (단, 우연히 찾아지는 경우는 제외한다.)



답: 2번

교과서 127 쪽

문제 |

현재 세린이가 모은 용돈은 20000원이고, 동생이 모은 용돈은 40000원이다. 다음 달부터 세린이는 매월 4000원씩 모으고, 동생은 매월 2500원씩 모은다고 할 때, 세린이가 모은 용돈이 동생이 모은 용돈보다 많아지는 것은 몇 개월 후부터인가?





문제해결 연속한 세 자연수의 합이 48보다 클 때, 이와 같은 수 중에서 가장 작은 세 자연수를 구하는 부등식을 세우고, 서로 비교하여 보자.

예제 2

자전거 도로를 이용하여 갈 때는 시속 20 km로, 올 때는 시속 15 km로 달려서 2시간 20분 이내로 돌아오려고 한다. 최대 몇 km 떨어진 곳까지 다녀올 수 있는지 구하여라.



● (시간) $=\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$

● 풀이 다녀온 거리를 x km라고 하면 갈 때 걸린 시간은 $\frac{x}{20}$ 시간이고, 올 때 걸린 시간은 $\frac{x}{15}$ 시간이다.

총 2시간 20분 안에 다녀오려면

$$\frac{x}{20}+\frac{x}{15}\le\frac{140}{60},\quad 3x+4x\le140$$

이 부등식을 풀면

$$x\le20$$

따라서 최대 20 km 떨어진 곳까지 다녀올 수 있다.

● 20 km를 다녀올 때 걸린 시간은 $\frac{20}{20}+\frac{20}{15}=\frac{140}{60}$(시간)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

답 ● 20 km

문/제/해/결

|출제 의도| 다양한 방법으로 구하고자 하는 미지수를 결정해 봄으로써 간단한 풀이를 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 처음 시작하는 수를 x로 놓는 경우는 연속하는 세 자연수가 x, $x+1$, $x+2$이므로

$x+(x+1)+(x+2)>48$

$3x+3>48$

가운데 수를 x로 놓는 경우는 연속한 세 자연수가 $x-1$, x, $x+1$이므로

$(x-1)+x+(x+1)>48$

$3x>48$

따라서 가운데 수를 x로 놓는 경우가 좌변이 $3x$로 이항을 생략하여 보다 간단하게 해를 구할 수 있다.

|

목표| 일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| x개월 후 세린이가 모은 용돈은 $(20000+4000x)$원이고, 동생이 모은 용돈은 $(40000+2500x)$원이다. x개월 후부터 세린이가 모은 용돈이 동생이 모은 용돈보다 많아지므로

$20000+4000x>40000+2500x$

이 부등식을 풀면 $x>13\frac{1}{3}$

그런데 x는 자연수이므로 **14개월** 후부터 세린이가 모은 용돈이 동생이 모은 용돈보다 많아진다.

한편 14개월 후 세린이가 모은 용돈은

$20000+4000\times14=76000$(원)이고, 동생이 모은 용돈은 $40000+2500\times14=75000$(원)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

기/초/력 향상 문제

1 어떤 자연수의 5배에서 1을 뺀 것은 그 수의 2배에서 5를 더한 것보다 크다고 한다. 어떤 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

2 밑변의 길이가 8 cm, 높이가 x cm인 삼각형의 넓이가 40 cm^2 이상이 되게 하려고 한다. 이때 x값의 범위를 구하여라.

답 **1** 3 **2** $x\ge10$

2

목표| 일차부등식을 활용하여 시간, 속력, 거리에 관한 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 혜인이가 걸어간 거리를 x km라고 하면 달려간 거리는 $(6-x)$ km이다. 따라서 걸어간 시간은 $\frac{x}{4}$시간, 달려간 시간은 $\frac{(6-x)}{8}$시간이고 1시간 이내에 도서관에 도착해야 하므로 $\frac{x}{4}+\frac{(6-x)}{8}\leq 1$

이 부등식을 풀면 $x\leq 2$

따라서 혜인이는 집에서 **2 km** 지점까지 걸어가도 된다.

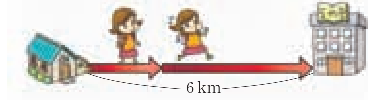
한편 혜인이가 집에서 2 km 지점까지 걸어가면 도서관까지 가는 데 걸리는 시간은

$\frac{2}{4}+\frac{6-2}{8}=1$(시간)

이므로 문제의 뜻에 맞는다.

교과서 128 쪽

문제 2 혜인이네 집에서 도서관까지의 거리는 6 km이다. 혜인이가 집을 출발하여 처음에는 시속 4 km로 걷다가 어느 지점에서부터 시속 8 km로 달려서 1시간 이내에 도서관에 도착하려고 한다. 혜인이는 집에서 몇 km 지점까지 걸어가도 되는가?



발전 문제 3 우리나라의 고속 철도인 케이티엑스(KTX)가 하나는 서울을 향하여 시속 220 km로 달리고 있고, 다른 하나는 부산을 향하여 시속 230 km로 달리다가 대전역에서 만났다. 이 두 기차가 대전역에서 동시에 출발한 지 몇 분 후에 두 기차 사이의 거리가 180 km 이상이 되겠는가? (단, 기차의 길이는 생각하지 않는다.)



창의 UP

집 근처 가게에서는 한 봉지당 1500원인 과자가 할인 매장에서는 1300원이라고 한다. 그런데 할인 매장에 다녀오기 위해서는 1400원의 교통비가 든다고 한다. 이때 과자를 적어도 몇 봉지 이상 사야 할인 매장에 가는 것이 유리한지 알아보는 방법을 설명하여라.



3

목표| 일차부등식을 활용하여 시간, 속력, 거리에 관한 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 대전역에서 동시에 출발한 후 x시간 동안 서울행 케이티엑스(KTX)가 달린 거리는 $220x$ km이고, 부산행 케이티엑스가 달린 거리는 $230x$ km이므로

$220x+230x\geq 180$

이 부등식을 풀면 $x\geq \frac{2}{5}=0.4$

따라서 $0.4\times 60=$**24(분)** 후면 두 기차 사이의 거리는 180 km 이상이 된다.

한편 대전역에서 출발한 지 24분 후면

$220\times 0.4+230\times 0.4=180$(km)

이므로 문제에 뜻에 맞는다.

창의 UP

|출제 의도| 일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 과자를 x봉지 산다고 하면 집 근처 가게에서 살 경우는 $1500x$원이 들고, 할인 매장에서 살 경우는 $(1300x+1400)$원이 든다.

할인 매장에서 살 경우에 비용이 더 적게 들어야 하므로

$1300x+1400<1500x$

이 부등식을 풀면 $x>7$

따라서 과자를 8봉지 이상 사야 할인 매장에 가는 것이 유리하다.

과자 8봉지를 집 근처 가게에서 사면

$1500\times 8=12000$(원)이고, 할인 매장에서 사면

$1300\times 8+1400=11800$(원)이므로 문제의 뜻에 맞는다.

교과서 129 쪽

중/단/원 기초

부등호 <, >, ≤, ≥를 사용하여 수 또는 식의 대소 관계를 나타낸 식을 부등식이라고 한다.

1 다음 중에서 부등식을 모두 찾아라.

㉠ $2x-8$ ㉡ $7-3<5$
㉢ $3x+6\geq 5$ ㉣ $5x-2=3x+1$

부등식의 양변에 음수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다.

2 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a+3$ □ $b+3$ (2) $a-3$ □ $b-3$
(3) $\frac{4}{5}a$ □ $\frac{4}{5}b$ (4) $-\frac{4}{5}a$ □ $-\frac{4}{5}b$

3 다음 부등식에서 $x=2$일 때, 참인 것을 모두 찾아라.

㉠ $2-x<0$ ㉡ $x-1>0$
㉢ $4-x\geq 3$ ㉣ $-3+4x\geq 1$

4 다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $3x<8-x$ (2) $-2x>x+9$
(3) $5x\leq -1-4x$ (4) $5x-3\geq 3x-5$

5 한 번에 1000 kg까지 운반할 수 있는 엘리베이터가 있다. 몸무게의 합이 160 kg인 두 사람이 이 엘리베이터로 1개에 30 kg인 물건을 운반할 때, 한 번에 몇 개까지 운반할 수 있는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.
(단, 두 사람은 반드시 엘리베이터에 탄다.)

(1) 물건을 x개 운반한다면 물건의 총무게는 몇 kg인가?
(2) 조건에 알맞은 부등식을 만들어라.
(3) (2)에서 만든 부등식을 풀어라.
(4) 물건을 한 번에 몇 개까지 운반할 수 있는가?

중/단/원 기초

1

목표| 부등식의 의미를 이해하고, 부등식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $2x-8$은 다항식이다.
㉡ $7-3<5$는 부등식이다.
㉢ $3x+6\geq 5$는 부등식이다.
㉣ $5x-2=3x+1$은 방정식이다.
따라서 부등식은 ㉡, ㉢이다.

2

목표| 부등식의 기본 성질을 알게 한다.

풀이| (1) $a<b$의 양변에 3을 더하면 $a+3$ $\boxed{<}$ $b+3$
(2) $a<b$의 양변에서 3을 빼면 $a-3$ $\boxed{<}$ $b-3$
(3) $a<b$의 양변에 $\frac{4}{5}$를 곱하면 $\frac{4}{5}a$ $\boxed{<}$ $\frac{4}{5}b$
(4) $a<b$의 양변에 $-\frac{4}{5}$를 곱하면 $-\frac{4}{5}a$ $\boxed{>}$ $-\frac{4}{5}b$

3

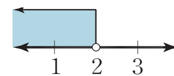
목표| 주어진 값이 참이 되게 하는 부등식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $2-x<0$에 $x=2$를 대입하면
$2-2=0=0$이므로 거짓이다.
㉡ $x-1>0$에 $x=2$를 대입하면
$2-1=1>0$이므로 참이다.
㉢ $4-x\geq 3$에 $x=2$를 대입하면
$4-2=2<3$이므로 거짓이다.
㉣ $-3+4x\geq 1$에 $x=2$를 대입하면
$-3+8=5\geq 1$이므로 참이다.
따라서 $x=2$일 때 참인 것은 ㉡, ㉣이다.

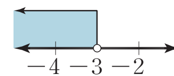
4

목표| 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

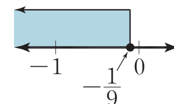
풀이| (1) $3x<8-x$를 풀면 $\boldsymbol{x<2}$



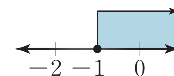
(2) $-2x>x+9$를 풀면 $\boldsymbol{x<-3}$



(3) $5x\leq -1-4x$를 풀면 $\boldsymbol{x\leq -\frac{1}{9}}$



(4) $5x-3\geq 3x-5$를 풀면 $\boldsymbol{x\geq -1}$



5

목표| 일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 한 개에 30 kg이므로 x개는 **$30x$ kg**이다.
(2) 엘리베이터는 한 번에 1000 kg까지 운반할 수 있으므로 $\boldsymbol{30x+160\leq 1000}$
(3) $30x+160\leq 1000$에서 $\boldsymbol{x\leq 28}$
(4) 물건을 한 번에 **28개**까지 운반할 수 있다.

중/단/원 기본

1

목표| 수량 사이의 대소 관계를 부등식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $\mathbf{4x>6-x}$

(2) $\mathbf{x\geq 1.5}$

(3) $\mathbf{x\leq 4}$

(4) $\mathbf{x+15\geq 2x}$

2

목표| 부등식의 성질을 이용하여 식의 값의 범위를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $x\leq 3$의 양변에 1을 더하면

$x+1\leq 3+1$, $\mathbf{x+1\leq 4}$

(2) $x\leq 3$의 양변에서 3을 빼면

$x-3\leq 3-3$, $\mathbf{x-3\leq 0}$

(3) $x\leq 3$의 양변에 2를 곱하면

$2\times x\leq 2\times 3$, $\mathbf{2x\leq 6}$

(4) $x\leq 3$의 양변을 -3으로 나누면

$\dfrac{x}{-3}\geq\dfrac{3}{-3}$, $\mathbf{-\dfrac{x}{3}\geq -1}$

교과서 130 쪽

중/단/원 기본

수준별

부등식

1 다음 관계를 부등식으로 나타내어라.

(1) x의 4배는 6에서 x를 뺀 값보다 크다.

(2) 어떤 놀이 기구는 키 x m가 1.5 m 이상인 사람만 이용할 수 있다.

(3) 냉장실의 온도 x ℃는 4 ℃ 이하이다.

(4) 민영이의 15년 후 나이는 현재 나이 x살의 2배 이상이다.

부등식의 기본 성질

2 $x\leq 3$일 때, 다음 식의 값의 범위를 구하여라.

(1) $x+1$　(2) $x-3$　(3) $2x$　(4) $-\dfrac{x}{3}$

일차부등식과 그 풀이

3 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $3x+2(4-x)<5$　(2) $3(x+2)\geq 4(2x-1)$

일차부등식과 그 풀이

4 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $\dfrac{1}{2}x\geq\dfrac{x}{4}+\dfrac{3}{2}$　(2) $0.7x+0.3\leq 0.9x+0.5$

(3) $\dfrac{x-3}{7}\geq 1.6-0.5x$　(4) $\dfrac{2}{3}x+2\geq 0.4(2x+1)$

일차부등식의 활용

5 임팔라는 사자에게 잡아먹히지 않기 위하여 도망갈 때는 한 번에 12.2 m까지 뛸 수 있다고 한다. 임팔라는 사자가 뛰는 거리의 2배에서 9.8 m를 뺀 거리 이상 뛴다고 할 때, 사자는 한 번에 몇 m까지 뛸 수 있는지 구하여라.



3

목표| 괄호가 있는 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 괄호를 풀면　$3x+8-2x<5$

상수항을 우변으로 이항하면　$3x-2x<5-8$

양변을 간단히 하면　$\mathbf{x<-3}$

(2) 괄호를 풀면　$3x+6\geq 8x-4$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면　$3x-8x\geq -4-6$

양변을 간단히 하면　$-5x\geq -10$, $\mathbf{x\leq 2}$

4

목표| 계수가 소수 또는 분수인 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 양변에 4를 곱하면　$2x\geq x+6$

$2x-x\geq 6$, $\mathbf{x\geq 6}$

(2) 양변에 10을 곱하면　$7x+3\leq 9x+5$

$7x-9x\leq 5-3$, $\mathbf{x\geq -1}$

(3) 양변에 70을 곱하면　$10(x-3)\geq 112-35x$

$10x-30\geq 112-35x$, $10x+35x\geq 112+30$

$\mathbf{x\geq\dfrac{142}{45}}$

(4) 양변에 30을 곱하면　$20x+60\geq 12(2x+1)$

$20x+60\geq 24x+12$, $20x-24x\geq 12-60$

$\mathbf{x\leq 12}$

5

목표| 일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 사자가 한 번에 뛸 수 있는 거리를 x m라 하고 부등식을 세우면　$2x-9.8\leq 12.2$

이 일차부등식을 풀면　$x\leq 11$

따라서 사자는 **11 m까지** 뛸 수 있다.

교과서 131 쪽

중 / 단 / 원 실력

1 x가 $-5\le x<2$인 정수일 때, 부등식 $2x-1\le 3x+3$의 해를 구하여라.

• 부등식의 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

2 $a>b>0$일 때, $\frac{1}{a}$과 $\frac{1}{b}$의 대소를 비교하여라.

3 다음 두 일차부등식의 해가 같을 때, a의 값을 구하여라.

$\frac{2}{5}x-4\ge -2$, $3(1-x)\le a$

4 x에 관한 일차부등식 $4x-1\le 2x-k$를 만족시키는 자연수 x가 1, 2, 3 뿐일 때, k의 범위를 구하여라.

• 역에서 상점까지의 거리를 x km라 하고 푼다.

5 민호는 역에서 상점까지 시속 4 km로 걸어가서 물건을 사려고 한다. 기차 출발 시각까지 1시간이 남았고 상점에서 물건을 사는 데에는 15분이 걸린다면, 상점이 역에서부터 몇 km의 범위 내에 있어야 물건을 살 수 있는지 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표 | x의 범위가 주어졌을 때, 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | x는 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1이고 부등식 $2x-1\le 3x+3$은 $x=-4$, $x=-3$, $x=-2$, $x=-1$, $x=0$, $x=1$일 때 참이 된다.
따라서 구하는 해는 $\mathbf{-4, -3, -2, -1, 0, 1}$이다.

2

목표 | 부등식의 기본 성질을 이용하여 두 수의 대소 관계를 비교할 수 있게 한다.

풀이 | $a>b>0$이므로 $ab>0$이다. 따라서 부등식 $a>b$의 양변을 ab로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로 $a\div ab>b\div ab$, $\boldsymbol{\frac{1}{b}>\frac{1}{a}}$

3

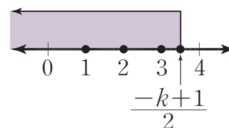
목표 | 해가 같은 일차부등식을 이용하여 a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이 | $\frac{2}{5}x-4\ge -2$에서 $2x-20\ge -10$
$2x\ge 10$, $x\ge 5$
$3(1-x)\le a$에서 $3-3x\le a$
$-3x\le a-3$, $x\ge \frac{a-3}{-3}$
따라서 $\frac{a-3}{-3}=5$이므로 $\mathbf{a=-12}$

4

목표 | 일차부등식을 만족시키는 자연수를 이용하여 k값의 범위를 구할 수 있게 한다.

풀이 | $4x-1\le 2x-k$에서 $4x-2x\le -k+1$
$2x\le -k+1$, $x\le \frac{-k+1}{2}$
그런데 부등식을 만족시키는 자연수가 1, 2, 3의 3개이므로



$3\le \frac{-k+1}{2}<4$
$\mathbf{-7<k\le -5}$

5

목표 | 일차부등식을 활용하여 시간, 속력, 거리에 대한 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | 역에서 상점까지의 거리를 x km라고 하면 상점까지 가는 시간은 $\frac{x}{4}$시간, 물건을 사는 시간은 15분, 상점에서 역으로 돌아오는 시간은 $\frac{x}{4}$시간이다.
그런데 15분은 $\frac{1}{4}$시간이므로
$\frac{x}{4}+\frac{1}{4}+\frac{x}{4}\le 1$
$x\le \frac{3}{2}=1.5$
따라서 상점은 **1.5 km 이내**에 있어야 한다.

2 연립일차부등식

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 연립일차부등식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.

② 연립일차부등식을 풀 수 있게 한다.

③ 연립일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	학습 내용
2-1 연립일차부등식	연립일차부등식과 그 해의 의미
	연립일차부등식의 풀이
2-2 연립일차부등식의 활용	연립일차부등식의 활용

교과서 132 쪽

2 연립일차부등식



준비학습

부등식의 기본 성질
$a<b$일 때
• $c>0$이면 $ac<bc$, $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$
• $c<0$이면 $ac>bc$, $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

1 부등식의 기본 성질을 이용하여 다음 부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $x-6>0$　　(2) $x+3\geq5$

(3) $4x<-8$　　(4) $-\frac{x}{3}\leq2$

연립일차방정식
미지수가 2개인 두 일차방정식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 미지수가 2개인 연립일차방정식 또는 간단히 연립방정식이라고 한다.

2 x, y가 자연수일 때, 다음 연립일차방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases}2x+y=5\\-x+2y=5\end{cases}$$

일차부등식의 풀이
미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 푼다.

3 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $x+2<-1$　　(2) $3(x-1)\geq6$

(3) $4x-3<5x+1$　　(4) $\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}>\frac{3}{4}x$

연립일차방정식의 활용
구하고자 하는 것을 x, y로 놓고, 문제의 뜻에 알맞게 연립일차방정식을 세운다.

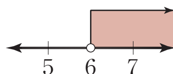
4 어느 박물관의 입장료는 어른이 9000원, 청소년이 8000원이다. 59000원을 내고 어른과 청소년을 합하여 7명이 입장하였을 때, 청소년은 몇 명인지 구하여라.

준비 학습의 해설

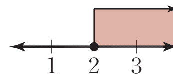
1

목표| 부등식의 기본 성질을 이용하여 부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

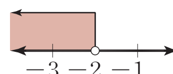
풀이| (1) 양변에 6을 더하면 $\boldsymbol{x>6}$
해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



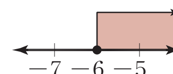
(2) 양변에서 3을 빼면 $\boldsymbol{x\geq2}$
해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(3) 양변을 4로 나누면 $\boldsymbol{x<-2}$
해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(4) 양변에 -3을 곱하면 $\boldsymbol{x\geq-6}$
해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



2

목표| x, y가 자연수일 때 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| $\begin{cases}2x+y=5 & \cdots\cdots ①\\-x+2y=5 & \cdots\cdots ②\end{cases}$

방정식 ①, ②의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

①

x	1	2
y	3	1

②

x	1	3	5	$\cdots$
y	3	4	5	$\cdots$

따라서 구하는 연립일차방정식의 해는 ①과 ②를 동시에 만족시키는 x, y의 순서쌍 **(1, 3)**이다.

3

목표| 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $x<-1-2$, $\boldsymbol{x<-3}$

(2) $3x-3\geq6$, $\boldsymbol{x\geq3}$

(3) $4x-5x<1+3$, $\boldsymbol{x>-4}$

(4) $8x-18>9x$, $\boldsymbol{x<-18}$

교과서 133 쪽

2-1 연립일차부등식

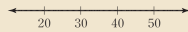
● 연립일차부등식과 그 해의 의미를 이해하고, 이를 풀 수 있다.

연립일차부등식을 어떻게 푸는가?

탐 구 활 동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.



1 120자루의 연필을 한 사람에게 3자루씩 나누어 줄 경우 연필이 남는다는 것을 부등식으로 나타내고, 그 해를 다음 수직선 위에 나타내어 보자.



2 120자루의 연필을 한 사람에게 4자루씩 나누어 줄 경우 연필이 부족하다는 것을 부등식으로 나타내고, 그 해를 다음 수직선 위에 나타내어 보자.



3 **1**과 **2**의 해를 다음 수직선 위에 함께 나타내어 보자.



두 개의 일차부등식

$x+3\leq 5$ …… ①

$2x+3>1$ …… ②

을 동시에 만족시키는 x의 범위를 구하여 보자.

교수 · 학습상의 유의점

1. 연립일차부등식의 해를 구할 때에는 각 일차부등식의 해를 수직선 위에 나타내어 공통부분을 찾게 하여 직관적으로 이해할 수 있게 한다.

2. 부등식에 등호가 있는 경우와 없는 경우를 확실히 구분할 수 있도록 지도한다.

3. 연립일차부등식에서는 해가 없는 경우도 발생함에 유의할 수 있도록 지도한다.

4. $A<B<C$ 꼴의 부등식은

연립일차부등식 $\begin{cases} A<C \\ B<C \end{cases}$, $\begin{cases} A<B \\ A<C \end{cases}$와 같지 않음을 주의하도록 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 연립일차부등식(聯立一次不等式, simultaneous linear inequalities)

• 연립부등식(聯立不等式, simultaneous inequalities)

4

목표| 연립일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 박물관에 입장한 어른을 x명, 청소년을 y명이라 하고 연립일차방정식을 세워 풀면

$\begin{cases} x+y=7 \\ 9000x+8000y=59000 \end{cases}$, $x=3$, $y=4$

따라서 박물관에 입장한 청소년은 **4명**이다.

2-1 연립일차부등식

소단원 지도 목표

① 연립일차부등식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.

② 연립일차부등식의 해는 두 일차부등식의 해의 공통부분의 범위임을 알고 수직선 위에 일차부등식의 해를 나타내어 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

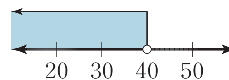
③ $A<B<C$ 꼴의 부등식을 풀 수 있게 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 실생활 문제를 두 개의 일차부등식으로 만들고, 각각의 해를 수직선 위에 나타내어 봄으로써 연립일차부등식의 해의 의미를 알게 하려는 것이다.

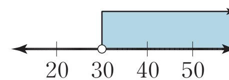
1. 학생 수를 x명이라고 하면 $\mathbf{3x<120}$

$x<40$

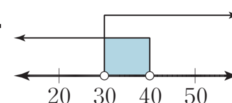


2. 학생 수를 x명이라고 하면 $\mathbf{4x>120}$

$x>30$



3.



본문 해설

❶ 연립일차방정식의 해는 각 방정식의 공통인 해이다. 또 가감법, 대입법으로 두 방정식에서 직접 해를 구할 수 있다. 그러나 연립일차부등식에서는 각 부등식의 해를 따로 구한 후, 수직선으로 나타내어 공통 부분을 구한다.

❷ 일반적으로 연립일차부등식은 2개 이상의 일차부등식을 한 쌍으로 묶어 나타낸 것을 말한다. "수학 ②"에서는 2개의 일차부등식을 한 쌍으로 묶어 나타낸 연립일차부등식만 다루도록 한다.

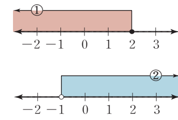
교과서 134 쪽

부등식 ①을 풀면

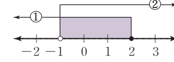
$$x \le 2$$

이고, 부등식 ②를 풀면

$$x > -1$$



❶ 부등식 ①, ②의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 부등식 ①, ②를 동시에 만족시키는 x의 범위는

$$x \le 2 \text{이고 } x > -1$$

이다. 이것을 간단히

$$-1 < x \le 2$$

로 나타낸다.

두 개의 일차부등식

$$x+3 \le 5,\ 2x+3 > 1$$

을 동시에 만족시키는 미지수 x의 범위를 구하는 경우, 두 일차부등식을 한 쌍으로 묶어서

$$\begin{cases} x+3 \le 5 \\ 2x+3 > 1 \end{cases}$$

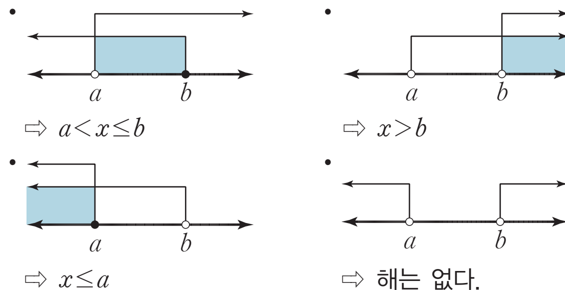
이 나타낸다.

❷ 같이 두 개 이상의 일차부등식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 일차부등식 또는 간단히 **연립부등식**이라고 한다.

또 위에서 $-1 < x \le 2$와 같이 연립일차부등식의 각 일차부등식을 동시에 만족시키는 미지수의 값을 그 연립일차부등식의 해라 하고, 연립일차부등식의 해를 모두 구하는 것을 연립일차부등식을 푼다고 한다.

지/도/자/료

연립일차부등식의 해는 각 부등식의 해를 따로 구한 후, 그 공통부분을 구해야 한다. 이때 두 부등식의 해를 수직선 위에 나타내어 겹쳐지는 부분을 찾는 것이 편리하다는 것을 지도한다. 한편 각 부등식의 해를 수직선 위에 나타낼 때에는 그 해의 부등호의 방향에 유의하도록 한다.



기/초/력 향상 문제

1 다음 연립일차부등식의 해를 구하여라.

(1) $\begin{cases} x>3 \\ x<5 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x \ge 1 \\ x \le 4 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x>5 \\ x \ge 7 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x<4 \\ x \le 6 \end{cases}$

답 **1** (1) $3<x<5$ (2) $1 \le x \le 4$ (3) $x \ge 7$ (4) $x<4$

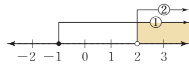
교과서 135 쪽

예 제 1 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} -2x \le x+3 & \cdots\cdots ① \\ 2x-1 > -x+5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+1 \ge -2x+7 & \cdots\cdots ① \\ 3x-2 < x+6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

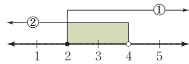
부등식 ①, ②의 해를 각각 구하고, 두 부등식을 동시에 만족시키는 x의 범위를 구한다.

풀이 (1) 부등식 ①을 풀면 $x \ge -1$
부등식 ②를 풀면 $x > 2$
부등식 ①, ②의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $x > 2$이다.

(2) 부등식 ①을 풀면 $x \ge 2$
부등식 ②를 풀면 $x < 4$
부등식 ①, ②의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $2 \le x < 4$이다.

답 (1) $x > 2$ (2) $2 \le x < 4$

문제 1 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 1-2x < 5 \\ x+4 \le 6 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 4x \ge 2x+2 \\ 7-2x < 1+x \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x+3 > 1 \\ 3-x \le 6-4x \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 3x-4 \le 8 \\ 2x+1 > 4x+7 \end{cases}$

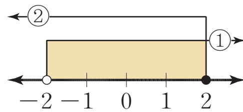


문제 2 문제 1과 같은 연립일차부등식을 만들고, 풀어 보아라.

1

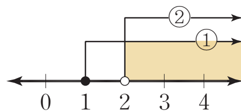
목표 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이 (1) $1-2x < 5$를 풀면 $x > -2$ $\cdots\cdots$ ①
$x+4 \le 6$을 풀면 $x \le 2$ $\cdots\cdots$ ②
①, ②를 수직선 위에 함께 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



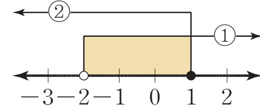
따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-2 < x \le 2}$이다.

(2) $4x \ge 2x+2$를 풀면 $x \ge 1$ $\cdots\cdots$ ①
$7-2x < 1+x$를 풀면 $x > 2$ $\cdots\cdots$ ②
①, ②를 수직선 위에 함께 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



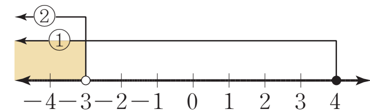
따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x > 2}$이다.

(3) $x+3 > 1$을 풀면 $x > -2$ $\cdots\cdots$ ①
$3-x \le 6-4x$를 풀면 $x \le 1$ $\cdots\cdots$ ②
①, ②를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-2 < x \le 1}$이다.

(4) $3x-4 \le 8$을 풀면 $x \le 4$ $\cdots\cdots$ ①
$2x+1 > 4x+7$을 풀면 $x < -3$ $\cdots\cdots$ ②
①, ②를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x < -3}$이다.

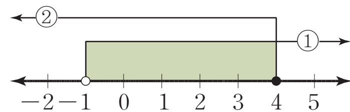
2

출제 의도 연립일차부등식을 푸는 문제를 만들어 봄으로써 연립일차부등식의 풀이를 익힐 수 있게 한다.

예시 다음 연립일차부등식을 풀어라.

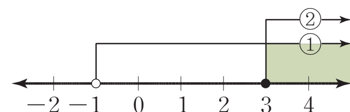
(1) $\begin{cases} x+2 > 1 \\ 2x-6 \le 2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x+2 > x \\ 2x+5 \le 4x-1 \end{cases}$

풀이 (1) $x+2 > 1$을 풀면 $x > -1$ $\cdots\cdots$ ①
$2x-6 \le 2$를 풀면 $x \le 4$ $\cdots\cdots$ ②
①, ②를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-1 < x \le 4}$이다.

(2) $3x+2 > x$를 풀면 $x > -1$ $\cdots\cdots$ ①
$2x+5 \le 4x-1$을 풀면 $x \ge 3$ $\cdots\cdots$ ②
①, ②를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x \ge 3}$이다.

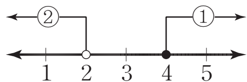
3

목표| 연립일차부등식의 해가 없는 경우를 이해하게 한다.

풀이| (1) $2x-3\geq5$를 풀면 $x\geq4$ ……①

$5x-7<3$을 풀면 $x<2$ ……②

①, ②를 수직선 위에 함께 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

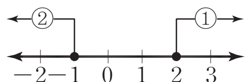


그런데 이 경우는 공통부분이 없으므로 구하는 **해는 없다.**

(2) $x+4\geq6$을 풀면 $x\geq2$ ……①

$4(1-x)\geq8$을 풀면 $x\leq-1$ ……②

①, ②를 수직선 위에 함께 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



그런데 이 경우는 공통부분이 없으므로 구하는 **해는 없다.**

교과서 136 쪽

예 제 2 다음 연립일차부등식을 풀어라.

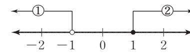
$$\begin{cases}2x+3<1 & \cdots\cdots ① \\ 1-3x\leq-2 & \cdots\cdots ②\end{cases}$$

각 부등식의 해를 한 수직선 위에 나타내었을 때, 겹쳐지는 부분이 없으면 연립일차부등식의 해는 없다.

풀이 부등식 ①을 풀면 $x<-1$

부등식 ②를 풀면 $x\geq1$

부등식 ①, ②의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



그런데 이 경우는 공통부분이 없으므로 구하는 해는 없다.

답 해는 없다.

문제 3 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases}2x-3\geq5 \\ 5x-7<3\end{cases}$ (2) $\begin{cases}x+4\geq6 \\ 4(1-x)\geq8\end{cases}$

$A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식은 두 개의 부등식 $A<B$와 $B<C$를 하나의 식으로 나타낸 것이므로 연립일차부등식 $\begin{cases}A<B \\ B<C\end{cases}$ 와 같다.

예를 들어 연립일차부등식 $2<3x+4<5$는 두 개의 부등식 $2<3x+4$와 $3x+4<5$를 하나의 식으로 나타낸 것이므로 연립일차부등식 $\begin{cases}2<3x+4 \\ 3x+4<5\end{cases}$ 와 같다.

주의 $A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식은 다음과 같이 바꾸어서 풀면 안 된다.

$$\begin{cases}A<B \\ A<C\end{cases}, \begin{cases}A<C \\ B<C\end{cases}$$

지/도/자/료 연립일차부등식의 특수한 해

1. 일차부등식에서는 해의 범위가 주어지지 않은 경우에 해가 없거나 해가 하나의 수인 경우는 발생하지 않는다. 하지만 연립일차부등식에서는 해가 없는 경우 또는 해가 하나의 수인 경우도 발생할 수 있다.

따라서 이 점을 유의하고 연립일차부등식의 해의 의미를 정확히 이해하여 문제를 해결할 수 있도록 지도한다.

2. $a<b$일 때, 다음 연립일차부등식의 해는 없는 것을 지도한다.

① $\begin{cases}x<a \\ x>b\end{cases}$ ② $\begin{cases}x<a \\ x\geq b\end{cases}$ ③ $\begin{cases}x\leq a \\ x>b\end{cases}$ ④ $\begin{cases}x\leq a \\ x\geq b\end{cases}$

예를 들어 두 부등식 $x<-1$, $x\geq2$의 해가 없는 경우를 잘못 이해하여 $2\leq x<-1$ 또는 $-1<x\leq2$ 등으로 잘못 생각하는 경우가 없도록 주의하게 한다.

4

목표| $A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 연립일차부등식은 $\begin{cases}-2<x+2 & \cdots\cdots ① \\ x+2<6 & \cdots\cdots ②\end{cases}$ 과 같다.

부등식 ①을 풀면 $x>-4$

부등식 ②를 풀면 $x<4$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-4<x<4}$이다.

(2) 연립일차부등식은 $\begin{cases}-5<3x+1 & \cdots\cdots ① \\ 3x+1\leq10 & \cdots\cdots ②\end{cases}$ 과 같다.

부등식 ①을 풀면 $x>-2$

부등식 ②를 풀면 $x\leq3$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-2<x\leq3}$이다.

(3) 연립일차부등식은 $\begin{cases}2x-7\leq x+1 & \cdots\cdots ① \\ x+1<3x+5 & \cdots\cdots ②\end{cases}$ 와 같다.

예 제 3 연립일차부등식 $-7<2x-1<3$을 풀어라.

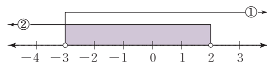
● 풀이 연립일차부등식 $-7<2x-1<3$은 다음 연립일차부등식과 같다.

$$\begin{cases} 2x-1>-7 & \cdots\cdots ① \\ 2x-1<3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $x>-3$

부등식 ②를 풀면 $x<2$

부등식 ①, ②의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $-3<x<2$이다.

답 ● $-3<x<2$

문제 4 다음 연립일차부등식을 풀어라.

 주어진 연립일차부등식을 $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$의 꼴로 바꾸어서 푼다.

(1) $-2<x+2<6$ (2) $-5<3x+1\le 10$

(3) $2x-7\le x+1<3x+5$ (4) $3x<5x+6\le -2x+34$



문제 5 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\dfrac{x-1}{2}\le\dfrac{x}{3}\le\dfrac{3x+5}{4}$ (2) $3-0.6x\le 0.5x-0.3<0.2x-3$

의사소통 연립일차부등식을 풀었더니 $x<a$이고 $x\ge a$이었다. 이것을 수직선 위에 나타내고, 이 연립일차부등식의 해에 대하여 토의하여 보자.

부등식 ①을 풀면 $x\le 8$

부등식 ②를 풀면 $x>-2$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-2<x\le 8}$이다.

(4) 연립일차부등식은

$$\begin{cases} 3x<5x+6 & \cdots\cdots ① \\ 5x+6\le -2x+34 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

와 같다.

부등식 ①을 풀면 $x>-3$

부등식 ②를 풀면 $x\le 4$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-3<x\le 4}$이다.

5

목표| 계수가 분수 또는 소수인 $A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 주어진 부등식의 각 항에 2, 3, 4의 최소공배수인 12를 곱하면 $6(x-1)\le 4x\le 3(3x+5)$

괄호를 풀면 $6x-6\le 4x\le 9x+15$

이 연립일차부등식은

$$\begin{cases} 6x-6\le 4x & \cdots\cdots ① \\ 4x\le 9x+15 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

와 같다.

부등식 ①을 풀면 $x\le 3$

부등식 ②를 풀면 $x\ge -3$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-3\le x\le 3}$이다.

(2) 주어진 부등식의 각 항에 10을 곱하면

$30-6x\le 5x-3<2x-30$

이 연립일차부등식은

$$\begin{cases} 30-6x\le 5x-3 & \cdots\cdots ① \\ 5x-3<2x-30 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

과 같다.

부등식 ①을 풀면 $x\ge 3$

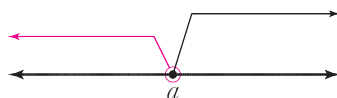
부등식 ②를 풀면 $x<-9$

그런데 이 경우는 공통부분이 없으므로 구하는 **해는 없다**.

의/사/소/통

|출제 의도| 연립일차부등식의 해의 의미를 정확히 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 주어진 연립일차부등식의 해 $x<a$이고 $x\ge a$를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



연립일차부등식의 해는 각 부등식의 해의 공통부분이므로 a는 해가 될 수 없다. 또한 x는 a보다 크기도 하고 작기도 해야 하므로 연립일차부등식의 **해는 없다**.

기/초/력 향상 문제

1 다음 연립일차부등식의 해를 구하여라.

(1) $-2<x+1<7$

(2) $-3\le 3x-2<5$

(3) $2-x\le 3x-4<2(x-1)$

(4) $x+1<2x+1\le 5x-4$

답 **1** (1) $-3<x<6$ (2) $-\frac{1}{3}\le x<\frac{7}{3}$ (3) $\frac{3}{2}\le x<2$ (4) $x\ge\frac{5}{3}$

2-2 연립일차부등식의 활용

소단원 지도 목표

① 연립일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 연립일차부등식을 이용하여 실생활 문제를 해결할 때에는 미지수가 1개인 연립일차부등식만을 다룬다.
2. '이상', '이하', '초과', '미만' 등을 구분하여 연립일차부등식을 세운 다음 공통인 해를 구할 수 있도록 지도한다.
3. 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인하도록 지도한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

우표 포털 홈페이지(http://www.kstamp.go.kr)에서 우표의 역사, 제작 과정과 국내 및 국제 우표 전시회에 대한 정보를 얻을 수 있다. 또 주제별, 유형별, 발행 연도별로 우표가 소개되어 있어 우리나라의 시대별 정치, 경제, 사회, 문화, 역사의 일부를 엿볼 수 있다.

교과서 138 쪽

2-2 연립일차부등식의 활용

● 연립일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있다.

연립일차부등식을 어떻게 활용하는가?

창의력 기르기 여러 가지 모양의 우표

우리나라에서 처음 발행된 우표는 문위 우표이다. 이 우표는 1884년 우정총국이 문을 열면서 발행된 것으로 당시 화폐의 단위가 '문'이었기 때문에 후세에 우표 수집가들이 붙인 이름이다. 일반적으로 우표는 직사각형 모양이 대부분이지만 현재는 여러 가지 모양의 우표들이 발행되고 있다.



탐구 활동 **300원짜리 우표와 250원짜리 우표를 합하여 12장을 사는 데 필요한 금액이 3200원 이상 3500원 이하가 되게 하려고 한다. 300원짜리 우표를 몇 장이나 사야 하는지 구하려고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.**

1 300원짜리 우표를 x장 산다면 250원짜리 우표는 몇 장을 살 수 있는가?
2 우표를 사는 데 필요한 금액을 x에 관한 식으로 나타내어 보자.
3 문제에 맞도록 x에 관한 부등식을 세워 보자.

❶ 동에서 사야 하는 300원짜리 우표의 수는 다음과 같은 순서로 연립일차 을 세워서 풀면 구할 수 있다.

300원짜리 우표의 수를 x장으로 놓는다. ← ❶ 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다.

300원짜리 우표와 250원짜리 우표를 합하여 모두 12장을 사야 하고, 금액은 3200원 이상 3500원 이하가 되어야 하므로 다음과 같은 연립일차부등식을 얻는다.

❷ 리 우표와 250원 를 합하여 모두 이므로 250원짜리 우표는 $(12-x)$장이다.

$$\begin{cases} 3200 \le 300x+250(12-x) \\ 300x+250(12-x) \le 3500 \end{cases}$$

← ❷ 문제의 뜻에 알맞게 연립일차부등식을 세운다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 연립일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있음을 알게 하려는 것이다.

1. 300원짜리 우표와 250원짜리 우표를 합하여 모두 12장을 사려고 하므로 300원짜리 우표를 x장 산다면 250원짜리 우표는 **$(12-x)$장** 살 수 있다.
2. 300원짜리 우표를 x장 사면 $300x$원, 250원짜리 우표를 $(12-x)$장 사면 $250(12-x)$원이므로 우표를 사는 데 필요한 금액은 **$\{300x+250(12-x)\}$원**이다.
3. 우표를 사는 데 필요한 금액이 3200원 이상 3500원 이하가 되게 하려고 하므로
$3200 \le 300x+250(12-x) \le 3500$

본문 해설

❶ 연립일차부등식을 활용한 문제를 풀 때에도 일차부등식에서와 마찬가지로 문제 해결 순서에 따라 해를 구할 수 있게 한다. 이때 문제를 해결하는 순서를 공식처럼 외우게 하지 말고, 문제 해결 과정을 통하여 자연스럽게 터득할 수 있도록 한다.

❷ 연립일차부등식을 세울 때 미지수가 1개인 연립일차부등식만을 다루므로 구하고자 하는 미지수 x와 미지수 x로 표현된 식으로만 나타내어야 한다.
따라서 300원짜리 우표 x장, 250원짜리 우표 $(12-x)$장으로 나타내어야 한다.
연립일차방정식과 혼동하는 경우 300원짜리 우표를 x장, 250원짜리 우표를 y장으로 하여 부등식을 세우는 경우가 있으므로 미지수 1개를 사용하여 문제의 뜻에 알맞게 연립일차부등식을 세운다는 것을 강조한다.

이 연립일차부등식을 풀면

$4 \le x \le 10$

이다.

한편 x는 자연수이므로

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

이고, 이것에 대한 표를 만들면 다음과 같다. 따라서 구한 값은 문제의 뜻에 맞는다.

❸ 연립일차부등식을 푼다.

❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

300원짜리 우표(장)	4	5	6	7	8	9	10
250원짜리 우표(장)	8	7	6	5	4	3	2
금액(원)	3200	3250	3300	3350	3400	3450	3500

예제 1 한 개에 2000원 하는 배와 한 개에 1500원 하는 사과를 합하여 8개를 사고, 그 금액을 15000원 이하로 하려고 한다. 배보다 사과를 더 적게 살 때, 배는 몇 개를 살 수 있는지 구하여라.



풀이 배를 x개 산다고 하면 사과는 $(8-x)$개를 사게 되므로 주어진 문제로부터 다음과 같은 연립일차부등식을 얻는다.

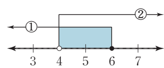
$$\begin{cases} 2000x+1500(8-x) \le 15000 & \cdots\cdots ① \\ x > 8-x & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $x \le 6$

부등식 ②를 풀면 $x > 4$

따라서 연립일차부등식의 해는

$4 < x \le 6$



그런데 x는 자연수이므로 배는 5개, 6개를 살 수 있다.

배를 5개, 사과를 3개 사면
$2000\times5+1500\times3$
$=14500$(원)
이고, 배를 6개, 사과를 2개 사면
$2000\times6+1500\times2$
$=15000$(원)
이므로 문제의 뜻에 맞는다.

답 5개, 6개

문제 1 어떤 자연수의 2배에서 5를 뺀 수는 11보다 작고, 30에서 그 자연수의 3배를 뺀 수도 11보다 작다고 한다. 이때 어떤 자연수를 구하여라.

목표| 연립일차부등식을 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 어떤 자연수를 x라고 하면

x는 $2x-5<11$, $30-3x<11$을 만족해야 하므로 다음과 같은 연립일차부등식을 얻는다.

$$\begin{cases} 2x-5<11 & \cdots\cdots ① \\ 30-3x<11 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $x<8$

부등식 ②를 풀면 $x>\frac{19}{3}$

따라서 연립일차부등식의 해는 $\frac{19}{3}<x<8$

그런데 x는 자연수이므로 어떤 자연수는 **7**이다.

어떤 자연수가 7이면 $2\times7-5=9<11$이고,

$30-3\times7=9<11$이므로 문제의 뜻에 맞는다.

읽/기/자/료 다른 구슬 찾기

1부터 8까지의 번호가 각각 적혀 있는 구슬이 8개 있다. 이 8개의 구슬의 무게를 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_8이라고 할 때, 7개의 무게는 서로 같고 나머지 한 개의 무게만 다르다고 한다. 각 구슬의 무게 사이에 다음의 두 부등식이 성립한다고 할 때 무게가 다른 구슬을 찾아보자.

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3<x_4+x_5+x_6 & \cdots\cdots ㉠ \\ x_3+x_4+x_5<x_7+x_8+x_1 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

① 부등식 ㉠에서 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 중 무게가 다른 것이 있으므로 x_7, x_8은 무게가 같다. 마찬가지로 부등식 ㉡에서 x_1, x_3, x_4, x_5, x_7, x_8 중 무게가 다른 것이 있다는 조건도 성립해야 한다. 그러므로 x_2, x_6은 무게가 같음을 알 수 있다. 따라서 $x_2=x_6=x_7=x_8$이다.

② 이제 x_1, x_3, x_4, x_5 중에서 무게가 다른 것을 찾아보자. 만약 x_1의 무게가 다르다면 부등식 ㉠에서 x_1은 다른 구슬보다 가볍다는 것을 알 수 있는데, 부등식 ㉡에서는 다른 구슬보다 무겁다는 것을 나타내므로 모순이다.
x_4, x_5의 경우도 마찬가지이다. x_4가 다르다고 하면 ㉠에서는 무겁다는 것을, ㉡에서는 가볍다는 것을 나타내므로 모순이다. x_5가 다르다고 하면 ㉠에서는 무겁다는 것을, ㉡에서는 가볍다는 것을 나타내므로 역시 모순이다. 따라서 무게가 다른 것은 x_3이고, 이 구슬은 다른 7개의 구슬보다 가볍다.

기/초/력 향상 문제

1 어떤 정수의 3배에 4를 더한 수는 20보다 크고 23보다 작다. 처음 정수를 구하여라.

2 밑변의 길이가 8 cm이고 높이가 x cm인 삼각형의 넓이가 40 cm^2 이상 60 cm^2 이하가 되도록 하는 x값의 범위를 구하여라.

답 **1** 6 **2** $10 \le x \le 15$

2

목표| 연립일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 의자의 개수를 x개라고 하면 학생 수는 $(2x+5)$명이고, 3명씩 앉으면 의자 4개가 남으므로 마지막 의자에는 1명 이상 3명 이하로 앉을 수 있다. 따라서 연립일차부등식을 세우면

$3(x-5)+1 \le 2x+5 \le 3(x-5)+3$

$$\begin{cases} 3(x-5)+1 \le 2x+5 & \cdots\cdots ① \\ 2x+5 \le 3(x-5)+3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $x \le 19$

부등식 ②를 풀면 $x \ge 17$

$17 \le x \le 19$

그런데 x는 자연수이므로 의자의 개수는 **17개, 18개, 19개**이다.

한편 구한 값은 다음 표와 같이 문제의 뜻에 맞는다.

의자(개)	17	18	19
학생(명)	39	41	43
3명씩 앉을 때 남는 의자(개)	4	4	4

교과서 140 쪽



발전 문제 2 어느 반 학생들이 긴 의자에 앉으려고 한다. 한 의자에 2명씩 앉으면 학생 5명이 남고, 3명씩 앉으면 의자 4개가 남는다고 할 때, 의자의 개수를 구하여라.

예제 2 가로의 길이가 25 m인 직사각형 모양의 수영장이 있다. 이 수영장의 둘레의 길이가 80 m 이상 90 m 이하일 때, 수영장의 세로의 길이의 범위를 구하여라.

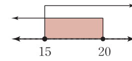


풀이 수영장의 세로의 길이를 x m라고 하면 둘레의 길이는 $2(x+25)$ m이다. 둘레의 길이가 80 m 이상 90 m 이하가 되려면 다음 연립일차부등식을 만족시켜야 한다.

$$80 \le 2(x+25) \le 90$$

이 연립일차부등식을 풀면

$$15 \le x \le 20$$

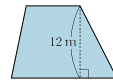


따라서 세로의 길이는 15 m 이상 20 m 이하이다.

답 ● 15 m 이상 20 m 이하

세로의 길이가 15 m 이상 20 m 이하이면 가로의 길이가 25 m이므로 둘레의 길이는 80 m 이상 90 m 이하가 되어 문제의 뜻에 맞는다.

문제 3 오른쪽 그림은 높이가 12 m이고, 아랫변의 길이가 윗변의 길이보다 3 m가 더 긴 사다리꼴이다. 이 사다리꼴의 넓이가 138 m^2 이상이고 162 m^2 미만일 때, 윗변의 길이의 범위를 구하여라.





창의 UP 어느 자동차 회사에서는 사기통 엔진과 육기통 엔진 두 종류의 엔진 45개를 생산하려고 한다. 그런데 실린더의 개수를 230개 이하가 되도록 하며 사기통 엔진보다 육기통 엔진을 더 많이 만들려고 한다. 사기통 엔진과 육기통 엔진은 각각 몇 개씩 만들 수 있는지 알아보는 방법을 설명하여라. (사기통 엔진과 육기통 엔진의 실린더의 개수는 각각 4개, 6개이다.)



3

목표| 연립일차부등식을 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 윗변의 길이를 x m라고 하면 아랫변의 길이는 $(x+3)$ m이므로 사다리꼴의 넓이는 $12x+18(\text{m}^2)$

사다리꼴의 넓이가 138 m^2 이상 162 m^2 미만이므로

$138 \le 12x+18 < 162$

$$\begin{cases} 138 \le 12x+18 & \cdots\cdots ① \\ 12x+18 < 162 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $x \ge 10$

부등식 ②를 풀면 $x < 12$

$10 \le x < 12$

따라서 윗변의 길이는 **10 m 이상 12 m 미만**이다.

한편 윗변의 길이가 10 m 이상 12 m 미만이면 아랫변의 길이는 13 m 이상 15 m 미만이고, 넓이는 138 m^2 이상 162 m^2 미만이므로 문제에 뜻에 맞는다.

창의 UP

|출제 의도| 연립일차부등식을 활용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 사기통 엔진의 수를 x개라고 하면 육기통 엔진의 수는 $(45-x)$개이므로 연립일차부등식을 세우면

$$\begin{cases} 4x+6(45-x) \le 230 \\ 45-x > x \end{cases}$$

이 연립일차부등식을 풀면 $20 \le x < 22\frac{1}{2}$

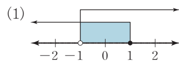
그런데 x는 자연수이므로 사기통 엔진은 20개, 21개, 22개를 만들 수 있고, 육기통 엔진은 각각 25개, 24개, 23개를 만들 수 있다.

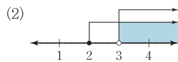
한편 구한 값은 다음 표와 같이 문제의 뜻에 맞는다.

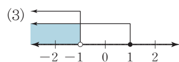
사기통 엔진(개)	20	21	22
육기통 엔진(개)	25	24	23
실린더(개)	230	228	226

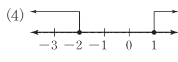
중/단/원 기초

1 다음 그림은 어떤 연립일차부등식을 풀기 위하여 각 부등식의 해를 수직선 위에 함께 나타낸 것이다. 이 연립일차부등식의 해를 구하여라.

(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

연립일차부등식의 각 일차부등식을 동시에 만족시키는 미지수의 값을 연립일차부등식의 해라고 한다.

2 다음 연립일차부등식의 해를 구하여라.

(1) $\begin{cases} x>2 \\ 2x<6 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x+1\ge5 \\ x-1<0 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x-3<5 \\ 3x+7\ge-2 \end{cases}$　　(4) $\begin{cases} 2x-1>5 \\ x+3>7 \end{cases}$

3 한 개에 400원 하는 요구르트와 한 개에 700원 하는 우유를 합하여 10개를 사고, 그 금액이 5000원 이상 6500원 이하가 되게 하려고 한다. 최대한 살 수 있는 우유의 개수를 다음과 같은 방법으로 구하여라.



(1) 우유를 x개 산다고 하면 요구르트는 몇 개를 사는 것인가?
(2) 알맞은 부등식을 세워라.
(3) 우유는 몇 개를 살 수 있는가?
(4) 우유는 최대한 몇 개를 살 수 있는가?

중/단/원 기초

1

목표| 수직선으로 나타낸 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\mathbf{-1<x\le1}$　　(2) $\mathbf{x>3}$

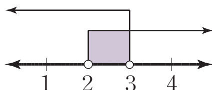
(3) $\mathbf{x<-1}$　　(4) **해는 없다.**

2

목표| 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $x>2$이고, $2x<6$에서　$x<3$

두 부등식의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.

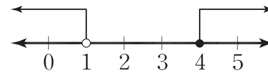


따라서 구하는 해는 $\mathbf{2<x<3}$이다.

(2) $x+1\ge5$에서　$x\ge4$

$x-1<0$에서　$x<1$

두 부등식의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.

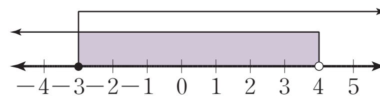


따라서 구하는 **해는 없다.**

(3) $2x-3<5$에서　$2x<8$, $x<4$

$3x+7\ge-2$에서　$3x\ge-9$, $x\ge-3$

두 부등식의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.

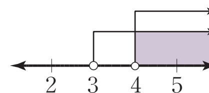


따라서 구하는 해는 $\mathbf{-3\le x<4}$이다.

(4) $2x-1>5$에서　$2x>6$, $x>3$

$x+3>7$에서　$x>4$

두 부등식의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $\mathbf{x>4}$이다.

3

목표| 연립일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\mathbf{(10-x)}$**개**

(2) $\mathbf{5000\le400(10-x)+700x\le6500}$

(3) (2)의 부등식은 연립일차부등식

$\begin{cases} 5000\le400(10-x)+700x \\ 400(10-x)+700x\le6500 \end{cases}$ 과 같으므로

$5000\le400(10-x)+700x$를 풀면　$x\ge\frac{10}{3}$

$400(10-x)+700x\le6500$을 풀면　$x\le\frac{25}{3}$

따라서 $\frac{10}{3}\le x\le\frac{25}{3}$이므로 우유는 **4개, 5개, 6개, 7개, 8개**를 살 수 있다.

(4) **8개**

중/단/원 기본

1

목표| 연립일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $3-6x<3$에서 $x>0$

$2x-9\le -x$에서 $x\le 3$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{0<x\le 3}$이다.

(2) $3x+2<-4$에서 $x<-2$

$3-2x\le x$에서 $x\ge 1$

따라서 구하는 **해는 없다.**

(3) $2(x+1)\le -4$에서 $x\le -3$

$3x+7>5(x+1)$에서 $x<1$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x\le -3}$이다.

(4) $0.2x-1.3\le 0.7x+1.2$에서 $x\ge -5$

$\frac{x}{2}-\frac{x-1}{3}<1$에서 $x<4$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-5\le x<4}$이다.

2

목표| $A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $-5\le 1-6x$에서 $x\le 1$

$1-6x<7$에서 $x>-1$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-1<x\le 1}$이다.

(2) $2x-7<-3$에서 $x<2$

$-3\le 3x+6$에서 $x\ge -3$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{-3\le x<2}$이다.

(3) $4-x\le 3x-4$에서 $x\ge 2$

$3x-4<2(x+1)$에서 $x<6$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{2\le x<6}$이다.

(4) $8-3x<x$에서 $x>2$

$x\le 1-\frac{x}{2}$에서 $x\le \frac{2}{3}$

따라서 구하는 **해는 없다.**

3

목표| 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| $3x-5\le 16$에서 $x\le 7$

$x-2>4-3x$에서 $x>\frac{3}{2}$

따라서 연립일차부등식의 해는 $\frac{3}{2}<x\le 7$이므로 구하는 자연수 x는 2, 3, 4, 5, 6, 7의 **6개**이다.

교과서 142 쪽

중/단/원 기본

수준별

연립일차부등식과 그 해

1 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 3-6x<3 \\ 2x-9\le -x \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 3x+2<-4 \\ 3-2x\le x \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2(x+1)\le -4 \\ 3x+7>5(x+1) \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 0.2x-1.3\le 0.7x+1.2 \\ \frac{x}{2}-\frac{x-1}{3}<1 \end{cases}$

연립일차부등식과 그 해

2 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $-5\le 1-6x<7$ (2) $2x-7<-3\le 3x+6$

(3) $4-x\le 3x-4<2(x+1)$ (4) $8-3x<x\le 1-\frac{x}{2}$

연립일차부등식과 그 해

3 연립일차부등식 $\begin{cases} 3x-5\le 16 \\ x-2>4-3x \end{cases}$ 를 만족시키는 자연수 x의 개수를 구하여라.

연립일차부등식의 활용

4 34자루의 연필을 학생들에게 똑같이 나누어 줄 때, 한 사람에게 4자루씩 주면 연필이 남고, 5자루씩 주면 연필이 부족하다고 한다. 이때 학생 수를 구하여라.

연립일차부등식의 활용

5 어른과 청소년을 합하여 모두 15명이 고속버스를 타려고 표를 샀는데 96000원이 넘지 않았다고 한다. 어른이 청소년보다 많았다고 할 때, 청소년은 몇 명인지 구하여라. (단, 고속버스 요금은 어른이 8000원, 청소년이 4000원이다.)



4

목표| 연립일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 학생 수를 x명이라고 하면 $4x<34<5x$

이 연립일차부등식을 풀면 $\frac{34}{5}<x<\frac{17}{2}$이므로 학생 수는 **7명, 8명**이다.

5

목표| 연립일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 청소년의 수를 x명이라고 하면 어른의 수는 $(15-x)$명이므로 연립일차부등식을 세우면

$$\begin{cases} x<15-x \\ 4000x+8000(15-x)\le 96000 \end{cases}$$

이 연립일차부등식을 풀면 $6\le x<\frac{15}{2}$이므로 청소년은 **6명, 7명**이다.

교과서 143 쪽

중 / 단 / 원 실력

1 연립일차부등식 $\begin{cases} 2x-4>-a \\ -2x+16>3x-4 \end{cases}$의 해가 $-2<x<4$일 때, 상수 a의 값을 구하여라.

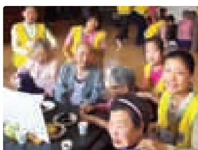
2 연립일차부등식 $\begin{cases} 2x-3\geq 3x-1 \\ 3x-1\geq 2x+k \end{cases}$의 해가 존재할 때, k의 범위를 구하여라.

• 주어진 연립일차부등식을 먼저 풀고, 부등식의 해 중에서 정수가 10개가 되도록 하는 a의 값을 찾는다.

3 연립일차부등식 $\begin{cases} 3(x-7)\leq 2(8-x) \\ 4a+23<4(x-a) \end{cases}$를 만족시키는 정수 x가 10개일 때, 정수 a의 값을 구하여라.

• 사탕을 5개씩 나누어 줄 때, 어르신 중 한 분은 1개 이상 5개 이하의 사탕을 받는다.

4 양로원에 자원봉사를 하러 간 수현이는 어르신들께 사탕을 나누어 드리려고 한다. 사탕을 3개씩 나누어 드리면 11개가 남고, 5개씩 나누어 드리면 두 분은 한 개도 받지 못한다고 한다. 이때 양로원에 계시는 어르신의 수와 사탕의 수를 각각 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표 | 연립일차부등식의 해를 알 때, a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이 | $2x-4>-a$에서 $x>\frac{4-a}{2}$

$-2x+16>3x-4$에서 $x<4$

한편 연립일차부등식의 해가 $-2<x<4$이므로

$\frac{4-a}{2}<x<4$에서 $\frac{4-a}{2}=-2$

$\boldsymbol{a=8}$

2

목표 | 연립일차부등식을 만족시키는 해가 존재할 때, k값의 범위를 구할 수 있게 한다.

풀이 | 주어진 연립일차부등식을 풀면

$k+1\leq x\leq -2$

연립일차부등식의 해가 존재하므로 $k+1$은 -2보다 작거나 같다.

즉, $k+1\leq -2$이므로 $\boldsymbol{k\leq -3}$

3

목표 | 연립일차부등식의 해의 개수를 알 때, a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이 | 주어진 연립일차부등식을 풀면

$\frac{8a+23}{4}<x\leq\frac{37}{5}$이고, 이를 만족하는 정수 x가 10개이므로 x는 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2이다.

즉, $-3\leq\frac{8a+23}{4}<-2$이므로 이 연립일차부등식을 풀면 $-\frac{35}{8}\leq a<-\frac{31}{8}$

따라서 구하는 정수 a의 값은 **-4**이다.

4

목표 | 연립일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | 어르신의 수를 x명이라고 하면 사탕을 3개씩 나누어 드릴 경우 11개가 남으므로 사탕의 수는 $(3x+11)$개이다. 사탕을 5개씩 나누어 드릴 경우 두 분은 하나도 받지 못하고, 마지막에 사탕을 받는 어르신은 1개 이상 5개 이하를 받게 되므로 $5(x-3)+1\leq 3x+11\leq 5(x-2)$

$\begin{cases} 5(x-3)+1\leq 3x+11 \\ 3x+11\leq 5(x-2) \end{cases}$

이 연립일차부등식을 풀면 $10\frac{1}{2}\leq x\leq 12\frac{1}{2}$이므로

어르신의 수는 11명, 12명이고 11명일 때 **사탕은 44개**이고, 12명일 때 **사탕은 47개**이다.

수행 과제

● 수행 과제 의도

$A<B<C$ 꼴의 부등식을 여러 가지 방법으로 풀어 봄으로써 그 의미와 올바른 풀이 방법을 이해하게 하려는 것이다.

과제 1 _예시

(1) $1<2x+3$에서 $x>-1$

$2x+3<x+4$에서 $x<1$

따라서 구하는 해는 $-1<x<1$이다.

(2) $1<2x+3$에서 $x>-1$

$1<x+4$에서 $x>-3$

따라서 구하는 해는 $x>-1$이다.

(3) $1<x+4$에서 $x>-3$

$2x+3<x+4$에서 $x<1$

따라서 구하는 해는 $-3<x<1$이다.

교과서 144 쪽

수행 과제

부등식 $A<B<C$는 어떻게 풀까?

$A<B<C$ 꼴의 부등식은 $A<B$이고 $B<C$인 경우를 함께 나타낸 것이다.

따라서 부등식 $A<B<C$는 연립일차부등식 $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$ 로 나타내어 푼다.

이제 부등식 $A<B<C$를

$$\begin{cases} A<B \\ A<C \end{cases} \text{또는} \begin{cases} A<C \\ B<C \end{cases}$$

로 풀면 안 되는 이유를 알아보자.

과제 1 $A<B<C$ 꼴인 부등식 $1<2x+3<x+4$를 다음과 같은 꼴로 고쳐서 풀어 보자.

(1) $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$ (2) $\begin{cases} A<B \\ A<C \end{cases}$ (3) $\begin{cases} A<C \\ B<C \end{cases}$

과제 2 과제 1의 각 경우에 대하여 구한 해가 주어진 부등식 $1<2x+3<x+4$를 만족시키는 경우와 만족시키지 않는 경우를 각각 말하여 보자.

과제 3 $A<B<C$ 꼴인 다른 부등식을 이용하여 과제 1, 2와 같이 해결하고, 그 결과를 비교하여 보자.

교과서 145 쪽

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ______________

점검 항목				
학습 내용	일차부등식과 그 해의 의미를 이해하였는가?			
	부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있는가?			
	연립일차부등식과 그 해의 의미를 이해하였는가?			
	연립일차부등식을 풀 수 있는가?			
	일차부등식 또는 연립일차부등식을 활용하여 다양한 실생활 문제를 해결할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

과제 2 _예시

(2)의 해 $x>-1$에서 $x=1$일 때, $1<5<5$이므로 $1<2x+3<x+4$를 만족시키지 않는다.

(3)의 해 $-3<x<1$에서 $x=-1$일 때, $1<1<3$이므로 $1<2x+3<x+4$를 만족시키지 않는다.

과제 3 _예시

(1), (2), (3)의 방법으로 $1<3x+1<2x+5$의 해를 각각 구하면

$0<x<4$, $x>0$, $-2<x<4$

(2), (3)의 방법으로 구한 해는 각각 다르고, 부등식 $1<3x+1<2x+5$를 만족시키지 않는다. 따라서 $A<B<C$ 꼴의 부등식은 (1)과 같이 $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$ 꼴로 풀 수 있도록 한다.

교과서 146 쪽

대단원 핵심 한눈에 보기

① 부등식과 그 해

부등식	부등호 $<$, $>$, $\leq$, $\geq$를 사용하여 수 또는 식의 대소 관계를 나타낸 식
부등식의 해	(1) 부등식의 해: 부등식을 참이 되게 하는 미지수의 값 (2) 부등식의 해를 모두 구하는 것을 부등식을 푼다고 한다.

② 부등식의 성질

부등식의 기본 성질	$a<b$일 때 (1) $a+c<b+c$, $a-c<b-c$ (2) $c>0$이면 $ac<bc$, $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$ (3) $c<0$이면 $ac>bc$, $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

③ 일차부등식

일차 부등식	이항하여 정리한 식이 다음 중의 한 가지 꼴로 변형되는 부등식 (일차식)>0, (일차식)<0 (일차식)≥ 0, (일차식)≤ 0
일차 부등식의 풀이	❶ x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 $ax>b$, $ax<b$, $ax\geq b$, $ax\leq b(a\neq 0)$ 의 꼴로 만든다. ❷ 양변을 x의 계수 a로 나눈다. 이때 a가 음수이면 부등호의 방향이 바뀐다.

④ 일차부등식의 활용

일차 부등식을 활용한 문제 해결 순서	❶ 문제의 뜻을 파악하여 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다. ❷ 문제의 뜻에 알맞게 부등식을 세운다. ❸ 부등식을 푼다. ❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

⑤ 연립일차부등식의 풀이

연립일차 부등식과 그 해	(1) 연립일차부등식: 두 개 이상의 일차부등식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것 (2) 연립일차부등식의 해: 연립일차부등식의 각 일차부등식을 동시에 만족시키는 미지수의 값 ① a b $a<x<b$ ② a b $x<a$ ③ a b $x>b$ ④ a b 해는 없다.

⑥ 연립일차부등식의 활용

연립일차 부등식을 활용한 문제 해결 순서	❶ 문제의 뜻을 파악하여 구하고자 하는 것을 미지수 x로 놓는다. ❷ 문제의 뜻에 알맞게 연립일차부등식을 세운다. ❸ 연립일차부등식을 푼다. ❹ 구한 해가 문제의 뜻에 맞는지 확인한다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

• 부등식, 일차부등식, 연립일차부등식, 연립부등식

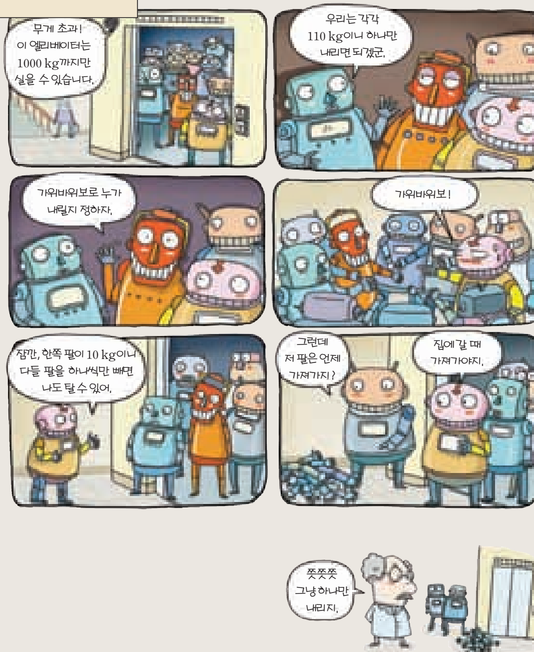
지도 내용

1. 부등호 $<$, $>$, $\leq$, $\geq$를 사용하여 수 또는 식 사이의 대소 관계를 나타낸 식을 부등식이라 하고, 양변에 같은 음수를 곱하거나 나눌 때에는 부등호의 방향이 바뀐다는 것을 주의하도록 한다. 이때 부등식을 참이 되게 하는 x의 값을 부등식의 해라고 하며, (일차식)<0, (일차식)>0, (일차식)≤ 0, (일차식)≥ 0 중에서 어느 하나의 꼴로 나타나는 부등식을 일차부등식이라고 한다는 것을 정리할 수 있도록 한다.

2. 두 개 이상의 일차부등식을 한 쌍으로 묶어 나타낸 것을 연립일차부등식이라고 하고, 그 해는 두 일차부등식을 동시에 만족시키는 범위라는 것을 알 수 있도록 한다.

교과서 147 쪽

누가 내릴까?



생각 키/우/기 만약 로봇의 한쪽 팔의 무게가 15 kg이라면, 몇 개의 로봇의 팔을 빼야 하는지 식을 세워 보자.

만화로 보는 수학 이야기

만화에서는 엘리베이터에 실을 수 있는 최대 용량을 초과하였을 때, 해결할 수 있는 방법을 보여 주고 있다. 이번 단원에서는 부등식의 성질과 부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결하는 방법 등을 지도하였다.

생각 키/우/기

빼야 하는 로봇의 팔의 개수를 x개라고 하자.

(로봇 전체의 무게)

$-$(15 kg짜리 로봇의 팔 x개의 무게)

가 엘리베이터의 무게 제한 이하가 되어야 하므로 부등식으로 나타내면

$110\times 10-15x\leq 1000$

대/단/원 평가 문제

교과서 148 쪽

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 $a>0$, $b<0$, $c<0$일 때, 다음 중에서 옳은 것은?

① $a+c<b+c$　② $a-c<b-c$
③ $ac>bc$　④ $\frac{c}{a}>\frac{c}{b}$
⑤ $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$

2 x가 $-1\leq x\leq 2$인 정수일 때, 부등식 $2x-1<3$의 해를 모두 나타낸 것은?

① -1　② -1, 0
③ -1, 0, 1　④ -1, 0, 1, 2
⑤ 해는 없다.

3 부등식 $3x-2\geq 4$를 풀면?

① $x>-2$　② $x<-2$
③ $x\geq 2$　④ $x\leq 2$
⑤ $x>2$

4 부등식 $-3x+1>-8$의 해를 수직선 위에 나타내면?

① 3　② 3
③ 3　④ 3
⑤ 3

5 부등식 $4x-5<x+5$를 만족시키는 자연수 x의 개수는?

① 2　② 3　③ 4
④ 5　⑤ 6

6 연립일차부등식 $\begin{cases} 3x+2\leq -4 \\ 4-x<3 \end{cases}$의 해는?

① $x\geq -2$　② $x<-1$
③ $x>1$　④ $-2\leq x<1$
⑤ 해는 없다.

7 연립일차부등식 $\begin{cases} -x-2<2x+7 \\ 3x\leq 2x+a \end{cases}$의 해가 없을 때, a의 범위는?

① $a\leq 3$　② $a\geq 3$
③ $a>-3$　④ $a<-3$
⑤ $a\leq -3$

8 연립일차부등식 $\begin{cases} \frac{x-5}{2}\leq \frac{x}{4}-3 \\ 0.2x+0.1>-0.5 \end{cases}$의 해가 $a<x\leq b$일 때, a, b의 값은?

① $a=3$, $b=2$　② $a=3$, $b=-2$
③ $a=-3$, $b=2$　④ $a=-3$, $b=-2$
⑤ $a=-2$, $b=-3$

1

목표 | 부등식의 기본 성질을 이용하여 주어진 식의 대소 관계를 알 수 있게 한다.

풀이 | ①, ② a는 양수이고, b는 음수이므로

$a>b$, $a+c>b+c$, $a-c>b-c$

③ $a>b$이고, c는 음수이므로　$ac<bc$

④ a는 양수이고, b와 c는 음수이므로

$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$, $\frac{c}{a}<\frac{c}{b}$

⑤ a는 양수이고, b와 c는 음수이므로

$a>b$, $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$

답 ⑤

2

목표 | x값의 범위를 알 때 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | $2x-1<3$에 $-1\leq x\leq 2$인 정수 -1, 0, 1, 2를 차례로 대입하면

$x=-1$일 때 $-2-1=-3<3$이므로 참이다.
$x=0$일 때 $0-1=-1<3$이므로 참이다.
$x=1$일 때 $2-1=1<3$이므로 참이다.
$x=2$일 때 $4-1=3=3$이므로 거짓이다.
따라서 $2x-1<3$의 해는 -1, 0, 1이다.

답 ③

3

목표 | 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | $3x-2\geq 4$에서 상수항을 우변으로 이항하면

$3x\geq 4+2$, $x\geq 2$

답 ③

4

목표 | 부등식의 해를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | $-3x+1>-8$에서 $-3x>-9$, $x<3$

따라서 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은 ①이다.

답 ①

5

목표 | 일차부등식을 만족시키는 자연수의 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이 | $4x-5<x+5$에서　$4x-x<5+5$, $x<\frac{10}{3}$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 자연수 x는 1, 2, 3의 3개이다.

답 ②

6

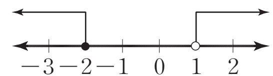
목표 | 연립일차부등식의 해가 없는 경우를 이해하게 한다.

풀이 | $3x+2\leq -4$에서

$3x\leq -4-2$, $x\leq -2$

$4-x<3$에서

$-x<3-4$, $x>1$



따라서 구하는 연립일차부등식의 해는 없다.

답 ⑤

교과서 149 쪽

Ⅳ. 부등식

9 부등식 $2x-4<x+1\le 3(x-1)$을 만족시키는 모든 정수의 합은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

10 어느 놀이공원의 입장료는 한 사람당 10000원이고, 30명 이상 단체에 대해서는 한 사람당 9000원이라고 한다. 30명 미만의 단체는 최소 몇 명 이상일 때 단체 입장권을 사는 것이 유리한가?

① 25명 ② 26명 ③ 27명
④ 28명 ⑤ 29명

11 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 2배 하면 나온 눈의 수에 2를 더한 것보다 크고, 5배 하면 17 이하의 수가 된다고 한다. 이때 나온 눈의 수는?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

서/답/형

12 부등식 $-2\le 2x-4<8$에서 x의 범위를 구하여라.

13 $a<b$일 때, 다음의 대소를 비교하여라.

$$\frac{-3a+4}{2},\quad \frac{-3b+4}{2}$$

14 다음 부등식을 만족시키는 x의 값 중에서 가장 큰 정수를 구하여라.

$$\frac{4-2x}{3}\ge\frac{x-7}{2}$$

|서술형|

15 연립일차부등식 $\begin{cases}3x<4x+5\\x+2>2x+a\end{cases}$의 해가 $-5<x<1$일 때, a의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|

16 바구니에 달걀을 담는데 한 바구니에 5개씩 담으면 달걀이 13개가 남고, 7개씩 담으면 마지막 바구니의 달걀은 1개 이상 4개 미만이 된다고 한다. 이때 달걀의 수와 바구니의 수를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

7

목표 | 해가 없는 연립일차부등식에서 a값의 범위를 구할 수 있게 한다.

풀이 | $-x-2<2x+7$에서 $-x-2x<7+2$, $x>-3$

$3x\le 2x+a$에서 $3x-2x\le a$, $x\le a$

연립일차부등식의 해가 없으므로 $a\le -3$

$-5\ \ -4\ \ -3\ \ -2\ \ -1$
a

답 ⑤

8

목표 | 계수가 분수 또는 소수인 일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이 | $\dfrac{x-5}{2}\le\dfrac{x}{4}-3$의 양변에 4를 곱하면

$2(x-5)\le x-12$, $x\le -2$

$0.2x+0.1>-0.5$의 양변에 10을 곱하면

$2x+1>-5$, $x>-3$

따라서 구하는 연립일차부등식의 해는 $-3<x\le -2$이므로 $a=-3$, $b=-2$이다.

답 ④

9

목표 | $A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식을 만족시키는 정수의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이 | 주어진 부등식은 $\begin{cases}2x-4<x+1\\x+1\le 3(x-1)\end{cases}$

과 같다.

이 연립일차부등식을 풀면 $2\le x<5$

따라서 주어진 부등식을 만족시키는 모든 정수의 합은 $2+3+4=9$이다.

답 ③

10

목표 | 일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | 30명 미만의 단체 입장객을 x명이라고 하자. 30명 이상 단체 입장권은 최소 30명의 입장료를 지불해야 하므로

$10000x>9000\times 30$, $x>27$

따라서 28명 이상일 때, 단체 입장권을 사는 것이 유리하다.

답 ④

11

목표 | 연립일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 x라 하고 연립일차부등식을 세우면

$\begin{cases}2x>x+2\\5x\le 17\end{cases}$

이 연립일차부등식을 풀면 $2<x\le 3\dfrac{2}{5}$

따라서 나온 눈의 수는 3이다.

답 ③

12

목표 | 부등식의 성질을 이용하여 x의 범위를 구할 수 있게 한다.

풀이 | $-2\le 2x-4<8$의 각 변에 4를 더하면

$-2+4\le 2x-4+4<8+4$

$2\le 2x<12$

이 부등식의 각 변을 2로 나누면 $1\le x<6$

답 $1\le x<6$

13

목표 | 부등식의 기본 성질을 이용하여 주어진 식의 대소 관계를 알 수 있게 한다.

풀이 | $a<b$의 양변에 음수인 -3을 곱하면

$-3a>-3b$

이 부등식의 양변에 4를 더하면

$-3a+4>-3b+4$

이 부등식의 양변을 2로 나누면

$\frac{-3a+4}{2}>\frac{-3b+4}{2}$

답 $\frac{-3a+4}{2}>\frac{-3b+4}{2}$

14

목표 | 부등식을 만족시키는 가장 큰 정수를 구할 수 있게 한다.

풀이 | 부등식의 양변에 2와 3의 최소공배수인 6을 곱하면

$2(4-2x)\ge 3(x-7)$

$8-4x\ge 3x-21$

$-7x\ge -29$

$x\le \frac{29}{7}$

따라서 x의 값 중에서 가장 큰 정수는 4이다.

답 4

15

목표 | 연립일차부등식의 해를 알 때, a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이 | $3x<4x+5$에서 $3x-4x<5$

$x>-5$ …㉠

$x+2>2x+a$에서 $x-2x>a-2$

$x<2-a$ …㉡

따라서 구하는 해는 $-5<x<2-a$이다. 이때 주어진 연립일차부등식의 해가 $-5<x<1$이므로

$2-a=1$

$a=1$ …㉢

답 $a=1$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	$3x<4x+5$의 해 구하기	㉠	30 %
	$x+2>2x+a$의 해 구하기	㉡	50 %
답 구하기	a의 값 구하기	㉢	20 %

16

목표 | 연립일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | 바구니의 수를 x개라고 하자. …㉠

달걀을 한 바구니에 5개씩 담으면 달걀이 13개가 남으므로 달걀의 수는 $(5x+13)$개이고, 달걀을 한 바구니에 7개씩 담으면 $(x-1)$개의 바구니까지는 달걀이 7개씩 있고, 마지막 바구니에는 달걀이 1개 이상 4개 미만이 있으므로

$7(x-1)+1\le 5x+13<7(x-1)+4$ …㉡

$$\begin{cases} 7x-6\le 5x+13 \\ 5x+13<7x-3 \end{cases}$$

이 연립일차부등식을 풀면 $8<x\le 9\frac{1}{2}$이다. …㉢

따라서 바구니의 수는 9개이고, 달걀의 수는

$5\times 9+13=58$(개)이다. …㉣

답 달걀의 수는 58개, 바구니의 수는 9개

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	미지수 정하기	㉠	20 %
	연립일차부등식 세우기	㉡	40 %
	연립일차부등식 풀기	㉢	30 %
답 구하기	달걀과 바구니의 수 구하기	㉣	10 %

교과서 150 쪽

수학산책

알파벳 퍼즐



수학은 학교에서만 배우는 것이 아니라 우리의 일상생활 여기저기서 쉽게 찾을 수 있다.

예를 들면 게임을 할 때 참가자들은 이기기 위해 그 게임에서 어떤 사건이 일어날 가능성 등을 모두 고려하여 전략을 세운다. 특히 암호와 관련된 게임을 할 때는 모든 가능성을 생각해야 한다.

암호는 비밀을 전달하기 위하여 의도적으로 문자나 기호를 사용하여 쓴 일종의 언어이고, 암호 이론은 원래의 메시지를 전혀 알아볼 수 없는 다른 기호나 글자로 바꾸어 놓는 과학으로 수학의 한 분야이다.

일상적인 언어를 다른 사람들이 알아보지 못하도록 바꾼 것을 암호문이라고 하는데 암호문 중에는 퍼즐과 연결된 것도 많이 있다. 특히 단순한 산술과 기본적인 수학적 아이디어를 이용한 재미있는 퍼즐이 많이 있는데 그중 가장 대표적인 것이 다음과 같은 알파벳 퍼즐이다. 여기서 같은 알파벳은 같은 숫자를 나타내고 서로 다른 알파벳은 서로 다른 숫자를 나타낸다. 또 주어진 알파벳들은 각각 0에서 9까지의 숫자 중 하나이다.

```
    S E N D
+   M O R E
-----------
  M O N E Y
```

교과서 151 쪽

이제 암호와 같은 이 퍼즐을 풀어 보자.

먼저 $9+9=18$이므로 어떤 두 알파벳의 합은 기껏해야 18을 넘지 못한다. 따라서 앞의 퍼즐에서 세 번째 줄의 첫 번째 알파벳 M은 반드시 1이 되어야 하므로 $S=8$ 또는 $S=9$이다.

$S=8$인 경우 $S+M=9$이므로 $E+O\ge10$이 되지 않으면 세 번째 줄은 다섯 개의 알파벳으로 나타낼 수 없다. 따라서 $E+O\ge10$이어야 하지만 세 번째 줄에서 $O=0$이므로 $E+O<10$이 된다.

따라서 $S=9$가 되고 계속해서 이와 같은 방법으로 퍼즐을 풀면 다음과 같은 답을 얻을 수 있다.

```
    9 E N D            9 5 6 7
+   1 0 R E   →    +   1 0 8 5
-----------        -----------
  1 0 N E Y          1 0 6 5 2
```

이와 같이 하여 다음 퍼즐들을 풀어 보자.

```
1.   A H A H A     2.  F O R T Y     3.  S L A P
   +   T E H E             T E N       +   D E B
   -----------             T E N       ---------
     T E H A W     +       T E N         D U D E
                       ---------
                       S I X T Y
```

답 1. $47474+5272=52746$ 2. $29786+850+850=31486$ 3. $7326+859=8185$

선/택/형

1 x가 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$일 때, 부등식 $4-x>3$의 해의 개수는? [5점]

① 없다. ② 1개 ③ 2개
④ 3개 ⑤ 4개

2 $a<b$일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은? [5점]

① $-2a>-2b$
② $2a-3>2b-3$
③ $\frac{a}{3}-1<\frac{b}{3}-1$
④ $-2+a<-2+b$
⑤ $\frac{2-a}{3}>\frac{2-b}{3}$

3 $-6\le-2a<4$일 때, a값의 범위는? [6점]

① $-2<a\le3$ ② $-2\le a<3$
③ $-3<a\le2$ ④ $-3\le a<2$
⑤ $-2\le a\le3$

4 부등식 $\frac{2(x+1)}{3}<\frac{5-(1-3x)}{5}$를 만족시키는 x의 값 중에서 가장 큰 정수는? [5점]

① -2 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 2

5 다솔이는 세 번의 국어 시험에서 93점, 88점, 85점을 받았다. 다음 국어 시험에서 몇 점 이상을 받아야 국어 점수의 평균이 90점 이상이 되겠는가? [6점]

① 92점 ② 93점 ③ 94점
④ 95점 ⑤ 96점

6 한 자리 수이면서 연속된 세 자연수의 합이 21보다 클 때, 이를 만족시키는 세 자연수 중에서 가장 작은 자연수는? [7점]

① 4 ② 5 ③ 6
④ 7 ⑤ 8

7 연립일차부등식 $\begin{cases} x-1\le2 \\ x+3>-1 \end{cases}$의 해는? [6점]

① $-4\le x<3$ ② $-4<x\le3$
③ $-3\le x<4$ ④ $-3<x\le4$
⑤ $-3\le x\le4$

8 연립일차부등식 $\begin{cases} 3x+2>5x-6 \\ \frac{x+2}{3}\ge\frac{x-1}{2}-x \end{cases}$의 해가 $a\le x<b$일 때, $5a+b$의 값은? [7점]

① -5 ② -3 ③ 3
④ 5 ⑤ 7

9 연립일차부등식 $\frac{-x-1}{4}-2\le\frac{x}{3}-\frac{3x-1}{2}<1$을 만족시키는 x의 값 중에서 가장 큰 정수를 M, 가장 작은 정수를 m이라고 할 때, $M-m$의 값은? [7점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

10 어떤 정수의 3배에 9를 더하면 18보다 크고, 2배에서 4를 빼면 6보다 작다고 한다. 어떤 정수는? [8점]

① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

서/답/형

11 다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라. [7점]

(1) $2(x+3)-x\ge9$

(2) $\frac{x-3}{2}-\frac{x+1}{3}<-2$

12 다음 부등식의 해를 구하여라. [7점]

$$\frac{3}{4}x-0.3>0.2\left(\frac{1}{2}x-6\right)$$

13 다음 연립일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라. [7점]

(1) $5x+2<3x-2<x$

(2) $\begin{cases}4x+5\le2x+9\\3x+1>2x+3\end{cases}$

|서술형|

14 연립일차부등식 $x+a\le3x+2<2x+5$를 만족시키는 정수가 0, 1, 2의 3개일 때, 정수 a의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [8점]

|서술형|

15 교내 연극 공연을 관람하러 온 2학년 전체 학생들이 강당의 긴 의자에 앉으려고 한다. 한 의자에 4명씩 앉으면 학생 10명이 남고, 5명씩 앉으면 의자 6개가 남는다. 이때 의자의 개수를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [9점]

60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

하·수준

1 다음 중에서 부등식을 모두 찾아라.

㉠ $3x+4<6$	㉡ $x-7$
㉢ $4x-3=8$	㉣ $\frac{x}{2}-2\geq-1$

2 x가 -1, 0, 1, 2일 때, 다음 부등식의 해를 구하여라.

(1) $3x+1>5$

(2) $2x+3\leq2$

3 다음 부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $x+1>5$

(2) $-2x\leq4$

4 다음 연립일차부등식의 해를 구하여라.

(1) $\begin{cases} x<-1 \\ 2x<-4 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x-1>2 \\ x+2\leq3 \end{cases}$

5 700원 하는 아이스크림 2개와 800원 하는 음료수를 합하여 5000원 이하가 되게 사려고 할 때, 음료수를 최대 몇 개까지 살 수 있는지 구하려고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 음료수를 x개 살 때, 음료수의 총가격을 식으로 나타내어라.

(2) 조건에 알맞은 부등식을 만들어라.

(3) (2)에서 만든 부등식을 풀어라.

(4) 음료수는 최대 몇 개까지 살 수 있는지 구하여라.

중·수준

1 다음을 부등식으로 나타내어라.

(1) 어떤 수 a에 2배하여 5를 뺀 것은 4보다 작다.

(2) 무게가 5 kg인 상자에 2 kg인 물건 x개를 넣으면 전체 무게는 10 kg 이상이다.

2 a, b가 다음 식을 만족할 때, a와 b의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타내어라.

(1) $a+7\leq b+7$

(2) $\frac{a}{6}>\frac{b}{6}$

3 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 1.5x-2>0.6x+0.7 \\ 3-\frac{x-2}{4}\leq\frac{x+3}{2} \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2(x-3)\geq x-8 \\ 2-0.1x>x-0.2 \end{cases}$

4 북한산을 등산하는데 올라갈 때에는 시속 3 km로 걷고, 내려올 때에는 같은 길을 시속 4 km로 걸어서 전체 걸리는 시간을 3시간 30분 이내로 하려고 한다. 이때 몇 km 지점까지 오르고 내려오면 되는지 구하여라.

5 지우개 180개를 상자에 넣어 포장하는데, 한 상자에 20개씩 넣으면 지우개가 남고, 25개씩 넣으면 지우개가 부족하다고 한다. 이때 상자의 개수를 구하여라.

상·수준

1 $a<0<b$일 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾아라.

㉠ $a-b>0$	㉡ $ab<0$	㉢ $a^2<ab$	㉣ $\frac{a}{b}<1$

2 일차부등식 $4x-1<x+a$를 만족시키는 자연수 x가 2개일 때, a값의 범위를 구하여라.

3 연립일차부등식 $a-4x<7-5x\leq x-5$를 만족시키는 자연수 x가 하나뿐일 때, 정수 a의 값을 구하여라.

4 연주가 공항에서 비행기를 기다리는데 출발 시각까지 30분의 여유를 이용하여 상점까지 뛰어가서 물건을 사려고 한다. 뛰는 속력은 시속 5 km이고, 상점에서 물건을 사는 데에는 6분이 걸린다고 하면, 공항에서부터 몇 km 이내에 있는 상점이라야 물건을 살 수 있는지 구하여라.

5 어머니를 도우려고 과일 가게에 간 지석이는 사과를 바구니에 담으려고 한다. 사과를 한 바구니에 2개씩 담으면 21개가 남고, 4개씩 담으면 1개의 바구니가 남는다고 한다. 이때 사과의 수와 바구니의 수를 구하여라.

1 목표| 부등식의 해의 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 부등식 $4-x>3$은 $x=-2$, $x=-1$, $x=0$일 때 참이 되므로 해의 개수는 3개이다. 답 ④

2 목표| 부등식의 성질을 이용하여 주어진 식의 대소 관계를 알 수 있게 한다.

풀이| ②

$$a<b$$
양변에 같은 양수 곱하기
$$2a<2b$$
양변에서 같은 수 빼기
$$2a-3<2b-3$$

답 ②

3 목표| 부등식의 성질을 이용하여 a값의 범위를 구할 수 있게 한다.

풀이| $-6\le-2a<4$에서 $3\ge a>-2$ 답 ①

4 목표| 일차부등식의 해 중에서 가장 큰 정수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $10(x+1)<15-3(1-3x)$이므로 $x<2$
따라서 가장 큰 정수는 1이다. 답 ④

5 목표| 일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 네 번째 국어 시험 성적을 x점이라고 하면
$\frac{93+88+85+x}{4}\ge90$, $x\ge94$
따라서 다솔이는 다음 국어 시험에서 94점 이상을 받아야 한다. 답 ③

6 목표| 일차부등식을 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 가장 작은 자연수를 a라고 하면
$a+(a+1)+(a+2)>21$, $a>6$
따라서 구하는 가장 작은 자연수는 7이다. 답 ④

7 목표| 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| $x-1\le2$에서 $x\le3$
$x+3>-1$에서 $x>-4$
따라서 연립일차부등식의 해는 $-4<x\le3$ 답 ②

8 목표| 연립일차부등식의 해를 이용하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 연립일차부등식을 풀면 $-\frac{7}{5}\le x<4$
$a=-\frac{7}{5}$, $b=4$이므로 $5a+b=-3$ 답 ②

9 목표| $A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식을 이용하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 연립일차부등식을 풀면 $-\frac{3}{7}<x\le3$
$M=3$, $m=0$이므로 $M-m=3-0=3$ 답 ③

10 목표| 연립일차부등식을 활용하여 어떤 정수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 어떤 정수를 x라고 하면 $\begin{cases}3x+9>18\\2x-4<6\end{cases}$
이 연립일차부등식을 풀면 $3<x<5$
따라서 어떤 정수는 4이다. 답 ②

11 목표| 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $2(x+3)-x\ge9$
$x\ge3$

(number line: 1 2 3 4 5, closed point at 3, shaded right)

(2) $\frac{x-3}{2}-\frac{x+1}{3}<-2$에서
$3(x-3)-2(x+1)<-12$
$x<-1$

(number line: −3 −2 −1 0 1, open point at −1, shaded left)

답 (1) $x\ge3$ (2) $x<-1$

12 목표| 계수가 소수 또는 분수인 일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| $15x-6>4\left(\frac{1}{2}x-6\right)$이므로 $x>-\frac{18}{13}$

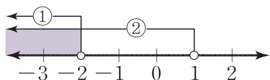
답 $x>-\frac{18}{13}$

13 목표| 여러 가지 연립일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $5x+2<3x-2$에서 $x<-2$ ······①

$3x-2<x$에서 $x<1$ ······②

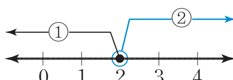
따라서 구하는 해는 $x<-2$이다.



(2) $4x+5\le 2x+9$에서 $x\le 2$ ······①

$3x+1>2x+3$에서 $x>2$ ······②

따라서 구하는 해는 없다.



답 (1) $x<-2$ (2) 해는 없다.

14 목표| 연립일차부등식을 만족시키는 정수를 알 때, a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 연립일차부등식을 풀면 $\frac{a-2}{2}\le x<3$ ···㉠

이를 만족시키는 정수 x가 0, 1, 2이므로

$-1<\frac{a-2}{2}\le 0$ ···㉡

따라서 $0<a\le 2$이므로

정수 a의 값은 1 또는 2이다. ···㉢

답 1 또는 2

채점 기준

영역	채점 요소		배점
해결 과정	연립일차부등식 풀기	㉠	2점
	a에 대한 연립일차부등식 세우기	㉡	4점
답 구하기	a의 값 구하기	㉢	2점

15 목표| 연립일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 의자의 수를 x개라고 하면 ···㉠

$5(x-7)+1\le 4x+10\le 5(x-7)+5$ ···㉡

이 연립일차부등식을 풀면 $40\le x\le 44$ ···㉢

따라서 의자의 개수는 40개, 41개, 42개, 43개, 44개이다. ···㉣

답 40개, 41개, 42개, 43개, 44개

채점 기준

영역	채점 요소		배점
해결 과정	미지수 정하기	㉠	2점
	연립일차부등식 세우기	㉡	4점
	연립일차부등식 풀기	㉢	2점
답 구하기	의자의 개수 구하기	㉣	1점

하·수준

1 목표| 부등식의 의미를 알고 부등식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉡은 다항식이고, ㉢은 일차방정식이다.

답 ㉠, ㉣

2 목표| 주어진 값을 대입하여 부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $3x+1>5$는 $x=2$일 때 참이 되므로 구하는 해는 2이다.

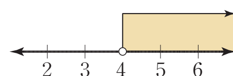
(2) $2x+3\le 2$는 $x=-1$일 때 참이 되므로 구하는 해는 -1이다.

답 (1) 2 (2) -1

3 목표| 부등식의 성질을 이용하여 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

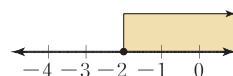
풀이| (1) $x+1-1>5-1$

$x>4$



(2) $-2x\div(-2)\ge 4\div(-2)$

$x\ge -2$



답 (1) $x>4$ (2) $x\ge -2$

4 목표| 연립일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $x<-1$이고, $2x<-4$에서 $x<-2$

따라서 구하는 해는 $x<-2$이다.

(2) $x-1>2$에서 $x>3$이고, $x+2\le 3$에서 $x\le 1$

따라서 구하는 해는 없다.

답 (1) $x<-2$ (2) 해는 없다.

5 목표| 일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 음료수 한 개에 800원이므로 $800x$이다.

(2) 5000원 이하로 사려고 하므로

$800x+1400\le 5000$

(3) $800x\le 3600$이므로 $x\le 4\frac{1}{2}$

(4) 음료수는 최대 4개까지 살 수 있다.

답 (1) $800x$ (2) $800x+1400\le 5000$ (3) $x\le 4\frac{1}{2}$ (4) 4개

중·수준

1 목표| 수량 사이의 대소 관계를 부등식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $2a-5<4$ (2) $2x+5\geq10$

답 풀이 참조

2 목표| 부등식의 기본 성질을 이용하여 a, b 사이의 대소 관계를 알 수 있게 한다.

풀이| (1) $a+7-7\leq b+7-7$, $a\leq b$

(2) $\frac{a}{6}\times6>\frac{b}{6}\times6$, $a>b$

답 (1) $a\leq b$ (2) $a>b$

3 목표| 계수가 소수 또는 분수인 연립일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $1.5x-2>0.6x+0.7$에서 $x>3$

$3-\frac{x-2}{4}\leq\frac{x+3}{2}$에서 $x\geq\frac{8}{3}$

따라서 구하는 해는 $x>3$이다.

(2) $2(x-3)\geq x-8$에서 $x\geq-2$

$2-0.1x>x-0.2$에서 $x<2$

따라서 구하는 해는 $-2\leq x<2$이다.

답 (1) $x>3$ (2) $-2\leq x<2$

4 목표| 일차부등식을 활용하여 시간, 속력, 거리에 대한 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 올라간 곳까지의 거리를 x km라고 하면

$\frac{x}{3}+\frac{x}{4}\leq3.5$, $x\leq6$

따라서 6 km까지 오르고 내려오면 된다. 답 6 km

5 목표| 연립일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 상자의 개수를 x개라고 하면

$20x<180<25x$, $\frac{36}{5}<x<9$

따라서 상자의 개수는 8개이다. 답 8개

상·수준

1 목표| 부등식의 기본 성질을 이용하여 대소 관계를 알 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $a<b$이므로 $a-b<0$

㉢ $a<b$, $a<0$이므로 $a^2>ab$ 답 ㉡, ㉣

2 목표| 일차부등식을 이용하여 a값의 범위를 구할 수 있게 한다.

풀이| $4x-1<x+a$에서 $x<\frac{a+1}{3}$

자연수 x는 2개이므로 $2<\frac{a+1}{3}\leq3$

따라서 a값의 범위는 $5<a\leq8$ 답 $5<a\leq8$

3 목표| 연립일차부등식을 이용하여 a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 연립일차부등식을 풀면 $2\leq x<7-a$

자연수 x는 하나뿐이므로 $2<7-a\leq3$

따라서 정수 a의 값은 4이다. 답 4

4 목표| 일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 공항에서 상점까지의 거리를 x km라고 하면

$\frac{x}{5}+\frac{1}{10}+\frac{x}{5}\leq\frac{1}{2}$, $x\leq1$

따라서 상점은 1 km 이내에 있어야 한다. 답 1 km

5 목표| 연립일차부등식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 바구니의 수를 x개라고 하면

$4(x-2)+1\leq2x+21\leq4(x-1)$

$\begin{cases}4(x-2)+1\leq2x+21\\2x+21\leq4(x-1)\end{cases}$, $\frac{25}{2}\leq x\leq14$

따라서 바구니의 수가 13개일 때 사과의 수는 47개이고, 바구니의 수가 14개일 때 사과의 수는 49개이다. 답 풀이 참조

Up & Down 게임

3명 또는 4명이 다음과 같은 게임을 하여 보아라.

준비물

1부터 100까지의 자연수가 적힌 숫자 카드

게임 규칙

① 적당한 방법으로 한 명의 술래를 정하여 카드 중에서 한 장을 선택하게 한다.
② 술래는 카드의 수를 확인하고, 다른 사람이 카드의 수를 볼 수 없게 책상 위에 올려놓는다.
③ 나머지 사람이 돌아가며 한 사람씩 수를 말한다.
④ 말한 수가 술래가 선택한 카드에 적혀 있는 수보다 크면 술래는 'Up'이라 외치고, 술래가 선택한 카드에 적혀 있는 수보다 작으면 'Down'이라고 외친다.
⑤ 4번 안에 수를 불러 술래가 선택한 카드의 수를 맞히면 술래가 지는 것이고, 그렇지 않으면 술래가 이기는 것이다.



과유불급(過猶不及)과 부등식

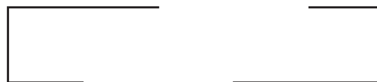
우리는 세상을 살아가며 어느 한쪽으로 치우치지 않게 행동해야 한다는 '중용(中庸)의 도(道)'를 이야기한다. 어떤 어려운 상황에서도 삶의 중심을 지키면서 자신의 신념을 잃지 않는 것을 중용(中庸)이라고 할 수 있는데, 중용을 따르는 것은 말처럼 그리 녹록한 것은 아니다. 왜냐하면 우리가 자신의 사리사욕(私利私慾)을 생각하지 않고 생활한다는 것은 정말로 어려운 일이기 때문이다. 그런데 이와 같이 거창하고 철학적으로 말하지 않고도 중용의 도를 지켜나가는 방법이 있는데, 바로 '과유불급(過猶不及)'이라는 고사에서 답을 찾을 수 있다. '지나친 것은 미치지 못한 것과 같다.'라는 뜻의 과유불급은 "논어(論語)" 11편 선진(先進)에 나오는 말로 공자(孔子)와 그의 제자인 자공(子貢)의 대화에서 비롯되었다.

어느 날 자공이 공자에게 물었다.
"공 선생님, 자장(子張)과 자하(子夏) 중 어느 쪽이 더 현명합니까?"
공자가 대답했다.
"자장은 매사에 지나친 면이 있고, 자하는 부족한 점이 있는 것 같다."
"그렇다면 자장이 낫다는 말씀이시군요?"
자공이 말하자 공자는 이렇게 대답했다.
"그렇지 않다. 지나친 것은 미치지 못한 것과 같다."
공자는 중용의 도를 이와 같이 말했다.

자장은 활달한 기상과 진보적 사고를 지니고 있던 반면, 자하는 매사에 신중하고 현실적인 행동을 하는 인물이었는데, 공자는 두 사람 모두를 중용의 도가 부족한 인물로 평가하고 있다.

과유불급은 어떤 것이 모자라는지 넘치는지를 따지고 있는데, 수학적으로 생각하면 바로 부등식을 떠올릴 수 있다. 부등식은 $2x-3<4$와 같이 부등호를 사용하여 수량 사이의 관계를 나타낸 식이며, 부등식에서 사용되는 부등호에는 '$>$, $<$, $\geq$, $\leq$' 4가지가 있다. 그 중에서 부등호 $>$, $<$는 영국의 수학자이자 천문학자인 해리엇이 처음 사용한 것으로 알려져 있는데, 정작 기호 $>$를 '…보다 더 크다.'로 기호 $<$를 '…보다 더 작다.'로 정의한 사람은 프렌드이다.

한편 해리엇이 활동하던 당시에 수학자들은 수와 식의 크기 관계를 나타내기 위하여 지금과 같은 기호 이외에도 여러 가지 기호를 고안해 냈다. 예를 들어 "수학의 열쇠"라는 책을 지은 영국의 수학자 오트레드는 '…보다 더 크다.'와 '…보다 더 작다.'를 나타내기 위해 각각 다음과 같은 기호를 사용하였다.



그런데 이런 기호는 대칭적이지 않고 기억하기도 불편했으며, 더욱이 기호를 만든 사람들조차도 때때로 혼동하는 경우가 있었다. 그래서 해리엇의 기호가 점점 널리 받아들여지게 되었다. 또 '…보다 크거나 같다.'와 '…보다 작거나 같다.'를 나타내는 부등호 $\geq$와 $\leq$는 프랑스의 과학자 부게가 처음 사용하였다.

과유불급(過猶不及) 過(지날 과), 猶(오히려 유), 不(아닐 불), 及(미칠 급)

V 일차함수

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있다.
2. 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.
3. 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.
4. 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.
5. 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해한다.

1. 일차함수와 그래프

2. 일차함수와 일차방정식의 관계

심장 박동 수가 빠른 동물일수록 수명이 짧다고 한다. 예를 들어 갈라파고스 거북의 평균 수명은 177년인데 1분당 박동 수는 6회이고, 쥐의 평균 수명은 5～7년인데 1분당 박동 수는 300～500회이다. 사람의 경우도 1분당 박동 수가 90회 이상으로 빠른 사람은 박동 수가 60～69회인 사람에 비하여 사망률이 2.68배나 높다고 한다.

나이가 x살인 사람이 어떤 운동을 할 때, 1분당 심장 박동 수를 y회라고 하면 y는 x에 관한 함수 $y=-0.85x+187$로 나타낼 수 있다.

이와 같이 우리 주변에는 함수의 식으로 나타낼 수 있는 두 양을 쉽게 찾을 수 있다.

단원을 시작하기 전에

공기 중에서 음속은 기온과 밀접한 관련이 있다. 기온이 x ℃일 때 음속을 y m/초라고 하면 y는 x에 관한 함수이고, x와 y 사이의 관계식은 $y=0.6x+331$이다. 이와 같은 함수를 일차함수라고 하는데, 우리 주변에는 두 수량 사이의 관계를 일차함수로 나타낼 수 있는 경우가 많이 있다. 이번 단원에서는 이것을 식과 그래프로 나타내는 방법에 대하여 지도한다.

단원의 지도 목표

1. 일차함수와 그래프

① 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있게 한다.
② 일차함수의 그래프의 성질을 이해하게 한다.
③ 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.

2. 일차함수와 일차방정식의 관계

① 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해하게 한다.
② 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 다양한 상황을 이용하여 일차함수의 의미를 다룬다.
② 공학적 도구를 활용하여, 함수의 그래프를 그리고 다양한 상황을 해석할 수 있게 한다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			152~153	• 단원의 개관	
1. 일차함수와 그래프	준비 학습		154	• 정비례 • 함수 • 함수의 그래프 • 함수의 활용	
	1-1 일차함수의 뜻과 그래프	1~7	155~166	• 일차함수의 뜻 • 일차함수 $y=ax+b$의 그래프 • 평행이동 • x절편과 y절편 • 일차함수의 그래프의 기울기	일차함수, 평행이동, x절편, y절편, 기울기
	1-2 일차함수의 그래프의 성질	8~11	167~173	• 기울기와 그래프 사이의 관계 • 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프 사이의 관계 • 일차함수의 식	
	1-3 일차함수의 활용	12	174~176	• 일차함수의 활용	
	수준별 학습	13	177~179	• 중단원 확인 학습 문제	
2. 일차함수와 일차방정식의 관계	준비 학습		180	• $y=ax(a\neq 0)$의 그래프 • 일차방정식 • 연립일차방정식의 해 • 기울기, x절편, y절편	
	2-1 일차함수와 일차방정식	14~16	181~184	• 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프 • $x=k$, $y=k$의 그래프	직선의 방정식
	2-2 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해	17~18	185~188	• 일차함수의 그래프를 이용한 연립일차방정식 풀이 • 계산기의 활용	
	수준별 학습	19	189~191	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		20~21	192~201	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 컴퓨터의 활용 • 수학 산책	

학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 용어 '함수'의 유래

우리가 사용하는 용어인 '함수'는 한자로 函數이며 이는 중국의 "대미적습급(代微積拾級)"에 나타나 있다고 한다. 函數는 영어 function의 중국식 음의 해석으로 알려져 있지만 단순한 음의 해석이 아니라 그 의미를 어느 정도는 생각해서 만든 용어라는 주장도 있다. 函에 '상자에 넣다'라는 뜻이 있으므로 함수는 상자에 수를 넣어 새로운 수가 되게 하는 것을 의미한다고 보는 것이다.

함수를 영어로 function이라고 하는데, 이 단어의 본래 뜻은 '기능, 작용, 수행'을 의미한다. 수학에서 함수는 그것에 주어지는 각각의 값에 작용하는 일련의 연산으로 이루어져 있다고 볼 수 있기 때문에 이러한 용어가 사용된 것으로 보인다. 오늘날 수학에서 만들어진 용어 '함수'는 수학뿐만이 아니라 일상적으로도 사용되고 있다. 이를테면 두 사물이나 사건이 서로 결정적인 영향을 미치며 매우 밀접하게 맺어진 관계를 흔히 '함수 관계'라고 말하기도 한다. 예를 들어 원의 넓이 A는 그 원의 반지름 r에 종속되는데 $A=\pi r^2$이므로 'A는 r의 함수이다.'라고 한다.

또 자유 낙하하는 공의 속도 v는 공이 땅에 떨어질 때까지 시간 t에 따라 증가하므로 'v는 t의 함수이다.'라고 한다.

2. 함수의 역사

'함수의 개념의 근원은 언제부터인가?' 하는 문제에 대해 많은 사람들의 주장이 엇갈린다. 여러 학자들의 주장을 간략하게 정리해 보면 다음과 같다.

벨(E. T. Bell: 1883~1960)은 고대 바빌로니아 사람들이 대응표를 사용함으로써 함수의 개념이 시작되었다고 주장하였다.

페데레센(Pederesen, O.)은 "Almagest"라는 중세 초의 천문학서에 보면 집합과 집합 사이의 원소들을 대응시킨 예가 많이 나오는데 함수라는 말을 사용하지 않았을 뿐이지 명백하게 함수인 예들이고 이때부터 함수의 근원이 시작되었다고 주장하였다.

유시케비치(Youschkevitch, A. P.: 1906~1993)는 고대의 수학에서는 함수의 개념이 변수의 값과 같은 일반적인 형태로 나타나지 않았고, 14세기에 들어와서야 비로소 옥스퍼드와 파리의 자연주의 철학자 학교에서 처음으로 나타났다고 하였다. 그러나 오늘날 우리가 사용하고 있는 함수의 개념과는 다소 거리가 있고, 17세기 전반기에 가서야 함수에 대한 새로운 해석이 시작되었다고 주장하였다.

스미스(Smith, D. E.)는 함수의 아이디어는 데카르트(Descartes, R.: 1596~1650)가 순서쌍을 표현하는 방법을 고안해냄으로써 처음으로 시작되었다고 주장하였다.


라이프니츠

함수라는 용어를 최초로 사용한 사람은 라이프니츠(Leibniz, G. W.: 1646~1716)인데 곡선 위의 점들의 좌표, 곡선의 기울기와 같은 임의의 양을 표시하기 위해서 사용하였다. 즉, 두 변수 x, y가 있어서 x의 값의 변화에 따라 y의 값이 정해지면 y를 x의 함수라고 정의하였다.

1718년 베르누이(Bernoulli, J.: 1654~1705)는 변수와 어떤 상수로 이루어진 임의의 식을 함수로 정의하였고, 그보다 약간 뒤에 오일러(Euler, L.: 1707~

1783)는 변수와 상수를 포함하는 임의의 방정식 또는 공식을 함수로 간주하였다.


푸리에

'$f(x)$'라는 표현은 오일러에 의하여 처음으로 사용되었다. 함수에 대한 오일러의 개념은 1807년에 푸리에(Fourier, J. B. J.: 1768~1830)가 열전도에 대한 고찰에서 삼각급수를 생각하기 전까지 계속 수학계에서 사용되었다.

그 후 디리클레(Dirichlet, J. P. G. L.: 1805~1859)에 의해 다음과 같은 현대적인 함수 개념의 형식화에 도달하였다.

'변수는 수 집합의 임의의 원소를 나타낸다. 만일 두 변수 x, y에 대해서 x에 어떤 값이 주어질 때마다 어떤 법칙이나 대응에 의해서 y의 값이 자동적으로 정해지는 어떤 관계가 있으면 y를 x의 함수라고 한다.'

나중에 미적분학의 도입 과정에서 디리클레의 함수 개념이 제시되는 것이 전통이 되어 왔다. 그러나 그 정의는 매우 광범위한 것이고 해석적인 것과 같은 식에 의해서 x와 y 사이의 관계를 표현할 수 있는 어떠한 사항도 고려하고 있지 않다. 즉, 이것은 두 집합 사이의 관계에 대한 기본적인 생각만을 강조하고 있을 뿐이다.

함수의 개념은 수학의 많은 분야에 보급되었으며, 20세기 초반 이후에 많은 영향력 있는 수학자들이 초등 수학의 조직화에 있어서 통합적이고 중심적인 원리로서 함수 개념의 사용을 옹호했다.

3. 일차함수와 이차함수

갈릴레이(Galilei, G.: 1564~1642)는 여러 가지 운동을 연구하는 중에 '비례'라는 단어를 사용하여 일차함수의 개념을 표현하였다. 그는 등가속도 운동과 같은 물리적인 현상을 이차함수를 사용하여 시간과 거리 사이의 관계를 파악하기 위해 노력하였다.

갈릴레오의 관찰에 따르면 높이가 같고 기울기가 다른 경사면을 따라 어떤 물체가 내려올 때 걸리는 시간은 경사면의 길이에 비례한다.

또한 등가속도 운동을 하는 물체가 움직인 거리는 그 거리까지 움직이는 데 걸린 시간의 제곱에 비례한다. 이것을 식으로 표현하면 시간 t, 경사면의 길이 m, 거리 s에 대하여

$$t=am,\ s=bt^2\ (a,\ b\text{는 상수})$$

로 나타낼 수 있다.

이것이 일차함수와 이차함수의 표현의 근원이었다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원	V. 일차함수	쪽수	교과서 159~160쪽
소단원	1. 일차함수와 그래프　1-1 일차함수의 뜻과 그래프	차시	3/21
학습 목표	x절편과 y절편의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◯ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◯ 함수의 그래프가 x축, y축과 만나는지에 대하여 질문한다. ◯ 학습 목표를 제시한다. • x절편과 y절편의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습	◯ 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◯ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◯ 학습 내용 설명 **일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 x절편과 y절편** (1) x절편: 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표 (2) y절편: 일차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표 (3) 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 x절편: $-\frac{b}{a}$, y절편: b $y=ax+b$, $(0,\ b)$, $\left(-\frac{b}{a},\ 0\right)$, O, x, y	일차함수 $y=ax+b$에서 그래프의 y절편은 상수항 b와 같다.
	문제 해결	◯ 예제 2를 학생들에게 설명한다. ◯ 문제 8, 9를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가	◯ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◯ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 오른쪽 그림의 일차함수의 그래프를 보고, 각 일차함수의 x절편, y절편을 구하여라. (1) x절편: ☐, y절편: ☐ (2) x절편: ☐, y절편: ☐ (1), (2), y, 5, 3, -2, O, 3, x 답 (1) 3, 5　(2) -2, 3	
	수준별 과제 차시 예고	◯ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다. ◯ 다음 차시를 예고한다. • 두 점을 이용하여 일차함수의 그래프를 그리는 방법을 알아본다.	

수준별 학습지 (기초)

대단원	V. 일차함수	쪽수	교과서 159~160쪽
소단원	1. 일차함수와 그래프 1-1 일차함수의 뜻과 그래프	차시	3/21
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣어라.

(1) 좌표평면 위에서 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표를 이 그래프의 □이라고 한다.

(2) 좌표평면 위에서 일차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표를 이 그래프의 □이라고 한다.

답 (1) x절편 (2) y절편

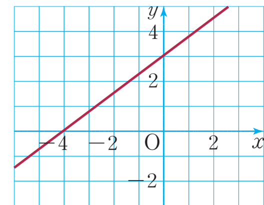
2 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 좌표축과 만나는 점의 좌표가 다음과 같을 때, x절편과 y절편을 각각 구하여라.

(1) $(3,\ 0),\ (0,\ 4)$　　(2) $(-3,\ 0),\ (0,\ -6)$

답 (1) x절편: 3, y절편: 4 (2) x절편: -3, y절편: -6

3 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, x절편과 y절편을 각각 구하여라.

답 x절편: -4, y절편: 3



4 일차함수 $y=x-5$의 그래프에서 x절편을 구하여라.

답 5

교수 · 학습 과정안 (기본)

<table>
<tr><td colspan="2">대단원</td><td>Ⅴ. 일차함수</td><td>쪽수</td><td>교과서 159~160쪽</td></tr>
<tr><td colspan="2">소단원</td><td>1. 일차함수와 그래프　1-1 일차함수의 뜻과 그래프</td><td>차시</td><td>3/21</td></tr>
<tr><td colspan="2">학습 목표</td><td colspan="3">x절편과 y절편의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>단계</td><td>학습 과정</td><td colspan="2">교수 · 학습 활동</td><td>교수 · 학습상의 유의점</td></tr>
<tr><td>도입</td><td>선수 학습 확인
동기 유발
학습 목표 제시</td><td colspan="2">• 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다.
• 함수의 그래프가 x축, y축과 만나는지에 대하여 질문한다.
• 학습 목표를 제시한다.
　• x절편과 y절편의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.</td><td>모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.</td></tr>
<tr><td>전개</td><td>탐구 활동

개념 학습

문제 해결</td><td colspan="2">• 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다.
• 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다.
• 학습 내용 설명
일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 x절편과 y절편
(1) x절편: 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표
(2) y절편: 일차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표
(3) 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서
x절편: $-\frac{b}{a}$, y절편: b
(y, $y=ax+b$, $(0, b)$, $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$, O, x)

• 예제 2를 학생들에게 설명한다.
• 문제 8, 9를 풀게 한다.
정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.</td><td>일차함수 $y=ax+b$에서 그래프의 y절편은 상수항 b와 같다.</td></tr>
<tr><td>정리
및
평가</td><td>학습 내용 정리
형성 평가

수준별 과제
차시 예고</td><td colspan="2">• 본시의 학습 내용을 정리한다.
• 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다.
● 다음은 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.
<table>
<tr><td rowspan="2">일차함수</td><td colspan="2">x절편</td><td colspan="2">y절편</td></tr>
<tr><td colspan="2">$y=0$을 대입하면</td><td colspan="2">$x=0$을 대입하면</td></tr>
<tr><td>(1) $y=x+3$</td><td>$0=x+3$</td><td>x절편: □</td><td>$y=0+3$</td><td>y절편: □</td></tr>
<tr><td>(2) $y=2x-5$</td><td>$0=2x-5$</td><td>x절편: □</td><td>$y=0-5$</td><td>y절편: □</td></tr>
</table>
답 (1) -3, 3　(2) $\frac{5}{2}$, -5
• 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다.
• 다음 차시를 예고한다.
　• 두 점을 이용하여 일차함수의 그래프를 그리는 방법을 알아본다.</td><td></td></tr>
</table>

수준별 학습지 (기본)

대단원	V. 일차함수	쪽수	교과서 159~160쪽
소단원	1. 일차함수와 그래프　1-1 일차함수의 뜻과 그래프	차시	3/21
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　　이름:			

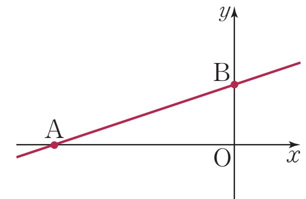
1 다음 일차함수의 그래프에서 x절편과 y절편을 각각 구하여라.

(1) $y=3x-2$　　　　(2) $y=-\dfrac{2}{3}x-4$

답 (1) x절편: $\frac{2}{3}$, y절편: -2　(2) x절편: -6, y절편: -4

2 오른쪽 그림은 일차함수 $y=\dfrac{1}{3}x+5$의 그래프이다. 두 점 A, B의 좌표를 각각 구하여라.

답 A$(-15,\ 0)$, B$(0,\ 5)$



3 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.

답 x절편: -2, y절편: 4

4 일차함수 $y=\dfrac{1}{2}x+k$의 그래프의 x절편이 4일 때, 이 그래프의 y절편을 구하여라.

답 -2

교수 · 학습 과정안 (실력)

대단원	V. 일차함수	쪽수	교과서 159~160쪽
소단원	1. 일차함수와 그래프 1-1 일차함수의 뜻과 그래프	차시	3/21
학습 목표	**x절편과 y절편의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.**		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◎ 함수의 그래프가 x축, y축과 만나는지에 대하여 질문한다. ◎ 학습 목표를 제시한다. • x절편과 y절편의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◎ 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◎ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 정답 확인 및 보충 설명을 한다. ◎ 학습 내용 설명 **일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 x절편과 y절편** (1) x절편: 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표 (2) y절편: 일차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표 (3) 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 x절편: $-\frac{b}{a}$, y절편: b $y=ax+b$, $(0, b)$, $\left(-\frac{b}{a}, 0\right)$, O, x, y ◎ 예제 2를 학생들에게 설명한다. ◎ 문제 8, 9를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	일차함수 $y=ax+b$에서 그래프의 y절편은 상수항 b와 같다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◎ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 일차함수 $y=-\frac{2}{3}x+2$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라. 답 3 ◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◎ 다음 차시를 예고한다. • 두 점을 이용하여 일차함수의 그래프를 그리는 방법을 알아본다.	

수준별 학습지 (실력)

대단원	V. 일차함수	쪽수	교과서 159~160쪽
소단원	1. 일차함수와 그래프　1-1 일차함수의 뜻과 그래프	차시	3/21
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 일차함수 $y=-2x+k$의 그래프가 점 $(1,\ -5)$를 지날 때, 이 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.

답 x절편: $-\frac{3}{2}$　y절편: -3

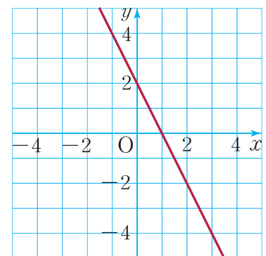
2 일차함수 $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$의 그래프의 x절편을 a, y절편을 b라고 할 때, $a-b$의 값을 구하여라.

답 1

3 일차함수 $y=-\frac{1}{3}x-1$의 그래프가 일차함수 $y=6x-k$의 그래프와 x축 위에서 만날 때, k의 값을 구하여라.

답 -18

4 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 일차함수 $y=\frac{1}{a}x-b$의 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.



답 x절편: -4　y절편: -2

1 일차함수와 그래프

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있게 한다.

② 일차함수의 그래프의 성질을 이해하게 한다.

③ 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 일차함수의 뜻과 그래프	일차함수의 뜻
	일차함수 $y=ax+b$의 그래프
	x절편, y절편과 이를 이용한 그래프 그리기
	일차함수의 기울기와 이를 이용한 그래프 그리기
1-2 일차함수의 그래프의 성질	기울기와 그래프 사이의 관계
	기울기가 같은 두 일차함수의 그래프 사이의 관계
	일차함수의 식 구하기
1-3 일차함수의 활용	일차함수의 활용
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 154 쪽

1 일차함수와 그래프



준 | 비 | 학 | 습

정비례
x의 값이 2배, 3배, 4배, …로 변함에 따라 y의 값도 2배, 3배, 4배, …로 변하는 관계가 있으면 y는 x에 정비례한다고 한다.

함수
두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지는 관계가 있을 때, y를 x의 함수라고 한다.

함수의 그래프
함수 $y=f(x)$에서 각 x의 값을 x좌표로 하고, x의 값에 대한 함숫값 y를 y좌표로 하는 순서쌍 (x, y)를 모두 좌표평면 위에 나타낸 것을 그 함수의 그래프라고 한다.

함수의 활용
변수 x, y를 정하고 그 관계를 함수 $y=f(x)$로 나타낸다.

1 y가 x에 정비례하고 x와 y의 값이 다음과 같을 때, y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(1) $x=2$일 때 $y=8$이다.

(2) $x=3$일 때 $y=-6$이다.

2 다음 중에서 y가 x의 함수인 것을 모두 찾아라.

ㄱ. 자연수 x의 약수는 y이다.
ㄴ. 한 개에 500원 하는 사과 x개의 값은 y원이다.
ㄷ. 넓이가 10 cm^{2}인 직사각형의 가로의 길이가 x cm일 때, 세로의 길이는 y cm이다.

3 다음 함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=-3x$ (2) $y=\frac{x}{2}$

4 벽에 x개의 타일을 이어 붙였을 때, 타일을 붙인 부분의 넓이가 y cm^{2}라고 한다. 타일 한 개의 넓이가 8 cm^{2}일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 10개의 타일을 이어 붙였을 때, 타일을 붙인 부분의 넓이를 구하여라.

준비 학습의 해설

1

목표| 정비례 $y=ax$를 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $y=ax$에 $x=2$, $y=8$을 대입하면 $a=4$
따라서 구하는 식은 $\boldsymbol{y=4x}$

(2) $y=ax$에 $x=3$, $y=-6$을 대입하면 $a=-2$
따라서 구하는 식은 $\boldsymbol{y=-2x}$

2

목표| 함수의 개념을 알고, 함수인 것을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㄴ. $y=500x$인 관계가 성립한다.

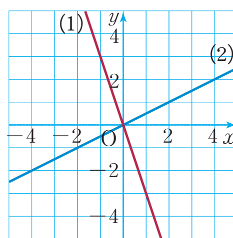
ㄷ. $y=\frac{10}{x}$인 관계가 성립한다.

따라서 y가 x의 함수인 것은 ㄴ, ㄷ이다.

3

목표| 함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이|



4

목표| 함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\boldsymbol{y=8x}$

(2) $y=8x$에 $x=10$을 대입하면
$y=8\times10=\mathbf{80(cm^2)}$

교과서 155 쪽

1-1 일차함수의 뜻과 그래프

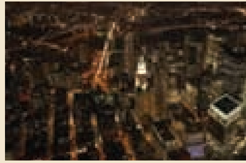
● 일차함수의 의미를 이해하고 그 그래프를 그릴 수 있다.

일차함수란 무엇인가?

창의력 기르기

전력량과 정전

우리나라는 미국 등 다른 선진국에 비해 정전이 발생하는 경우가 적다고 한다. 특히 2011년 9월 지역별 순환 정전 사태처럼 수백만 가구의 대규모 정전 사태는 사실상 처음 있는 일이기 때문에 많은 사람들에게 혼란을 가져다 주었다. 이례적인 9월의 무더위에 냉방 장치의 사용량이 증가하였고, 예상한 전기의 수요량을 초과하여 발생한 것이라고 한다.



탐구 활동

일반적으로 에어컨의 소비 전력은 평균 1.6 kW이고, 에어컨에 사용되는 전력량을 제외한 가구당 한 달 평균 전력량은 90 kWh라고 한다.
전력량(kWh)=소비 전력(kW)×시간(h)이라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 에어컨 사용 시간에 따른 전력량을 나타낸 다음 표를 완성하여 보자.

시간(h)	0	1	2	3	4
전력량(kWh)					

2 에어컨을 5시간 동안 사용하였을 때의 전력량은 몇 kWh인가?

3 한 달 동안 에어컨을 x시간 사용하였을 때, 한 가구의 월 평균 총 전력량을 y kWh라고 하면 y는 x의 함수인가?

탐구 활동에서 에어컨의 소비 전력은 평균 1.6 kW이므로 x시간 동안 사용한 에어컨의 전력량은 $1.6x$ kWh이고, 에어컨에 사용되는 전력량을 제외한 가구당 월 평균 전력량은 90 kWh이므로 x와 y 사이의 관계식은

$$y=1.6x+90$$

으로 나타낼 수 있다. 이때 y는 x에 관한 일차식이 된다.

2. 일차함수 $y=f(x)$는 y가 x의 함수이고, 일차식일 때임을 알게 한다.

3. x값의 범위가 수 전체일 때, 일차함수의 그래프가 직선이 됨을 직관적으로 이해하게 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 일차함수(一次函數, linear function)
• 평행이동(平行移動, translation)
• x절편(x intercept)
• y절편(y intercept)
• 기울기(slope)

창의력 기르기 참/고/자/료

우리나라는 안정적인 전력 공급과 미래 에너지 자원 개발을 위하여 여러 가지 기관을 운영하고 있다. 보다 자세한 정보는 에너지경제연구원 홈페이지(http://www.keei.re.kr)에서 확인할 수 있다.

1-1 일차함수의 뜻과 그래프

소단원 지도 목표

① 일차함수의 의미를 이해하게 한다.
② 평행이동의 뜻을 알고, 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.
③ x절편, y절편의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있게 한다.
④ 두 점을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.
⑤ 일차함수의 그래프의 기울기에 대하여 알게 한다.
⑥ 기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 함수 $y=ax(a\neq0)$가 일차함수 $y=ax+b$에서 $b=0$인 경우임을 확인하게 하고, $y=ax$의 그래프의 특징을 일차함수의 그래프와 관련지어 생각할 수 있도록 지도한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 실생활에서 두 변량 사이의 관계를 표를 이용하여 알아봄으로써 일차함수의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1.

시간(h)	0	1	2	3	4
전력량(kWh)	**0**	**1.6**	**3.2**	**4.8**	**6.4**

2. 에어컨의 사용 시간이 1시간씩 증가할 때마다 전력량은 1.6 kWh만큼 증가하므로 에어컨을 5시간 동안 사용한 전력량은 8 **kWh**이다.

3. 에어컨에 사용되는 전력량을 제외한 가구당 한 달 평균 전력량이 90 kWh이므로 에어컨의 사용 시간 x와 한 가구의 월 평균 총 전력량 y 사이에는 $y=1.6x+90$인 관계가 성립함을 알 수 있다. 즉, x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지므로 **y는 x의 함수**이다.

교과서 156 쪽

❶ …으로 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 일차식

$$y=ax+b\,(a\neq0,\ a,\ b\text{는 상수})$$

로 나타날 때, 이 함수 $y=f(x)$를 **일차함수**라고 한다.

일차함수의 x와 y값의 범위가 주어지지 않았을 때에는 x와 y의 값은 수 전체로 한다.

예) $y=-3x+2$, $y=\frac{2}{3}x$, $y=x-7$은 y가 x에 관한 일차식으로 나타내어지는 함수이므로 모두 일차함수이다.

문제 1 다음 중에서 일차함수를 모두 찾아라.

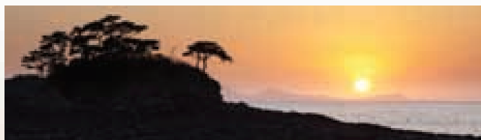
㉠ $y=2x-2$	㉡ $y=3x^2-5x-1$	㉢ $y=3$
㉣ $y=\frac{6}{x}+2$	㉤ $y=\frac{4}{5}x$	㉥ $y=5-2x$

문제 2 다음에서 y를 x에 관한 식으로 나타내고, 일차함수인 것을 모두 찾아라.

(1) 하루 중에서 낮의 길이가 x시간일 때, 밤의 길이는 y시간이다.

(2) 넓이가 10 cm^2인 삼각형의 밑변의 길이는 x cm, 높이는 y cm이다.

(3) 시속 4 km로 걸어서 x시간 동안 간 거리는 y km이다.





문제 3 문제 2와 같이 y를 x에 관한 식으로 나타내면 일차함수가 되는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

문제 4 일차함수 $y=3x+1$에서 x의 값이 -2, -1, 0, 1, 2일 때, 각 x의 값에 대한 함숫값을 구하여라.

본문 해설

❶ y는 x에 관한 일차식의 꼴로 나타날 때 일차함수이므로 $y=ax+b$에서 반드시 $a\neq0$이어야 한다.
그러나 $b=0$이어도 $y=ax\,(a\neq0)$는 일차함수이다.

참고| 일차함수의 '일차'는 변수의 최고 차수가 1인 것을 의미한다. 일차를 영어로 linear라고 하는데 '직선의 모습'이라는 뜻이 있다. linear가 '일차'를 의미하게 된 것은 일차방정식이나 일차함수가 좌표평면에서 직선으로 나타나기 때문이다.

1

목표| 일차함수의 의미를 이해하고, 일차함수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉡ x에 관한 이차식이므로 일차함수가 아니다.
㉢ 3은 상수이므로 일차함수가 아니다.
㉣ 분모에 x가 있으므로 일차함수가 아니다.
따라서 일차함수인 것은 ㉠, ㉤, ㉥이다.

2

목표| 다양한 상황에서 두 변량 사이의 관계를 식으로 나타내고, 일차함수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) 하루는 24시간이므로 $x+y=24$
$\mathbf{y=24-x}$

(2) (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변)$\times$(높이)이므로

$10=\frac{1}{2}xy$, $\mathbf{y=\frac{20}{x}}$

(3) (거리)$=$(속력)$\times$(시간)이므로 $\mathbf{y=4x}$

따라서 일차함수인 것은 (1), (3)이다.

3

|출제 의도| 여러 가지 일차함수를 만들어 봄으로써 일차함수의 의미를 이해하게 하기 위한 문제이다.

예시| 기름 1 L당 20 km를 이동할 수 있는 자동차가 소모한 기름의 양을 x L, 이동한 거리를 y km라고 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타내고 일차함수가 되는지 확인하여라.

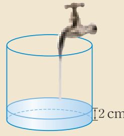
풀이| 기름 1 L당 20 km를 이동하므로 x L를 소모하면 $20x$ km를 이동한다. 따라서 $y=20x$으로 나타낼 수 있고, y가 x에 관한 일차식으로 나타내어지는 일차함수이다.

교과서 157 쪽

일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐구 활동

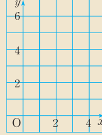
밑면으로부터 2 cm 높이까지 물이 들어 있는 물통에 수도꼭지에서 항상 일정한 양의 물이 흘러나오게 하여 물의 높이가 1분에 1 cm씩 높아지도록 물을 채우고 있다. 물을 받는 시간을 x분, 물통에 들어 있는 물의 높이를 y cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



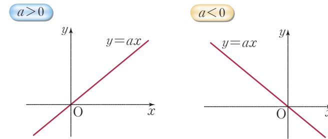
1 다음 표를 완성하고, y를 x에 관한 식으로 나타내어 보자.

x(분)	0	1	2	3	4
y(cm)					

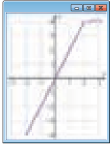
2 **1**에서 얻어지는 순서쌍 $(x,\ y)$를 좌표로 하는 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.



우리는 x값의 범위가 수 전체인 일차함수 $y=ax\,(a\neq0)$의 그래프는 다음과 같이 원점을 지나는 직선임을 배웠다.



다음은 컴퓨터를 이용하여 일차함수 $y=2x$의 그래프를 그린 것이다.



이제 일차함수 $y=2x+3$의 그래프를 그려 보자.

일차함수 $y=2x$와 $y=2x+3$에서 x의 여러 가지 값에 대한 y의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	⋯	-2	-1	0	1	2	3	⋯
$2x$	⋯	-4	-2	0	2	4	6	⋯
$2x+3$	⋯	-1	1	3	5	7	9	⋯

(각 열에서 $2x$ → $2x+3$: $+3$)

탐구 활동의 이해

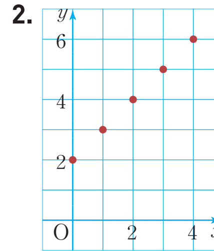
활동 목표 • x와 y 사이의 관계를 나타내는 표를 완성하고 $(x,\ y)$를 좌표평면 위에 나타내어 봄으로써 일차함수의 그래프의 모양을 알게 하려는 것이다.

1.

x(분)	0	1	2	3	4
y(cm)	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

$\boldsymbol{y=x+2}$

2.



4

목표| 일차함수에서 각 x의 값에 대한 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 함수 $y=3x+1$에 x의 값을 각각 대입하면

$x=-2$일 때 $y=-5$

$x=-1$일 때 $y=-2$

$x=0$일 때 $y=1$

$x=1$일 때 $y=4$

$x=2$일 때 $y=7$

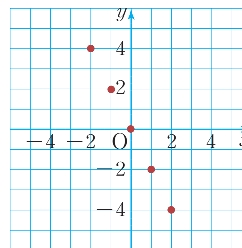
따라서 각 x의 값에 대한 함숫값은 $\mathbf{-5,\ -2,\ 1,\ 4,\ 7}$이다.

지/도/자/료 x값의 범위와 일차함수

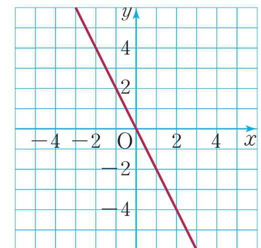
일차함수에서 x값의 범위가 자연수, 정수, 수 전체 등으로 변함에 따라 그 그래프가 달라짐을 학생들이 관찰하게 하고, 이를 통해 일차함수의 그래프는 x값의 범위가 수 전체일 때에만 직선으로 나타남을 알도록 한다.

㉮ 함수 $y=-2x$의 그래프는 x값의 범위에 따라 다음과 같이 그 그래프가 달라진다.

(1) x의 값이 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$



(2) x값의 범위가 수 전체



5

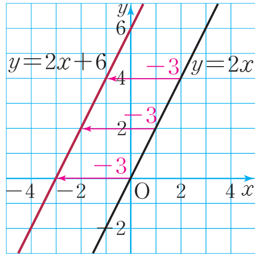
목표| 일차함수의 평행이동을 알게 한다.

풀이| (1) 일차함수 $y=2x+5$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 **5**만큼 평행이동한 것이다.

(2) 일차함수 $y=2x-3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 **-3**만큼 평행이동한 것이다.

본문 해설

❶ 일차함수 $y=2x+6$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 6만큼 평행이동한 것이다. 그런데 $y=2x+6$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 $y=2x$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행동한 것으로도 생각할 수도 있다. 그러나 일차함수 $y=ax$의 그래프에서 x축의 방향으로의 평행이동은 다루지 않는다.



지/도/자/료 평행이동

평면 위의 하나의 도형 F에서 그 위의 모든 점을 같은 방향으로 같은 거리만큼 이동시키는 것을 도형 F의 평행이동이라고 한다. 임의의 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 점을 $\mathrm{P}'(x',\ y')$이라고 하면

$$x'=x+m,\ y'=y+n\ (m,\ n\text{은 상수})$$

이다. 따라서 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 $y'=y+b$, $y=y'-b$이므로 그 식은 $y-b=ax$이다.

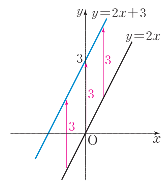
즉, $y=ax+b$가 된다.

교과서 158 쪽

앞의 표에서 $2x+3$의 값은 항상 $2x$의 값보다 3만큼 크다는 것을 알 수 있다.

따라서 일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프 위에 있는 각 점을 3만큼 위로 이동하면 얻을 수 있다. 즉, 일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행하게 이동한 직선과 같음을 알 수 있다.

이와 같이 어떤 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것을 **평행이동**이라고 한다.



문제 5 다음 일차함수의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하여라.

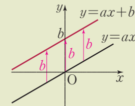
(1) $y=2x+5$ (2) $y=2x-3$

일반적으로 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

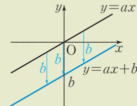
❶ **함수 $y=ax+b$의 그래프**

함수 $y=ax+b$의 그래프는 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선이다.

$b>0$



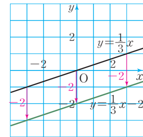
$b<0$



예제 1 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프를 그려라.

● **풀이** 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



기/초/력 향상 문제

1 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

일차함수 $y=3x-5$의 그래프는 일차함수 $y=3x$의 그래프를 □축의 방향으로 □ 만큼 평행이동한 직선이다.

2 다음 일차함수의 그래프를 y축의 방향으로 [ ] 안의 수만큼 평행이동한 그래프가 나타내는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) $y=5x$ [2] (2) $y=-\frac{1}{2}x$ [3]

(3) $y=2x$ [-1] (4) $y=-3x$ [-4]

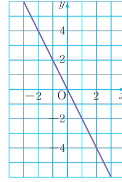
답 **1** y, -5
2 (1) $y=5x+2$ (2) $y=-\frac{1}{2}x+3$ (3) $y=2x-1$ (4) $y=-3x-4$

교과서 159 쪽

문제 6 오른쪽 그림은 일차함수 $y=-2x$의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=-2x+4$

(2) $y=-2x-4$

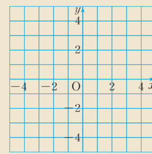


발전 문제 7 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 점 $(-1,\ 1)$을 지난다. 이때 b의 값을 구하여라.

x절편과 y절편이란 무엇인가?

탐구 활동 다음 각 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내고, 물음에 답하여 보자.

$A(2,\ 3)$, $B(0,\ 3)$, $C(-4,\ 1)$, $D(-3,\ 0)$, $E(4,\ 0)$, $F(0,\ -1)$, $G(1,\ -3)$, $H(-3,\ -3)$



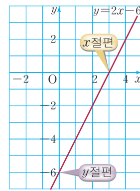
1 x축 위에 있는 점을 모두 말하여 보자.

2 y축 위에 있는 점을 모두 말하여 보자.

3 x축 또는 y축 위에 있는 점은 각각 어떤 특징이 있는지 말하여 보자.

일차함수 $y=2x-6$의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

이 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표는 $(3,\ 0)$이고, 이 점의 x좌표는 3이다. 또 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -6)$이고, 이 점의 y좌표는 -6이다.



7

목표 일차함수의 평행이동을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

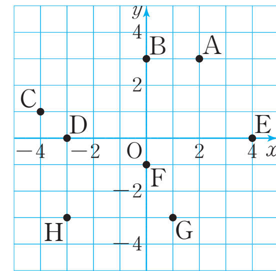
풀이 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 일차함수의 그래프는 $y=2x+b$이다.

이 그래프가 점 $(-1,\ 1)$을 지나므로

$1=2\times(-1)+b$, $\boldsymbol{b=3}$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 좌표평면 위에 주어진 점들을 나타내고, x축과 y축 위에 있는 점들의 특징을 살펴보게 하여 x절편과 y절편을 알게 하려는 것이다.



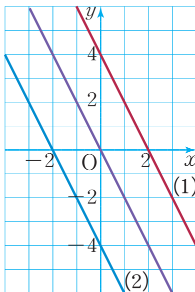
6

목표 평행이동을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이 (1) 일차함수 $y=-2x+4$의 그래프는 $y=-2x$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

(2) 일차함수 $y=-2x-4$의 그래프는 $y=-2x$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.

따라서 (1), (2)의 그래프는 다음과 같다.



1. $\mathbf{D(-3,\ 0)}$, $\mathbf{E(4,\ 0)}$

2. $\mathbf{B(0,\ 3)}$, $\mathbf{F(0,\ -1)}$

3. x축 위에 있는 점의 좌표는 $(x,\ y)$에서 y의 값이 0이고, y축 위에 있는 점의 좌표는 $(x,\ y)$에서 x의 값이 0이다.

읽/기/자/료 절편

절편은 단독으로 사용되지 않고 x절편, y절편과 같이 사용된다. 절편(截片)에서 '절(截)'은 '끊다'라는 의미이고, '편(片)'은 '조각'을 의미하므로 절편에는 '끊어낸 조각'이라는 뜻이 있다. 절편을 영어로는 intercept라고 하는데, '도중에서 붙잡다'라는 뜻이 있다. inter는 '도중에서(between)'를 의미하며, cept는 '잡다', '붙잡다(take/seize)'를 의미하는 라틴 어 captus에서 온 것이다. x절편과 y절편이 각각 x축과 y축을 붙잡고 있는 것으로 보아 intercept라고 한 것이다.

8

목표| 일차함수의 그래프에서 x절편, y절편을 구할 수 있게 한다.

풀이| 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표가 x절편, y축과 만나는 점의 y좌표가 y절편이다.

(1) x절편: $\mathbf{-2}$, y절편: $\mathbf{-3}$

(2) x절편: $\mathbf{2}$, y절편: $\mathbf{2}$

(3) x절편: $\mathbf{-3}$, y절편: $\mathbf{3}$

(4) x절편: $\mathbf{1}$, y절편: $\mathbf{-2}$

교과서 160 쪽

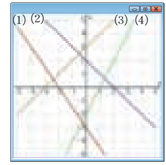
이와 같이 좌표평면 위에서 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표를 이 그래프의 **x절편**, y축과 만나는 점의 y좌표를 이 그래프의 **y절편**이라고 한다.

이를테면 앞의 그림에서 일차함수

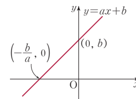
$$y=2x-6$$

의 그래프의 x절편은 3이고, y절편은 -6이다.

문제 8 오른쪽 그림은 일차함수의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 그래프 (1)~(4)의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.



❶ ...와 x축과의 교점 ...가 x절편이고, y축 ... 교점의 y좌표가 y절편이다.



❷ ...함수 $y=ax+b$의 그래프가 x축과 만나는 점의 y좌표는 0이므로 $0=ax+b$ ...서 x절편은 $-\frac{b}{a}$이다. 또 이 함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 x좌표는 0이므로 $y=a\times0+b$에서 y절편은 b이다.

예제 2 일차함수 $y=-2x-3$의 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.

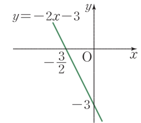
● 풀이 $y=-2x-3$에 $y=0$을 대입하면

$$0=-2x-3,\ x=-\frac{3}{2}$$

$y=-2x-3$에 $x=0$을 대입하면

$$y=-2\times0-3,\ y=-3$$

따라서 이 그래프의 x절편은 $-\frac{3}{2}$이고, y절편은 -3이다.



답 ● x절편: $-\frac{3}{2}$, y절편: -3

문제 9 다음 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.

(1) $y=-4x+2$ (2) $y=6x-4$

(3) $y=-3x$ (4) $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{4}$

본문 해설

❶ 그래프를 이용하면 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 x축과 만나는 점의 y좌표는 0이므로 $y=0$일 때 x의 값이 x절편이 됨을 알 수 있다. 또 그래프가 y축과 만나는 점의 x좌표는 0이므로 $x=0$일 때 y의 값이 y절편임을 알 수 있다.

❷ 일차함수 $y=ax+b$에서

(1) $y=0$이면 $0=ax+b$

$ax=-b$, $x=-\frac{b}{a}$

따라서 x절편은 $-\frac{b}{a}$이다.

(2) $x=0$이면 $y=a\times0+b=b$

따라서 y절편은 b이다.

이때 일차함수 $y=ax+b$에서 그래프의 y절편은 상수항 b를 나타냄을 알 수 있다.

9

목표| 일차함수의 그래프의 x절편, y절편을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $y=-4x+2$에

$y=0$을 대입하면 $0=-4x+2$, $x=\frac{1}{2}$

$x=0$을 대입하면 $y=0+2$, $y=2$

따라서 x절편은 $\mathbf{\frac{1}{2}}$, y절편은 $\mathbf{2}$이다.

(2) $y=6x-4$에

$y=0$을 대입하면 $0=6x-4$, $x=\frac{2}{3}$

$x=0$을 대입하면 $y=0-4$, $y=-4$

따라서 x절편은 $\mathbf{\frac{2}{3}}$, y절편은 $\mathbf{-4}$이다.

(3) $y=-3x$에

$y=0$을 대입하면 $0=-3x$, $x=0$

$x=0$을 대입하면 $y=0$, $y=0$

따라서 x절편은 $\mathbf{0}$, y절편은 $\mathbf{0}$이다.

(4) $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{4}$에

$y=0$을 대입하면 $0=\frac{2}{3}x+\frac{1}{4}$, $x=-\frac{3}{8}$

$x=0$을 대입하면 $y=0+\frac{1}{4}$, $y=\frac{1}{4}$

따라서 x절편은 $\mathbf{-\frac{3}{8}}$, y절편은 $\mathbf{\frac{1}{4}}$이다.

교과서 161 쪽

두 점을 이용하여 일차함수의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐 구 활 동

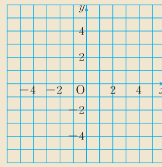
● 준비물
모눈종이

활동지 5

일차함수 $y=2x-1$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 일차함수 $y=2x-1$을 만족시키는 순서쌍 $(x,\ y)$를 두 개 찾아 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.

2 **1**에서 좌표평면 위에 나타낸 두 점을 직선으로 이어 보자.



일차함수의 그래프는 직선이고, 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이다. 따라서 일차함수의 그래프를 그릴 때, 그 그래프가 지나는 서로 다른 두 점을 알면 일차함수의 그래프를 쉽게 그릴 수 있다.

일차함수 $y=2x-1$에서

$$x=1\text{일 때}\quad y=1$$
$$x=2\text{일 때}\quad y=3$$

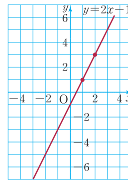
이므로 이 일차함수의 그래프는 두 점

$$(1,\ 1),\ (2,\ 3)$$

을 지난다.

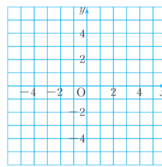
따라서 일차함수 $y=2x-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(1,\ 1)$, $(2,\ 3)$을 지나는 직선이다.

x에 1, 2 이외의 다른 값을 대입하여 y의 값을 구해서 그려도 같은 그래프가 그려진다.



문제 10 다음 일차함수의 그래프 위에 있는 적당한 두 점을 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그래프를 그려라.

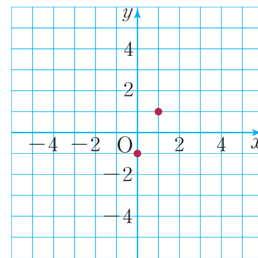
(1) $y=-2x+1$
(2) $y=x-3$



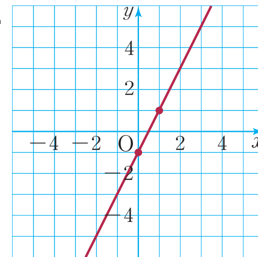
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일차함수를 만족시키는 두 점의 좌표를 좌표평면 위에 나타내고 이를 이용하여 일차함수의 그래프를 그리는 방법을 알게 하려는 것이다.
준비물 • 모눈종이

1. ㉠ $x=0$일 때 $y=-1$이고, $x=1$일 때 $y=1$이므로 순서쌍 $(0,\ -1)$, $(1,\ 1)$은 일차함수 $y=2x-1$을 만족시킨다.



2.



지/도/자/료 x절편, y절편에 대한 오개념 지도 방법

1. x절편과 y절편을 좌표로 구하는 경우
일차함수 $y=2x-4$의 그래프가 x축과 점 $(2,\ 0)$에서 만나고, y축과 점 $(0,\ -4)$에서 만나기 때문에 x절편은 그 점의 좌표 $(2,\ 0)$으로, y절편은 $(0,\ -4)$로 구하는 경우가 많다. 따라서 x절편은 2, y절편은 -4와 같이 하나의 값임을 정확히 알 수 있도록 지도한다.

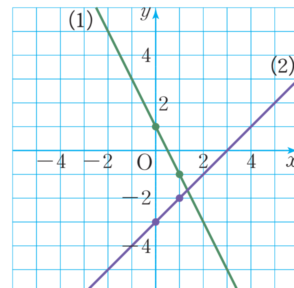
2. x절편과 y절편을 방정식으로 구하는 경우
대입의 과정에서 절편을 값이 아닌 방정식 형태로 나타내는 경우가 있다. 예를 들어 $y=2x-4$의 x절편을 구하기 위해 y에 0을 대입하여 $2x-4=0$이 되면 방정식 $x=2$를 x절편이라고 하는 경우가 있다. 이 경우 x절편은 2이고 $x=2$는 y축에 평행한 직선임을 구분할 수 있도록 지도한다.

10

목표| 일차함수를 만족시키는 두 점을 이용하여 좌표평면 위에 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) $x=0$일 때 $y=1$, $x=1$일 때 $y=-1$이므로 일차함수 $y=-2x+1$의 그래프는 두 점 $(0,\ 1)$, $(1,\ -1)$을 지나는 직선이다.

(2) $x=0$일 때 $y=-3$, $x=1$일 때 $y=-2$이므로 일차함수 $y=x-3$의 그래프는 두 점 $(0,\ -3)$, $(1,\ -2)$를 지나는 직선이다.



본문 해설

❶ x값의 범위가 수 전체일 때, 일차함수의 그래프는 직선이고 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이므로 x절편과 y절편을 알면 일차함수의 그래프를 쉽게 그릴 수 있다.

교과서 162 쪽

❶ 함수의 그래프에서 x절편과 y절편을 알면 일차함수의 그래프가 x축, y축 나는 점을 알 수 있으므로 그 그래프를 쉽게 그릴 수 있다.
이제 일차함수의 그래프를 x절편과 y절편을 이용하여 그려 보자.

예제 3 일차함수 $y=x+3$의 그래프를 x절편과 y절편을 이용하여 그려라.

● 풀이 $y=x+3$에 $y=0$을 대입하면

$$0=x+3,\ x=-3$$

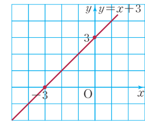
$y=x+3$에 $x=0$을 대입하면

$$y=0+3,\ y=3$$

따라서 x절편은 -3이고, y절편은 3이므로 이 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점

$$(-3,\ 0),\ (0,\ 3)$$

을 지나는 직선이다.



문제 11 다음 일차함수의 그래프를 x절편과 y절편을 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

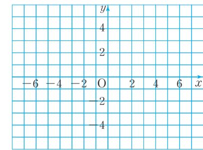
(1) $y=-\frac{2}{3}x-2$

(2) $y=-2x+2$

(3) $y=\frac{3}{2}x-3$

(4) $y=-\frac{1}{2}x+3$

● $y=0$을 대입하여 구한 x의 값이 x절편이고, $x=0$을 대입하여 구한 y의 값이 y절편이다.




의사소통 x절편이 0이고 y절편이 0인 일차함수의 그래프를 각자 그려 보고, 친구들과 비교하여 보자. 또 x절편, y절편 중에서 하나만 주어진 경우 일차함수의 그래프를 오직 한 개만 그릴 수 있는지 토의하여 보자.

11

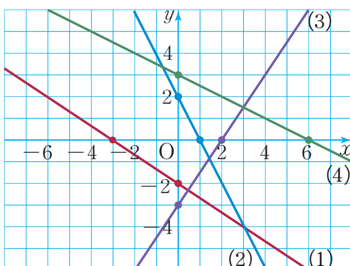
목표| 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 구하고, 이를 이용하여 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) $y=0$일 때 $x=-3$, $x=0$일 때 $y=-2$이므로 그래프의 x절편은 -3이고, y절편은 -2이다.
따라서 그래프는 두 점 $(-3,\ 0)$, $(0,\ -2)$를 지나는 직선이다.

(2) $y=0$일 때 $x=1$, $x=0$일 때 $y=2$이므로 그래프의 x절편은 1이고, y절편은 2이다.
따라서 그래프는 두 점 $(1,\ 0)$, $(0,\ 2)$를 지나는 직선이다.

(3) $y=0$일 때 $x=2$, $x=0$일 때 $y=-3$이므로 그래프의 x절편은 2이고, y절편은 -3이다.
따라서 그래프는 두 점 $(2,\ 0)$, $(0,\ -3)$을 지나는 직선이다.

(4) $y=0$일 때 $x=6$, $x=0$일 때 $y=3$이므로 그래프의 x절편은 6이고, y절편은 3이다.
따라서 그래프는 두 점 $(6,\ 0)$, $(0,\ 3)$을 지나는 직선이다.



의/사/소/통

|출제 의도| x절편과 y절편이 0인 일차함수의 그래프를 그려 봄으로써 일차함수의 그래프가 지나는 한 점의 좌표만을 알 때에는 그래프를 하나로 결정할 수 없음을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| x절편이 0이고, y절편이 0인 일차함수의 그래프는 원점을 지나는 직선이다. 따라서 $y=ax$의 형태로 a의 값에 따라 그래프의 모양이 달라진다. 즉, 하나의 그래프로 나타낼 수 없다.
x절편 또는 y절편 중에서 하나만 주어진 경우도 역시 그래프는 한 점을 지나는 직선이므로 하나의 그래프로 나타낼 수 없다.

교과서 163 쪽

일차함수의 그래프의 기울기란 무엇인가?

창의력 기르기

사다리차

고층 건물에 화재가 발생하거나 이사를 할 때 이용되는 사다리차는 경사가 급하여 항상 안전에 유의하여야 한다. 이때 '경사가 급하다'라는 표현은 경사도가 크다는 것을 말하고, 경사도는 (경사도)$=\dfrac{(\text{수직 거리})}{(\text{수평 거리})}$로 나타낸다.

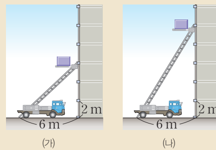


탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 사다리의 밑부분에서 아파트까지의 거리가 6 m이고 한층의 높이가 2 m일 때, 물음에 답하여 보자.

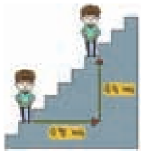
1 그림 ㈎와 ㈏에서 사다리의 경사도를 각각 구하여 보자.

2 작업하는 곳의 층수가 높아질수록 경사도는 어떻게 변하는지 말하여 보자.



❶ …수 $y=2x+1$에서 x의 값에 대한 y의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	…	-3	-2	-1	0	1	2	3	…
y	…	-5	-3	-1	1	3	5	7	…

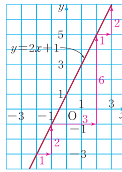


위의 표에서 x의 값이 1씩 증가하면 y의 값은 2씩 증가함을 알 수 있다. 또 x의 값이 -1에서 2까지 3만큼 증가하면 y의 값은 -1에서 5까지 6만큼 증가함을 알 수 있다.

이때 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은

$$\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=\frac{5-(-1)}{2-(-1)}=\frac{6}{3}=2$$

이다.



본문 해설

❶ 변화표에서 x, y값의 변화를 살펴보면 일차함수에서 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은 일정함을 알 수 있다. 또한 이 비율은 일차함수 $y=ax+b$에서 x의 계수 a의 값과 같음을 알 수 있다.

지/도/자/료 기울기의 개념 도입

다음과 같은 실생활 소재를 이용하여 기울기의 개념을 도입할 수 있다.

1. 스키장의 슬로프

스키장의 슬로프에서 기울기를 찾아볼 수 있다. 슬로프는 경사도에 따라 상급자 코스, 중급자 코스, 초급자 코스 등으로 나누어져 있는데, 상급자 코스의 평균 경사도는 30 %, 중급자 코스의 평균 경사도는 20 %, 초급자 코스의 평균 경사도는 10 %이다.

2. 경사로

법으로 정해진 경사로의 기울기

기울기	내용
$\dfrac{1}{6}$	지하 주차장 또는 주차 건물의 경사로 기울기
$\dfrac{1}{12}$	장애인 통행용 경사로 기울기
$\dfrac{1}{24}$	수평한 것과 동일한 것으로 인정되는 보도의 기울기
$\dfrac{1}{25}$	보행자의 통행에 어려움이 없도록 정한 보도의 좌우 기울기
$\dfrac{1}{50}$	장애인용 주차장 바닥의 기울기
$\dfrac{1}{100}$	철도 역사의 승강장 바닥의 기울기

창의력 기르기 참/고/자/료

사다리차 이외에도 언덕길의 기울어진 정도를 나타내는 표시판, 스키장의 슬로프 등 우리 주변에서 경사도의 개념이 사용되는 곳을 쉽게 찾아 볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일상생활에서 볼 수 있는 사다리차를 이용하여 일차함수의 기울기를 알게 하려는 것이다.

1. (경사도)$=\dfrac{(\text{수직거리})}{(\text{수평거리})}$이므로 ㈎의 경사도는 $\dfrac{6}{6}=\mathbf{1}$,

㈏의 경사도는 $\dfrac{10}{6}=\dfrac{\mathbf{5}}{\mathbf{3}}$이다.

2. 위의 결과와 같이 작업하는 곳의 층수가 높아질수록 **경사도는 커진다.**

12

목표| 일차함수 $y=ax+b$에서 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율이 x의 계수와 같음을 알게 한다.

풀이| (1) $x=-2$일 때, y의 값은

$y=-3\times(-2)+1=7$

$x=3$일 때, y의 값은

$y=-3\times3+1=-8$

따라서 y값의 증가량은

$-8-7=\mathbf{-15}$

(2) x값의 증가량은 $3-(-2)=5$이므로

$$\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=-\frac{15}{5}=\mathbf{-3}$$

(3) (2)에서 구한 비율 -3은 일차함수 $y=-3x+1$에서 x의 계수 -3과 **같다.**

교과서 164 쪽

이와 같이 일차함수 $y=2x+1$에서 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은 항상 2로 일정하고, 이 비율은 $y=2x+1$의 x의 계수와 같음을 알 수 있다.

예제 4 일차함수 $y=3x-1$에 대하여 x의 값이 1에서 5까지 증가할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y값의 증가량을 구하여라.
(2) x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율을 구하여라.
(3) (2)에서 구한 비율과 일차함수 $y=3x-1$에서 x의 계수를 비교하여라.

● 풀이 (1) x의 값이 1일 때 y의 값은 2이고, x의 값이 5일 때 y의 값은 14이므로 y값의 증가량은

$$14-2=12$$

(2) x값의 증가량은 $5-1=4$이므로

$$\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=\frac{12}{4}=3$$

(3) (2)에서 구한 비율 3은 일차함수 $y=3x-1$에서 x의 계수 3과 같다.

답 ● (1) 12 (2) 3 (3) 같다.

문제 12 일차함수 $y=-3x+1$에 대하여 x의 값이 -2에서 3까지 증가할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y값의 증가량을 구하여라.
(2) x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율을 구하여라.
(3) (2)에서 구한 비율과 일차함수 $y=-3x+1$에서 x의 계수를 비교하여라.

❶ [illegible]적으로 일차함수 $y=ax+b$에서 x값의 증가량에 대[illegible]값의 증가량의 비율은 항상 일정하고, 그 비율은 x의 계수인 a와 같다. 이때 이 증가량의 비율 a를 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 **기울기**라고 한다.

$y=ax+b$ (a: 기울기)

본문 해설

❶ 기울기는 가파른 정도를 수로 나타낸 것으로, 직선에서 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율이다. 일차함수 $y=ax+b$에서 기울기 a는 x의 값이 1만큼 증가할 때 y의 값이 증가하는 양을 나타낸다.

지/도/자/료

기울기를 공식으로만 암기하지 않고 표나 그래프를 통해 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량을 살펴봄으로써 기울기의 의미를 정확하게 이해할 수 있도록 한다.

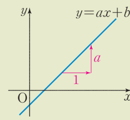
읽/기/자/료 '기울기' 용어의 유래

기울기는 한자 구배(勾配)를 번역한 것이다. 구배에는 '경사면의 기울어진 정도'라는 뜻이 있다. 한편 지붕이나 낟가리의 비탈진 정도를 나타내는 순우리말에 '물매'가 있으므로, 구배를 물매라고 번역할 수도 있다. 그러나 '물매'가 친숙한 단어가 아니기 때문에 '기울기'라고 번역한 것으로 보인다.

기울기는 영어로 '경사지다', '비탈지다'의 뜻이 있는 slope 또는 '도로나 철도의 기울기'의 뜻이 있는 gradient라고 나타낸다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

일차함수의 그래프의 기울기
일차함수 $y=ax+b$에서
$$(\text{기울기})=\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=a$$



일차함수 $y=ax+b$와 $y=ax$의 그래프의 기울기는 모두 a로 같다.

문제 13 다음 일차함수의 그래프의 기울기를 말하여라.

(1) $y=-2x+5$ (2) $y=\frac{1}{2}x+3$

(3) $y=-x-3$ (4) $y=\frac{2}{3}x$

문제 14 일차함수 $y=ax-5$에서 x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값은 12만큼 감소한다고 한다. 이때 a의 값을 구하여라.

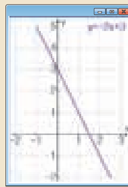
기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐구 활동 오른쪽 그림은 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 $x=0$일 때, y의 값을 구하여 순서쌍 (x, y)로 나타내어 보자.

2 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

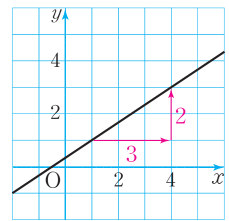
x의 값이 0에서 1까지 1만큼 증가할 때, y의 값은 □에서 □까지 □만큼 감소한다.



지/도/자/료

1. 기울기에서 '-3만큼 증가한다.'라는 의미를 '증가한다.'라는 것에 집중하여 '3만큼 커진다.'라고 받아들이는 경우가 있다. 이 경우 그래프를 통해 '-3만큼 증가한다.'라는 것은 '3만큼 감소한다.'와 같은 의미임을 충분히 이해할 수 있도록 지도한다.

2. 일차함수의 그래프에서 기울기 a를 구할 때, x값의 증가량을 정수 1로 잡는 것은 계산하기 편하게 한 것일 뿐이므로 기울기에 따라 다른 값으로 계산할 수도 있음을 알게 한다.
예를 들어 오른쪽 그림과 같은 일차함수의 그래프는 x의 값이 1만큼 증가할 때, y값의 증가량이 정수가 아니므로 x, y값이 모두 정수인 경우의 두 점을 찾아 x값의 증가량 3을 찾고, y값의 증가량 2를 찾아 기울기 $\frac{2}{3}$를 구할 수 있도록 한다.



13

목표| 일차함수의 그래프의 기울기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 기울기는 x의 계수 a와 같다. 따라서 각각의 일차함수의 기울기는 다음과 같다.

(1) $\mathbf{-2}$ (2) $\mathbf{\frac{1}{2}}$ (3) $\mathbf{-1}$ (4) $\mathbf{\frac{2}{3}}$

14

목표| 일차함수의 기울기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 일차함수 $y=ax-5$에서 a는 기울기를 나타내므로

$$a=\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=\frac{-12}{3}$$
$$=\mathbf{-4}$$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프를 그리는 방법을 알게 하려는 것이다.

1. $\mathbf{(0,\ 3)}$

2. x의 값이 0에서 1까지 1만큼 증가할 때, y의 값은 **3**에서 **1**까지 **2**만큼 감소한다.

읽/기/자/료 우리나라와 북한의 함수 관련 용어 비교

남한 용어	북한 용어
원점	자리표 처음점
기울기	변화비
사분면	사분구
수직선, 수선	드림선
좌표	자리표
좌표평면	자리표 평면

본문 해설

❶ 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 y절편으로부터 그래프가 y축과 만나는 점을 알 수 있고, 기울기를 이용하여 이 점으로부터 또 다른 한 점을 알 수 있다. 이 두 점을 이용하면 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.

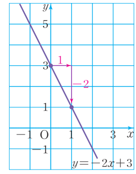
이때 기울기가 정수인 경우는 y축과 만나는 점 $(0,\ b)$와 이 점에서 x축으로 1만큼, y축으로 a만큼 증가한 $(1,\ b+a)$를 지나는 직선을 그릴 수 있도록 한다.

또 기울기가 $\frac{q}{p}(p\neq0)$와 같이 분수인 경우는 y축과 만나는 점 $(0,\ b)$와 이 점에서 x축으로 p만큼, y축으로 q만큼 증가한 $(p,\ b+q)$를 지나는 직선을 그릴 수 있도록 한다.

교과서 166 쪽

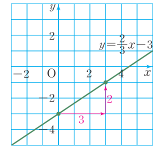
❶ 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프는 y절편이 3이므로 점 $(0,\ 3)$을 지난다. 또 기울기가 -2이므로 x의 값이 1만큼 증가할 때, y의 값은 2만큼 감소한다. 따라서 $y=-2x+3$의 그래프는 점 $(0,\ 3)$에서 오른쪽으로 1만큼, 아래로 2만큼 이동한 점 $(1,\ 1)$을 지난다.

그러므로 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(0,\ 3)$, $(1,\ 1)$을 지나는 직선이다.



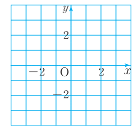
예제 5 일차함수 $y=\frac{2}{3}x-3$의 그래프를 기울기와 y절편을 이용하여 그려라.

풀이 일차함수 $y=\frac{2}{3}x-3$에서 y절편은 -3이므로 이 그래프는 점 $(0,\ -3)$을 지난다. 또 기울기가 $\frac{2}{3}$이므로 x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값은 2만큼 증가한다.
따라서 $y=\frac{2}{3}x-3$의 그래프는 두 점 $(0,\ -3)$, $(3,\ -1)$을 지나므로 오른쪽 그림과 같은 직선이다.



문제 15 다음 일차함수의 그래프를 기울기와 y절편을 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

(1) $y=3x-3$
(2) $y=-3x+2$

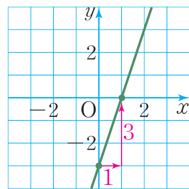



의사소통 일차함수 $y=ax+b(a\neq0)$의 그래프를 좌표평면 위에 나타낼 때, 기울기와 y절편의 값에 따라 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여 보자.

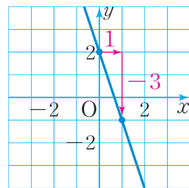
15

목표| 기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) 일차함수 $y=3x-3$의 그래프의 y절편은 -3이므로 이 그래프는 점 $(0,\ -3)$을 지난다. 또 기울기가 3이므로 점 $(1,\ 0)$을 지난다. 따라서 일차함수 $y=3x-3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



(2) 일차함수 $y=-3x+2$의 그래프의 y절편은 2이므로 이 그래프는 점 $(0,\ 2)$를 지난다. 또 기울기가 -3이므로 점 $(1,\ -1)$을 지난다.
따라서 일차함수 $y=-3x+2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



의/사/소/통

|출제 의도| 기울기와 y절편의 값에 따른 그래프의 위치를 알게 하기 위한 문제이다.

풀이|

a, b의 값	그래프가 지나는 사분면
$a>0$, $b=0$	제1, 3사분면
$a>0$, $b>0$	제1, 2, 3사분면
$a>0$, $b<0$	제1, 3, 4사분면
$a<0$, $b=0$	제2, 4사분면
$a<0$, $b>0$	제1, 2, 4사분면
$a<0$, $b<0$	제2, 3, 4사분면

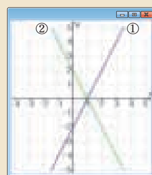
교과서 167 쪽

1-2 일차함수의 그래프의 성질

● 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.

기울기와 그래프 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐구 활동 오른쪽 그림에서 그래프 ①, ②를 보고, 다음 물음에 답하여 보자.



1 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 그림에서 각각 찾아보자.

(1) $y=2x-2$

(2) $y=-2x+2$

2 x의 값이 1에서 2로 증가할 때, y의 값도 증가하는 것은 어느 것인가?

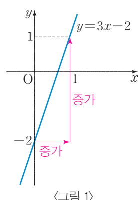
3 x의 값이 1에서 2로 증가할 때, y의 값이 감소하는 것은 어느 것인가?

일차함수 $y=3x-2$의 그래프에서 기울기 3은 양수이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다.

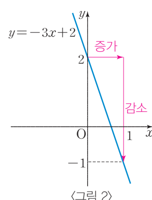
따라서 〈그림 1〉과 같이 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

또 일차함수 $y=-3x+2$의 그래프에서 기울기 -3은 음수이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.

따라서 〈그림 2〉와 같이 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

2. 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하거나 일치하며, 서로 평행한 두 일차함수의 그래프는 기울기가 서로 같음을 구체적인 예를 통해 이해할 수 있도록 한다.

3. 일차함수 $y=ax+b$에서 기울기가 a이고, y절편이 b임을 이용하여 조건에 맞는 일차함수의 식을 구할 수 있도록 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일차함수의 기울기와 그래프 사이의 관계를 이해하게 하려는 것이다.

1. (1) 일차함수 $y=2x-2$의 그래프는 x절편이 1이고, y절편이 -2이므로 ①이다.

(2) 일차함수 $y=-2x+2$의 그래프는 x절편이 1이고, y절편이 2이므로 ②이다.

2. x의 값이 1에서 2로 증가할 때, y의 값이 0에서 2로 증가하는 그래프는 ①이다.

3. x의 값이 1에서 2로 증가할 때, y의 값이 0에서 -2로 감소하는 그래프는 ②이다.

1-2 일차함수의 그래프의 성질

소단원 지도 목표

① 기울기와 그래프 사이의 관계를 이해하게 한다.

② 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프 사이의 관계를 이해하게 한다.

③ 기울기와 한 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

④ 두 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 여러 가지 일차함수의 그래프를 관찰하여 공통점과 차이점을 찾아내고, 일차함수의 그래프의 성질을 학생 스스로 자연스럽게 발견할 수 있도록 한다.

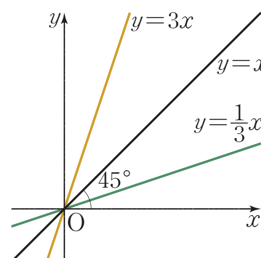
지/도/자/료

일차함수 $y=ax+b$에서 다음과 같이 기울기 a와 그래프 사이의 관계를 알면 $y=ax+b$의 그래프의 대략적인 모양을 알 수 있다.

(1) $a>0$이면 오른쪽 위로 향하는 직선이고, $a<0$이면 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

(2) a의 절댓값이 클수록 그래프는 y축에 가깝다.

(3) $y=x$의 그래프는 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 45°이다.



1

목표| 일차함수의 기울기와 그래프 사이의 관계를 이해하고, 일차함수의 그래프의 기울기와 y절편의 부호를 말할 수 있게 한다.

풀이| (1) 그래프가 오른쪽 위로 향하고, $x=0$일 때 y의 값이 양수이므로 $\boldsymbol{a>0,\ b>0}$

(2) 그래프가 오른쪽 위로 향하고, $x=0$일 때 y의 값이 음수이므로 $\boldsymbol{a>0,\ b<0}$

(3) 그래프가 오른쪽 아래로 향하고, $x=0$일 때 y의 값이 양수이므로 $\boldsymbol{a<0,\ b>0}$

(4) 그래프가 오른쪽 아래로 향하고, $x=0$일 때 y의 값이 음수이므로 $\boldsymbol{a<0,\ b<0}$

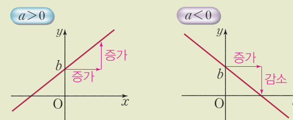
교과서 168 쪽

일반적으로 다음을 알 수 있다.

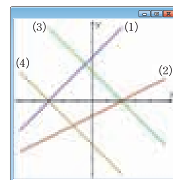
일차함수 $y=ax+b$에서
- $a>0$이면 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가한다.
- $a<0$이면 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소한다.

일차함수 $y=ax+b$의 그래프

일차함수 $y=ax+b$에서
(1) $a>0$이면 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.
(2) $a<0$이면 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.



문제 1 오른쪽 그림은 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 그래프 (1)~(4)의 기울기의 부호와 y절편의 부호를 각각 말하여라.



문제 2 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 위로 향하는 직선과 오른쪽 아래로 향하는 직선으로 구분하여라.

㉠ $y=6x-2$	㉡ $y=-2x+5$
㉢ $y=\frac{3}{4}x+3$	㉣ $y=-\frac{7}{3}x-5$

2

목표| 일차함수의 기울기와 그래프 사이의 관계를 이해하게 한다.

풀이| 일차함수 $y=ax+b$에서 $a>0$이면 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이고, $a<0$이면 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.

㉠ $a=6>0$이므로 오른쪽 위로 향하는 직선

㉡ $a=-2<0$이므로 오른쪽 아래로 향하는 직선

㉢ $a=\frac{3}{4}>0$이므로 오른쪽 위로 향하는 직선

㉣ $a=-\frac{7}{3}<0$이므로 오른쪽 아래로 향하는 직선

오른쪽 위로 향하는 직선: ㉠, ㉢

오른쪽 아래로 향하는 직선: ㉡, ㉣

기/초/력 향상 문제

다음 일차함수 중에서 그래프가 오른쪽 위로 향하는 직선인 것에 '↗', 오른쪽 아래로 향하는 직선인 것에 '↘'표 하여라.

1 $y=2x+4$ (　　)

2 $y=x-2$ (　　)

3 $y=-\frac{1}{2}x+5$ (　　)

4 $y=-5x-2$ (　　)

답 1 ↗ 2 ↗ 3 ↘ 4 ↘

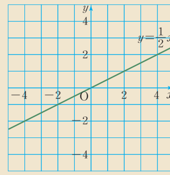
교과서 169 쪽

기울기가 같은 두 일차함수의 그래프 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐구 활동

● 준비물
투명 종이, 자

오른쪽 그림은 일차함수 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프이다. 투명 종이를 대고 그래프를 따라 그린 후 다음 물음에 답하여 보자.

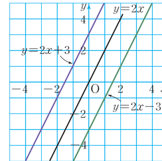


1 투명 종이 위의 그래프를 y축의 양의 방향으로 3만큼 평행이동하여 보자.

2 투명 종이 위의 그래프를 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동하여 보자.

3 1과 2로부터 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프와 $y=\frac{1}{2}x+b$의 그래프의 공통점과 차이점을 말하여 보자.

일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 양의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 두 직선은 서로 평행하다.



또 일차함수 $y=2x-3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 두 직선은 서로 평행하다.

따라서 일차함수

$$y=2x,\ y=2x+3,\ y=2x-3$$

의 그래프는 서로 평행하고, 그 기울기는 모두 2로 같다는 것을 알 수 있다.

일반적으로 기울기와 일차함수의 그래프 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

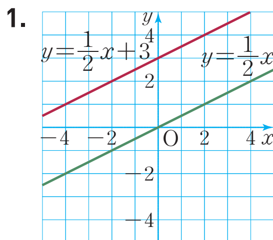
> **기울기와 일차함수의 그래프**
> (1) 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하거나 일치한다.
> (2) 서로 평행한 두 일차함수의 그래프의 기울기는 같다.

참고 기울기와 y절편이 모두 같은 두 일차함수의 그래프는 일치하고, 기울기가 같고 y절편이 다른 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하다.

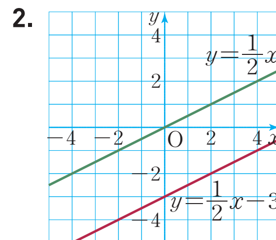
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프 사이의 관계를 이해하게 하려는 것이다.
준비물 • 투명 종이, 자

1.



2.



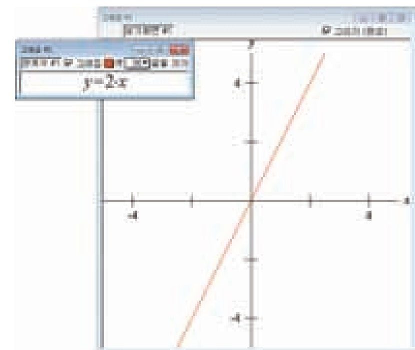
3. 공통점: $y=\frac{1}{2}x$의 그래프와 $y=\frac{1}{2}x+b$의 그래프는 기울기가 같은 직선이다.

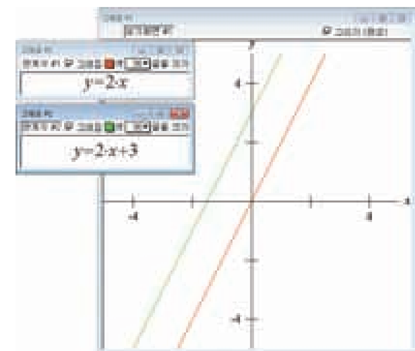
차이점: $y=\frac{1}{2}x$의 그래프와 $y=\frac{1}{2}x+b(b\neq0)$의 그래프는 y절편이 다르므로 두 그래프는 일치하지 않는다. 즉, 평행하다.

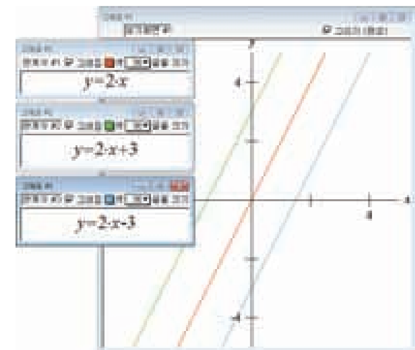
지/도/자/료 컴퓨터 소프트웨어 이용

함수의 식을 입력하면 좌표평면 위에 그래프를 그려주는 프로그램을 이용하여 일차함수의 그래프의 성질을 알아볼 수 있다. 이 프로그램을 이용하면 짧은 시간 동안 많은 그래프를 한 좌표평면 위에 그릴 수 있으므로 학습의 초점을 그래프를 그리는 것에서 그래프를 관찰하는 것으로 이동할 수 있다. 따라서 그래프의 성질을 탐구하는 데 집중할 수 있다.

이 프로그램은 다음과 같이 함수의 식을 입력하고, [그래프]-[새 관계식]을 클릭하여 함수의 식을 계속 추가하는 방법으로 사용할 수 있다.







3

목표| 일차함수의 그래프 중에서 서로 평행한 것을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠과 ㉣의 그래프의 기울기가 3으로 같으므로 서로 평행하다.
㉡과 ㉤의 그래프의 기울기가 -5로 같으므로 서로 평행하다.
㉢과 ㉥의 그래프의 기울기가 $-\frac{2}{3}$로 같으므로 서로 평행하다.

4

목표| 두 일차함수의 그래프가 서로 평행하기 위한 조건을 이해하게 한다.

풀이| $y=3ax-2$와 $y=12x+2$의 그래프는 y절편이 다르므로 기울기가 같으면 서로 평행하다. 따라서 $3a=12$이므로 $\boldsymbol{a=4}$

교과서 170 쪽

문제 3 다음 일차함수의 그래프 중에서 서로 평행한 것을 모두 찾아라.

㉠ $y=3x-2$	㉡ $y=-5x+3$
㉢ $y=-\frac{2}{3}x+4$	㉣ $y=3x+7$
㉤ $y=-5x$	㉥ $y=-\frac{2}{3}x-6$

문제 4 두 일차함수 $y=3ax-2$, $y=12x+2$의 그래프가 서로 평행하기 위한 a의 값을 구하여라.

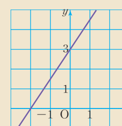
기울기와 한 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식을 어떻게 구하는가?

탐구 활동 오른쪽 그래프를 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1 y절편을 구하여 보자.

2 기울기를 구하여 보자.

3 **1**, **2**의 결과를 이용하여 이 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여 보자.



일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 기울기가 a이고, y절편이 b인 직선이다.

$y=ax+b$ (기울기: a, y절편: b)

따라서 직선의 기울기와 y절편을 알면 일차함수의 식을 구할 수 있다.

❶ 기울기 a와 그래프 위의 한 점의 좌표를 알 때에도

$$y=ax+b$$

의 x, y에 그 점의 좌표를 대입하여 y절편을 구할 수 있으므로 일차함수의 식을 구할 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • y절편과 기울기를 알 때, 일차함수의 식을 구하는 방법을 알게 하려는 것이다.

1. y절편은 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표이다. 주어진 그래프는 y축과 3에서 만나므로 y절편은 **3**이다.

2. 일차함수의 그래프의 기울기는 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율이다.
주어진 그래프는 x의 값이 2만큼 증가할 때 y의 값은 3만큼 증가하므로 이 그래프의 기울기는 $\boldsymbol{\frac{3}{2}}$이다.

3. 주어진 직선을 나타내는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기는 $\frac{3}{2}$이고, y절편은 3이므로

$\boldsymbol{y=\frac{3}{2}x+3}$

본문 해설

❶ 한 점을 지나는 직선은 무수히 많다. 그중에서 주어진 기울기를 가지는 직선은 단 하나이므로 직선이 지나는 한 점의 좌표와 기울기를 알 때, 그 일차함수의 식을 구할 수 있다.

5

목표| 기울기와 한 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

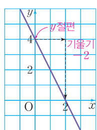
풀이| (1) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는 -2이고, y절편 b는 3이다.
따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=-2x+3}$

교과서 171 쪽

예 제 1 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) 기울기가 -2이고, y절편이 4인 직선

(2) 기울기가 2이고, 점 $(2,\ 5)$를 지나는 직선



● 풀이 (1) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는 -2이고, y절편 b는 4이다.

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$y=-2x+4$$

(2) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기가 2이므로

$$y=2x+b \qquad \cdots\cdots ①$$

그런데 이 직선은 점 $(2,\ 5)$를 지나므로 ①에 $x=2$, $y=5$를 대입하면

$$5=2\times2+b,\ b=1$$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$y=2x+1$$

답 ● (1) $y=-2x+4$ (2) $y=2x+1$

문제 5 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

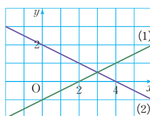
(1) 기울기가 -2이고, y절편이 3인 직선

(2) 기울기가 -3이고, 원점을 지나는 직선

(3) 기울기가 $\frac{2}{3}$이고, 점 $(3,\ 3)$을 지나는 직선



문제 6 오른쪽 그림의 직선 (1)과 (2)를 그래프로 하는 일차함수의 식을 각각 구하여라.



6

목표| 그래프를 보고 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) x의 값이 0에서 2까지 2만큼 증가할 때, y의 값은 -1에서 0까지 1만큼 증가하므로 기울기는 $\frac{1}{2}$이다.

또 y축과 점 $(0,\ -1)$에서 만나므로 y절편은 -1이다.

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$\boldsymbol{y=\frac{1}{2}x-1}$$

(2) x의 값이 0에서 4까지 4만큼 증가할 때, y의 값은 2에서 0까지 2만큼 감소하므로 기울기는 $-\frac{1}{2}$이다.

또 y축과 점 $(0,\ 2)$에서 만나므로 y절편은 2이다.

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$\boldsymbol{y=-\frac{1}{2}x+2}$$

(2) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는 -3이므로 $y=-3x+b$ $\cdots\cdots ①$

이 직선은 점 $(0,\ 0)$을 지나므로 ①에 $x=0$, $y=0$을 대입하면 $0=-3\times0+b$, $b=0$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=-3x}$

(3) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는 $\frac{2}{3}$이므로 $y=\frac{2}{3}x+b$ $\cdots\cdots ①$

이 직선은 점 $(3,\ 3)$을 지나므로 ①에 $x=3$, $y=3$을 대입하면 $3=\frac{2}{3}\times3+b$, $b=1$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=\frac{2}{3}x+1}$

주의| 답을 쓸 때 $y=-2x+3$을 $-2x+3$으로 쓰지 않도록 주의한다.

읽/기/자/료 디리클레


디리클레

디리클레(Dirichlet, J. P. G. L.: 1805~1859)는 독일의 수학자로 함수에 대한 새로운 정의를 함으로써 함수의 개념 발달과 수학 발전에 기여하였다.

독일의 뒤렌에서 태어나 1828년부터 1855년까지 베를린 대학에서 연구를 하였고, 1855년에는 가우스(Gauss, K. F.: 1777~1855)의 뒤를 이어 괴팅겐 대학의 교수가 되었다.

디리클레는 정수론, 급수론, 대수학 등 수학의 많은 분야에 업적을 남겼지만 무엇보다 중요한 업적은 함수를 대응 관계로 파악한 것이다. 그는 함수를 '두 변수 x, y에 있어서 x의 값에 따라 y의 값이 정해질 때, y는 x의 함수이다.'라고 정의하였다. 이것은 함수를 단순한 식의 표현으로 보아 온 라이프니츠의 함수의 개념을 뒤바꾸었고, 수학이 계산론에 치우치는 것을 막는 데 기여하였다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 주어진 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하는 방법을 알게 하려는 것이다.

1. $(\text{기울기})=\dfrac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}$

$=\dfrac{3-(-1)}{3-1}=\mathbf{2}$

2. 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 $a=2$이므로 $y=2x+b$
이 직선은 점 $(1,\ -1)$을 지나므로 기울기와 한 점의 좌표를 알 때 일차함수의 식을 구하는 방법으로 구할 수 있다.
즉, $x=1$, $y=-1$을 $y=2x+b$에 대입하면
$-1=2\times1+b$, $b=-3$
따라서 구하는 일차함수의 식은
$y=2x-3$

교과서 172 쪽

두 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식을 어떻게 구하는가?

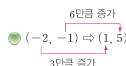
탐구 활동 두 점 $(1,\ -1)$과 $(3,\ 3)$을 지나는 직선에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 기울기를 구하여 보자.

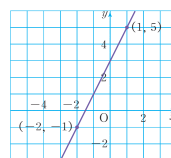
2 **1**에서 얻은 기울기를 a라 하고, 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하자. b는 어떻게 구할 수 있겠는가?

서로 다른 두 점을 지나는 직선은 하나뿐이므로 이들 두 점의 좌표를 알면 일차함수의 식을 구할 수 있다.

두 점 $(-2,\ -1)$, $(1,\ 5)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여 보자.



x의 값이 -2에서 1까지 3만큼 증가할 때, y의 값은 -1에서 5까지 6만큼 증가하므로 이 그래프의 기울기 a는



$$a=\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=\frac{5-(-1)}{1-(-2)}=\frac{6}{3}=2$$

이다.

이때 구하는 일차함수의 식을

$$y=2x+b \qquad \cdots\cdots ①$$

로 나타낼 수 있다.

그런데 이 직선은 점 $(1,\ 5)$를 지나므로 ①에 $x=1$, $y=5$를 대입하면

$$5=2\times1+b$$
$$b=3$$

이다.

따라서 두 점 $(-2,\ -1)$, $(1,\ 5)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$$y=2x+3$$

임을 알 수 있다.

7

목표| 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는 $a=\dfrac{-4-2}{-1-2}=2$이므로 $y=2x+b$
이 직선은 점 $(2,\ 2)$를 지나므로 $y=2x+b$에 대입하면 $2=2\times2+b$, $b=-2$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=2x-2}$

(2) 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는
$a=\dfrac{9-1}{-2-2}=-2$이므로 $y=-2x+b$
이 직선은 점 $(2,\ 1)$을 지나므로 $y=-2x+b$에 대입하면 $1=-2\times2+b$, $b=5$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=-2x+5}$

(3) 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는
$a=\dfrac{2-7}{4-(-1)}=-1$이므로 $y=-x+b$
이 직선은 점 $(-1,\ 7)$을 지나므로 $y=-x+b$에 대입하면 $7=-(-1)+b$, $b=6$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=-x+6}$

(4) 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는
$a=\dfrac{6-(-2)}{-1-(-3)}=4$이므로 $y=4x+b$
이 직선은 점 $(-3,\ -2)$를 지나므로 $y=4x+b$에 대입하면 $-2=4\times(-3)+b$, $b=10$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=4x+10}$

주의| 두 점 $(a,\ b)$와 $(c,\ d)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기를 구할 때, $\dfrac{b-d}{c-a}$와 같이 계산하여 기울기를 잘못 구하지 않도록 주의한다.

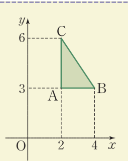
교과서 173 쪽

문제 7 다음 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) (2, 2), (−1, −4) (2) (2, 1), (−2, 9)

(3) (−1, 7), (4, 2) (4) (−3, −2), (−1, 6)

창의 UP 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 세 점 A(2, 3), B(4, 3), C(2, 6)을 꼭짓점으로 하는 삼각형이 있다. 일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 이 삼각형과 만나도록 하는 a값의 범위를 구하는 방법을 설명하여라.



직선의 x절편과 y절편을 알면 직선이 각각 x축, y축과 만나는 점을 알 수 있으므로 일차함수의 식을 구할 수 있다.

예 제 2 x절편이 1이고, y절편이 3인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

x절편이 a이고, y절편이 b인 직선은 두 점 $(a, 0)$, $(0, b)$를 지난다.

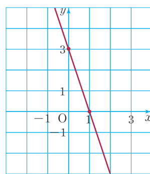
풀이 x절편이 1이고, y절편이 3이므로 이 직선은 두 점 (1, 0), (0, 3)을 지난다.

따라서 이 직선의 기울기는

$$\frac{3-0}{0-1}=-3$$

이고, y절편은 3이므로 구하는 일차함수의 식은

$$y=-3x+3$$



답 $y=-3x+3$

문제 8 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) x절편이 −4이고, y절편이 3인 직선

(2) x절편이 5이고, y절편이 −2인 직선

8

목표| x절편과 y절편을 알 때, 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) x절편이 −4이고, y절편이 3이므로 이 직선은 두 점 (−4, 0), (0, 3)을 지난다. 따라서 이 직선의 기울기는

$$\frac{3-0}{0-(-4)}=\frac{3}{4}$$

이고, y절편은 3이므로 구하는 일차함수의 식은

$$\boldsymbol{y=\frac{3}{4}x+3}$$

(2) x절편이 5이고, y절편이 −2이므로 이 직선은 두 점 (5, 0), (0, −2)를 지난다.

따라서 이 직선의 기울기는

$$\frac{-2-0}{0-5}=\frac{2}{5}$$

이고, y절편은 −2이므로 구하는 일차함수의 식은

$$\boldsymbol{y=\frac{2}{5}x-2}$$

창의 UP

|출제 의도| 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 기울기의 범위를 구할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 일차함수 $y=ax-1$의 그래프의 y절편은 −1이므로 이 그래프는 항상 점 (0, −1)을 지난다. 따라서 $y=ax-1$의 그래프가 점 B(4, 3)을 지날 때 기울기 a는 $a=\frac{3-(-1)}{4-0}=1$이고, $y=ax-1$의 그래프가 점 C(2, 6)을 지날 때 기울기 a는 $a=\frac{6-(-1)}{2-0}=\frac{7}{2}$이므로 $y=ax-1$의 그래프가 △ABC와 만나기 위한 a값의 범위는 $1\le a\le\frac{7}{2}$이다.

지/도/자/료 두 절편을 한눈에 알아볼 수 있는 일차함수의 식

원점을 지나지 않는 일차함수의 그래프의 x절편이 a이고, y절편이 b일 때, 그 일차함수의 식은 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$로 나타낼 수 있다.

일차함수의 식 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$에서

① x절편: $y=0$을 대입하면

$$\frac{x}{a}=1,\ x=a$$

② y절편: $x=0$을 대입하면

$$\frac{y}{b}=1,\ y=b$$

따라서 x절편은 a이고, y절편은 b이다.

1-3 일차함수의 활용

소단원 지도 목표

① 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 실험이나 관찰을 통하여 두 변수 x, y 사이의 관계가 일차함수로 나타내어지는 경우를 살펴보고 이들을 관계식으로 나타내어 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

공기나 그 밖의 매질이 진동을 받아서 생기는 파동을 음파라고 하는데, 음파는 공기 중에서뿐만 아니라 물, 금속, 유리 등 액체나 고체 속에서도 잘 전해진다. 소리의 속력은 음파를 전하는 물질이나 그 물질의 온도에 따라 다른데 공기 중에서 소리의 속력은 0 ℃에서 초당 331 m 정도이며 온도가 1 ℃씩 올라갈 때마다 매초 약 0.6 m씩 빨라진다.

교과서 174 쪽

1-3 일차함수의 활용

● 일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

일차함수를 여러 가지 문제에 어떻게 활용하는가?

창의력 기르기





소리의 전달

소리는 물체의 진동에 의하여 만들어지므로 기체, 액체, 고체를 통과할 수 있으나 진공은 통과할 수 없다. 우리가 소리를 들을 수 있는 것은 소리가 공기를 진동시켜 우리의 청각 기관을 자극하기 때문이다. 이때 소리는 기체보다는 액체, 액체보다는 고체에서 더 빠르게 전달된다.

탐구 활동

소리는 기온이 **0** ℃일 때, 초속 **331 m**의 속력으로 전달되고, 온도가 **1** ℃씩 올라갈 때마다 초속 **0.6 m**씩 빨라진다고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1 소리가 x ℃에서 초속 y m의 속력으로 전달된다고 할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

x(℃)	0	1	2	3	4	5	6
y(m)							

2 기온이 8 ℃일 때, 소리의 속력을 구하여 보자.

3 소리의 속력이 초속 340 m일 때, 기온을 구하여 보자.

탐구 활동에서 기온이 1 ℃씩 올라갈 때마다 소리는 초속 0.6 m씩 빨라지므로 y를 x에 관한 식으로 나타내면

$$y=0.6x+331$$

이다.

예를 들어 기온이 10 ℃인 경우 $x=10$이므로

$$y=0.6\times10+331$$
$$y=337$$

이다. 즉, 기온이 10 ℃일 때 소리의 속력은 초속 337 m이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일차함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있음을 알게 하려는 것이다.

1.

x(℃)	0	1	2	3	4	5	6
y(m)	**331**	**331.6**	**332.2**	**332.8**	**333.4**	**334**	**334.6**

2. 기온이 1 ℃씩 올라갈 때마다 소리는 초속 0.6 m씩 빨라지므로 기온이 8 ℃일 때

$0.6\times8+331=335.8$(m)

따라서 소리의 속력은 **초속 335.8 m**이다.

3. 소리의 속력이 초속 340 m가 되려면 0 ℃일 때의 소리의 속력보다 초속 9 m가 빨라야 하므로

$0.6\times x=9$, $x=15$

따라서 기온은 **15 ℃**이다.

지/도/자/료 여러 가지 일차함수의 활용

• 온도에 대한 일차함수의 활용

처음 온도가 a ℃, 1분 동안 온도 변화가 k ℃일 때 x분 후의 온도를 y ℃라고 하면

$y=kx+a$

• 길이에 대한 일차함수의 활용

처음 길이가 a cm, 1분 동안 길이 변화가 k cm일 때 x분 후의 길이를 y cm라고 하면

$y=kx+a$

• 물의 양에 대한 일차함수의 활용

처음 물의 양이 a L, 1분 동안 물의 양의 변화가 k L일 때 x분 후의 물의 양을 y L라고 하면

$y=kx+a$

교과서 175 쪽

또 소리의 속력이 초속 343 m인 경우 $y=343$이므로

$$343=0.6\times x+331$$

$$x=20$$

이다. 즉, 소리의 속력이 초속 343 m일 때 기온은 20 ℃이다.

예제 1 휘발유 1 L로 12 km를 가는 자동차가 있다. 이 자동차에 50 L의 휘발유를 넣고, x km 달린 후에 남은 휘발유를 y L라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 남은 휘발유가 20 L일 때까지 달린 거리는 몇 km인지 구하여라.

● 풀이 (1) 휘발유 1 L로 12 km를 달릴 수 있으므로, 1 km를 달렸을 때 사용된 휘발유의 양은 $\frac{1}{12}$ L이다. 따라서 x km를 가는 데 필요한 휘발유의 양은 $\frac{1}{12}x$ L이고, 이때 남은 휘발유의 양 y L는

$$y=50-\frac{1}{12}x$$

(2) $y=20$을 일차함수 $y=50-\frac{1}{12}x$에 대입하면

$$20=50-\frac{1}{12}x,\ x=360$$

따라서 남은 휘발유가 20 L일 때까지 달린 거리는 360 km이다.

답 ● (1) $y=50-\frac{1}{12}x$ (2) 360 km

문제 1 지상에서 10 km까지의 기온은 높이가 100 m씩 높아짐에 따라 0.6 ℃씩 내려간다고 한다. 지상의 기온이 25 ℃이고 지상에서 높이가 x km인 곳의 기온을 y ℃라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 지상에서 높이가 1 km인 산 정상의 기온을 구하여라.



목표| 일차함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 100 m씩 높아짐에 따라 0.6 ℃씩 내려가므로 1 km마다 6 ℃씩 내려간다. 따라서 높이가 x km인 곳의 기온은 $6x$ ℃만큼 내려가고, 지상의 기온은 25 ℃이므로 y를 x에 관한 식으로 나타내면 $\boldsymbol{y=25-6x}$

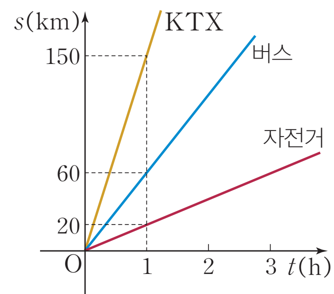
(2) 지상에서 높이가 1 km이므로 일차함수 $y=25-6x$에 $x=1$을 대입하면 $y=25-6=19$

따라서 산 정상의 기온은 **19 ℃**이다.

지/도/자/료 일차함수의 변수에 대한 오개념

일차함수의 그래프의 변수는 대부분 x, y를 사용하여 나타낸다. 따라서 학생들이 x, y 등으로 표현하지 않는 변수 사이의 관계는 함수로 인식하지 못하는 경우가 있다. 따라서 변수가 x, y가 아닌 다른 형태의 문제를 통해 일차함수의 개념을 이해하고, 잘못된 함수에 대한 오개념을 갖지 않도록 지도해야 한다.

예 다음 그래프는 속력이 일정한 자전거, 버스, KTX의 시간과 거리 사이의 관계를 나타낸 것이다.



(1) 시간이 1 h일 때의 자전거, 버스, KTX의 거리는 얼마인가? 답 20 km, 60 km, 150 km

(2) 자전거, 버스, KTX 각각의 시간과 거리 사이의 관계식을 구하여라.

답 $s=20t$, $s=60t$, $s=150t$

(3) (속력)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$ (km/h)인 관계가 있다. 이때 이 그래프에서 속력을 나타낸 것은 무엇인가? 답 기울기

읽/기/자/료 아파트와 소음

아파트는 몇 층이 가장 시끄러울까? 이에 대한 해답은 일차함수에서 찾을 수 있다.

국립환경과학원의 발표에 의하면 도로와 아파트 사이의 거리가 x m일 때, 소음이 가장 심한 층을 y층이라고 하면 $y=0.2467x+4.159$의 관계가 성립한다고 한다. 즉, 도로와의 거리가 10 m이면 6~7층이, 20 m이면 9층이 가장 시끄러운 층이다. 이를 기준으로 위, 아래 2개 층 정도가 시끄러운 층이 된다.

2

목표| 일차함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 1분마다 5 L씩 물이 새고 있으므로 x분 후에는 $5x$ L의 물이 샌다. 처음 물의 양이 100 L이므로 y를 x에 관한 식으로 나타내면 $\boldsymbol{y=100-5x}$

(2) 일차함수 $y=100-5x$에 $x=5$를 대입하면

$y=100-5\times5=75$

따라서 남아 있는 물의 양은 **75 L**이다.

(3) 일차함수 $y=100-5x$에 $y=10$을 대입하면

$10=100-5x$, $x=18$

따라서 **18분** 동안 물이 샌 것이다.

교과서 176 쪽

문제 2 100 L의 물이 들어 있는 물통에서 1분마다 5 L씩 물이 새고 있다. 물이 새기 시작하여 x분 후에 남아 있는 물의 양을 y L라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 5분이 지난 후에 남아 있는 물의 양은 몇 L인지 구하여라.

(3) 남아 있는 물의 양이 10 L라면 몇 분 동안 물이 샌 것인지 구하여라.

예제 2 온도가 30 ℃인 물을 가열하면 1분에 온도가 0.5 ℃씩 올라간다고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) x분 후 올라간 물의 온도를 구하여라.

(2) x분 후에 물의 온도를 y ℃라고 할 때 x, y 사이의 관계식을 구하여라.

(3) (2)에서 세운 일차함수를 그래프로 나타내어라.

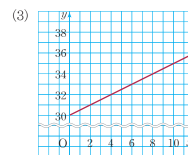


● 풀이 (1) 온도가 1분에 0.5 ℃씩 올라가므로 x분 후에 물의 온도는 $0.5x$ ℃ 올라간다.

(2) 현재 물의 온도가 30 ℃이고, x분 후의 물의 온도를 y ℃라고 하면

$y=0.5x+30=\frac{1}{2}x+30$

(3)



답 ● (1) $0.5x$ ℃ (2) $y=\frac{1}{2}x+30$

문제 3 높이가 100 m인 25층짜리 빌딩이 있다. 이 빌딩의 엘리베이터가 25층에서 매초 2 m의 빠르기로 한 층씩 내려온다고 한다. 출발한 지 x초 후에 지상으로부터 엘리베이터의 천장까지의 높이를 y m라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 엘리베이터가 높이 44 m인 11층에 도착하는 것은 출발한 지 몇 초 후인가?



문제 4 문제 3과 같이 일차함수를 활용하여 풀 수 있는 문제를 만들고, 풀어 보아라.

3

목표| 일차함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 엘리베이터는 1초에 2 m씩 내려오므로 x초 후에는 $2x$ m 내려온다. y는 지상으로부터 엘리베이터 천장까지의 높이이고, 이는 빌딩의 높이에서 엘리베이터 이동거리를 빼면 된다.

따라서 y를 x에 관한 식으로 나타내면 $\boldsymbol{y=100-2x}$

(2) 일차함수 $y=100-2x$에 $y=44$를 대입하면

$44=100-2x$, $x=28$

따라서 **28초 후**에 11층에 도착한다.

4

|출제 의도| 일차함수를 활용하여 풀 수 있는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 실생활 문제를 해결할 때 일차함수가 유용하게 활용됨을 알게 하기 위한 문제이다.

예시| 어떤 환자가 1분에 5 mL씩 들어가는 링거 주사를 맞고 있다. 900 mL들이 링거 주사를 맞기 시작하여 x분 후에 병에 남아 있는 주사액의 양을 y mL라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 남아 있는 주사액의 양이 300 mL라면 이 환자는 몇 분 동안 링거 주사를 맞은 것인지 구하여라.

풀이| (1) $y=900-5x$

(2) 일차함수 $y=900-5x$에 $y=300$을 대입하면

$300=900-5x$, $x=120$

따라서 120분 동안 링거 주사를 맞은 것이다.

교과서 177 쪽

중/단/원 기초

> 일차함수는 $y=ax+b$ (a, b는 상수, $a\neq0$)의 꼴이다.

1 다음 중에서 일차함수인 것을 모두 찾아라.

㉠ $y=2-3x$	㉡ $y=x^2-3$
㉢ $y=\frac{3}{x}-1$	㉣ $y=\frac{2-x}{3}$

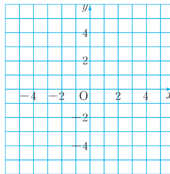
> 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에서 기울기는 a, x절편은 $-\frac{b}{a}$, y절편은 b이다.

2 다음 일차함수의 그래프의 기울기, x절편, y절편을 각각 구하여라.

(1) $y=-2x+4$ (2) $y=-5x+1$
(3) $y=5x-3$ (4) $y=3x-6$

3 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

(1) $y=-2x+4$
(2) $y=\frac{2}{3}x-2$



4 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) $y=5x-2$의 그래프와 평행하고, y절편이 3인 직선
(2) 점 (2, 7)을 지나고, y절편이 -2인 직선

2

목표| 일차함수의 그래프의 기울기, x절편, y절편을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 기울기: $\mathbf{-2}$, x절편: $\mathbf{2}$, y절편: $\mathbf{4}$

(2) 기울기: $\mathbf{-5}$, x절편: $\mathbf{\frac{1}{5}}$, y절편: $\mathbf{1}$

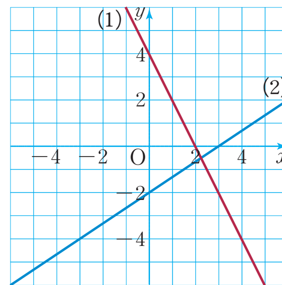
(3) 기울기: $\mathbf{5}$, x절편: $\mathbf{\frac{3}{5}}$, y절편: $\mathbf{-3}$

(4) 기울기: $\mathbf{3}$, x절편: $\mathbf{2}$, y절편: $\mathbf{-6}$

3

목표| 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이|



중/단/원 기초

1

목표| 일차함수의 의미를 이해하고, 일차함수를 찾을 수 있다.

풀이| 일차함수는 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 일차식 $y=ax+b$ ($a\neq0$, a, b는 상수)로 나타내어진다.
㉡은 x에 관한 이차식으로 일차함수가 아니다.
㉢은 분모에 x가 있으므로 일차함수가 아니다.
따라서 일차함수인 것은 ㉠, ㉣이다.

4

목표| 주어진 조건을 만족하는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $y=5x-2$의 그래프와 평행이므로 기울기는 5이고, y절편이 3이므로 구하는 일차함수의 식은
$\mathbf{y=5x+3}$

(2) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax-2$로 놓으면 직선이 점 (2, 7)을 지나므로

$7=2a-2$, $a=\frac{9}{2}$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\mathbf{y=\frac{9}{2}x-2}$

교과서 178 쪽

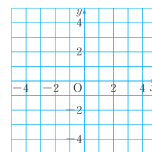
중/단/원 기본

일차함수의 그래프

1 다음 일차함수의 그래프의 x절편, y절편, 기울기를 각각 구하고, 이를 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그래프를 그려라.

(1) $y=-3x+2$

(2) $y=-\frac{1}{2}x+2$



기울기와 일차함수의 그래프

2 다음 중에서 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=3x+4$의 그래프가 평행하기 위한 순서쌍 $(a,\ b)$를 모두 찾아라.

㉠ $(-3,\ 4)$	㉡ $(-3,\ 0)$	㉢ $(-3,\ -1)$
㉣ $(3,\ 0)$	㉤ $(3,\ 1)$	㉥ $(3,\ 4)$

일차함수의 평행이동

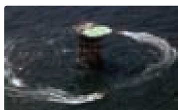
3 일차함수 $y=ax+1$의 그래프를 y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면 두 점 $(-2,\ 3)$, $(b,\ 2b)$를 지난다고 한다. 이때 $b-a$의 값을 구하여라.

일차함수의 그래프

4 일차함수 $y=x+6$의 그래프와 x축, y축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

일차함수의 활용

5 제주도 남쪽의 마라도에서 서남쪽으로 149 km 떨어져 있는 이어도에는 종합 해양 과학 기지가 있다. 마라도에서 배를 타고 시속 40 km의 속력으로 이어도까지 가려고 한다. 출발한 지 x시간 후에 이어도까지 남은 거리를 y km라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.



(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 이어도까지 남은 거리가 9 km라면 마라도에서 배로 몇 시간 동안 간 것인지 구하여라.

중/단/원 기본

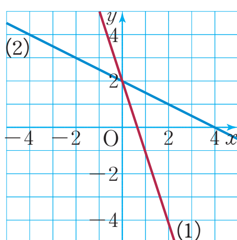
1

목표| 일차함수의 식에서 기울기, x절편, y절편을 구하고, 이를 이용하여 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| $y=ax+b$에서 a는 기울기, b는 y절편, x절편은 $-\frac{b}{a}$이다.

(1) 기울기: $\mathbf{-3}$, x절편: $\mathbf{\frac{2}{3}}$, y절편: $\mathbf{2}$

(2) 기울기: $\mathbf{-\frac{1}{2}}$, x절편: $\mathbf{4}$, y절편: $\mathbf{2}$



2

목표| 두 일차함수의 그래프가 평행하기 위한 조건을 알게 한다.

풀이| 두 그래프가 평행하기 위해서는 기울기가 같고, y절편이 달라야 한다. 따라서 ㉣, ㉤의 경우 두 일차함수의 그래프가 평행한다.

주의| ㉥은 일치하는 경우이다.

3

목표| 평행이동을 이용하여 주어진 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $y=ax+1$을 y축의 방향으로 5만큼 평행이동하면 $y=ax+6$이다. 이 그래프가 점 $(-2,\ 3)$을 지나므로

$3=-2a+6$, $a=\frac{3}{2}$

$y=\frac{3}{2}x+6$이 점 $(b,\ 2b)$를 지나므로

$2b=\frac{3}{2}b+6$, $b=12$

$\mathbf{b-a=\frac{21}{2}}$

4

목표| 주어진 일차함수의 식에서 x절편, y절편을 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 일차함수 $y=x+6$의 그래프에서 x절편은 -6, y절편은 6이고 각각의 절댓값이 삼각형의 밑변의 길이와 높이이므로 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\times6=\mathbf{18}$이다.

5

목표| 일차함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\mathbf{y=149-40x}$

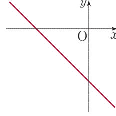
(2) $y=149-40x$에 $y=9$를 대입하면

$9=149-40x$, $x=\frac{7}{2}$

따라서 마라도에서 배로 $\frac{7}{2}$시간, 즉 **3시간 30분** 동안 간 것이다.

중/단/원 실력

1 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 일차함수 $y=\frac{x}{b}-a$의 그래프가 지나지 않는 사분면을 말하여라.



• 먼저 두 점을 지나는 함수의 식을 구한다.

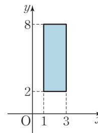
2 세 점 $(1,\ -1)$, $(3,\ 2)$, $(k,\ -2)$가 한 직선 위에 있을 때, k의 값을 구하여라.

• 직사각형은 두 대각선의 교점을 지나는 직선에 의해 넓이가 이등분된다.

3 오른쪽 그림의 직사각형의 넓이를 이등분하는 일차함수의 식 중에서 다음을 구하여라.

(1) 원점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식

(2) y절편이 -1인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식



4 두 일차함수 $y=3x-2$와 $y=ax+b$의 그래프가 평행하고 두 직선이 y축과 만나는 점을 각각 P, Q라고 할 때, $\overline{PQ}=2$이다. $a-b$의 값을 구하여라. (단, $b\neq0$)

5 휘발유 1 L로 15 km를 달릴 수 있는 자동차에 50 L의 휘발유를 채우고 출발하였다. 자동차가 x km를 달린 후에 남아 있는 휘발유의 양을 y L라고 할 때, 200 km를 달린 후에 남아 있는 휘발유의 양을 구하여라.

중/단/원 실력

1

목표| 기울기와 일차함수의 그래프 사이의 관계를 알게 한다.

풀이| 그림에서 $a<0$, $b<0$이므로 $y=\frac{x}{b}-a$는 기울기가 음수이고, y절편은 양수가 되어 그래프가 제1, 2, 4사분면을 지나므로 지나지 않는 사분면은 **제3사분면**이다.

2

목표| 일차함수를 활용하여 k의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 점 $(1,\ -1)$, $(3,\ 2)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $y=\frac{3}{2}x-\frac{5}{2}$이고, 점 $(k,\ -2)$가 이 직선 위에 있으므로

$-2=\frac{3}{2}\times k-\frac{5}{2}$, $\boldsymbol{k=\frac{1}{3}}$

3

목표| 직선이 지나는 두 점을 이용하여 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 직사각형의 두 대각선의 교점의 x좌표는 1과 3의 중점인 2이고, y좌표는 2와 8의 중점인 5이므로 두 대각선의 교점의 좌표는 $(2,\ 5)$이다. 따라서 직사각형의 두 대각선의 교점 $(2,\ 5)$와 원점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=\frac{5}{2}x}$이다.

(2) 직사각형의 두 대각선의 교점 $(2,\ 5)$와 점 $(0,\ -1)$을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=3x-1}$이다.

4

목표| 평행한 두 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 일차함수 $y=3x-2$와 $y=ax+b$의 그래프가 평행하므로 $a=3$

두 점 P, Q는 각각 두 그래프의 y절편이고

$\overline{PQ}=2$이므로 $b=0$ 또는 $b=-4$

이때 $b\neq0$이므로 $b=-4$

$\boldsymbol{a-b=7}$

5

목표| 일차함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 1 km를 달렸을 때 사용된 휘발유는 $\frac{1}{15}$ L이다.

따라서 y를 x에 관한 식으로 나타내면

$y=50-\frac{1}{15}x$

$y=50-\frac{1}{15}x$에 $x=200$을 대입하면

$y=50-\frac{1}{15}\times200$, $y=\frac{110}{3}$

따라서 남아 있는 휘발유의 양은 $\boldsymbol{\frac{110}{3}}$ **L**이다.

2 일차함수와 일차방정식의 관계

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 일차함수와 일차방정식의 관계를 이해하게 한다.

② $x=k$, $y=k$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

③ 두 일차함수의 그래프를 이용하여 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
2-1 일차함수와 일차방정식	미지수가 2개인 일차방정식의 그래프
	$x=k$, $y=k$의 그래프
2-2 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해	일차함수의 그래프를 이용하여 연립일차방정식 풀기
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 180 쪽

2 일차함수와 일차방정식의 관계



준 | 비 | 학 | 습

함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프
x값의 범위가 수 전체일 때, 함수 $y=ax(a\neq0)$의 그래프는 원점과 점 $(1,\ a)$를 지나는 직선이다.

일차방정식
방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이
(일차식)$=0$
의 꼴로 변형되는 방정식

연립일차방정식의 해
두 일차방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값을 연립일차방정식의 해라 하고, 연립일차방정식의 해를 구하는 것을 연립일차방정식을 푼다고 한다.

기울기, x절편, y절편
- (기울기)$=\dfrac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}$
- x절편: 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표
- y절편: 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표

1 다음 함수의 그래프가 지나지 않는 사분면을 말하여라.
(1) $y=5x$　　(2) $y=-2x$

2 다음 중에서 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $3x+6=3$	㉡ $2x-3=2x+4$
㉢ $3x+2$	㉣ $x-4=3+2x$

3 다음 연립일차방정식을 풀어라.
(1) $\begin{cases}2x-3y=5\\2x-y=7\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}3x+y=6\\2x-3y=4\end{cases}$

4 일차함수 $y=-5x+10$의 그래프에 대하여 다음을 구하여라.
(1) 기울기　　(2) x절편　　(3) y절편

준비 학습의 해설

1

목표| x값의 범위가 수 전체일 때, 함수 $y=ax$의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| (1) **제2사분면, 제4사분면**
(2) **제1사분면, 제3사분면**

2

목표| 일차방정식의 뜻을 알게 한다.

풀이| 일차방정식은 우변의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (x에 관한 일차식)$=0$의 꼴이어야 하므로 주어진 식 중에서 일차방정식은 ㉠, ㉣이다.

3

목표| 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\boldsymbol{x=4,\ y=1}$
(2) $\boldsymbol{x=2,\ y=0}$

4

목표| 일차함수의 그래프의 기울기, x절편, y절편을 구할 수 있게 한다.

풀이| $y=ax+b$에서 기울기는 a, y절편은 b, x절편은 $-\dfrac{b}{a}$이다.
따라서 $y=-5x+10$에서
(1) 기울기: $\boldsymbol{-5}$
(2) x절편: $\boldsymbol{2}$
(3) y절편: $\boldsymbol{10}$

교과서 181 쪽

2-1 일차함수와 일차방정식

● 일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해한다.

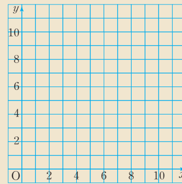
미지수가 2개인 일차방정식의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐구 활동 일차방정식 $x+y=10$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1 위의 일차방정식에서 x의 값에 대한 y의 값을 구하여 다음 표를 완성하여 보자.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	10										

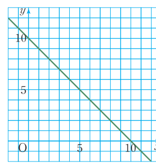
2 **1**에서 구한 값에 대하여 순서쌍 $(x,\ y)$를 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.



x, y값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식 $x+y-10=0$의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	⋯	-2	-1	0	1	2	3	4	5	⋯
y	⋯	12	11	10	9	8	7	6	5	⋯

이 일차방정식을 만족시키는 해는 무수히 많고, 이 해를 순서쌍 $(x,\ y)$로 하여 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같은 직선이 된다.



일반적으로 x, y값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식

$$ax+by+c=0\ (a\neq0 \text{ 또는 } b\neq0) \qquad \cdots\cdots ①$$

의 해는 무수히 많고, 그 해를 좌표평면 위에 나타내면 직선이 된다.

이때 방정식 ①을 **직선의 방정식**이라고 한다.

2. 등식의 성질을 이용하여 $a\neq0$, $b\neq0$일 때, 방정식 $ax+by+c=0$을 일차함수 $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$의 꼴로 변형할 수 있음을 이해하게 한다.

3. 좌표축에 평행한 직선의 방정식 $x=k$, $y=k$는 함수의 식과 관련지어 이해하지 않도록 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 직선의 방정식(equation of straight line)

2-1 일차함수와 일차방정식

소단원 지도 목표

① 미지수가 2개인 일차방정식 $ax+by+c=0\ (a\neq0,\ b\neq0)$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

② 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프는 직선이 되어 일차함수의 그래프와 같음을 알게 한다.

③ 일차방정식 $x=k$, $y=k$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 미지수가 2개인 일차방정식의 해의 순서쌍을 좌표로 하는 점이 그 방정식의 그래프임을 이해하게 한다. 이때 x, y값의 범위가 수 전체일 때, 그 그래프는 직선이 됨을 알게 한다.

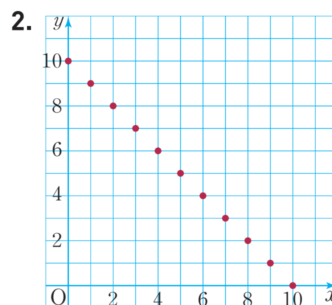
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일차방정식의 해를 구하여 좌표평면 위에 점으로 나타내어 봄으로써 일차방정식의 그래프를 알게 하려는 것이다.

1.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	10	**9**	**8**	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**

2.



본문 해설

❶ 일차방정식 $ax+by+c=0(a\neq0,\ b\neq0)$을 y에 관하여 풀면

$by=-ax-c,\ y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$

이므로 일차방정식 $ax+by+c=0(a\neq0,\ b\neq0)$의 그래프를 좌표평면 위에 나타내면 일차함수 $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$의 그래프와 같은 직선이 된다.

따라서 일차방정식의 그래프를 그릴 때에는 해를 직접 구하지 않고, 일차방정식을 변형하여 얻어진 일차함수의 그래프를 그리는 것이 편리하다.

참고| x, y에 관한 등식은 방정식 또는 함수 관계의 식으로 볼 수 있는데 방정식에서는 x, y를 동등하게 보고 함수에서는 y가 x에 종속되는 것으로 본다.

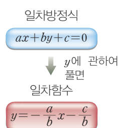
일반적으로 방정식의 경우 x, y를 미지수라 하고 함수의 경우에는 x, y를 변수라고 하여 이를 구별하고 있다.

교과서 182 쪽

한편 일차방정식 $x+y-10=0$을 y에 관하여 풀면 $y=-x+10$이 되어 일차함수로 나타난다. 이 일차함수의 그래프는 y절편이 10이고, 기울기가 -1이므로 앞의 그림과 같은 직선이 된다.

즉, 일차방정식 $x+y-10=0$의 그래프는 일차함수 $y=-x+10$의 그래프와 서로 같음을 알 수 있다.

일반적으로 일차방정식의 그래프와 일차함수의 그래프 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.



❶ 정식의 그래프와 일차함수의 그래프

방정식 $ax+by+c=0(a\neq0,\ b\neq0)$의 그래프는 일차함수

$$y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$$

의 그래프와 같다.

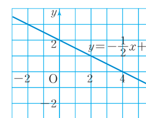
예제 1 일차방정식 $x+2y-4=0$의 그래프를 그려라.

먼저 주어진 식을 y에 관하여 푼다.

풀이 $x+2y-4=0$에서

$$2y=-x+4,\ y=-\frac{1}{2}x+2$$

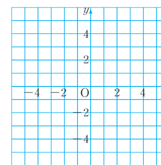
따라서 주어진 일차방정식의 그래프는 기울기가 $-\dfrac{1}{2}$이고, y절편이 2인 일차함수의 그래프이므로 오른쪽 그림과 같다.



문제 | 다음 일차방정식의 그래프를 그려라.

(1) $-2x+y-3=0$

(2) $3x-4y-12=0$



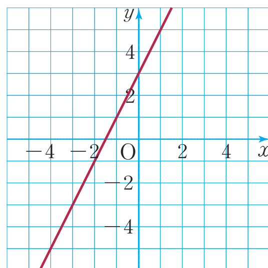
|

목표| 미지수가 2개인 일차방정식의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) $-2x+y-3=0$을 y에 관하여 풀면

$y=2x+3$

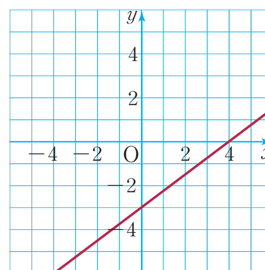
따라서 주어진 일차방정식의 그래프는 기울기가 2이고, y절편이 3인 일차함수의 그래프이므로 다음 그림과 같다.



(2) $3x-4y-12=0$을 y에 관하여 풀면

$y=\dfrac{3}{4}x-3$

따라서 주어진 일차방정식의 그래프는 기울기가 $\dfrac{3}{4}$이고, y절편이 -3인 일차함수의 그래프이므로 다음 그림과 같다.



일차방정식 $x=k$, $y=l$의 그래프는 어떻게 그리는가?

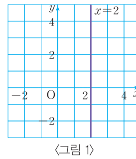
일차방정식 $ax+by+c=0$에서 계수 a나 b 중 어느 하나가 0인 경우를 생각하여 보자.

일차방정식 $ax+by+c=0$에서 $a=1$, $b=0$, $c=-2$이면

$$1\times x+0\times y-2=0$$

이다. 즉, $x=2$이므로 y의 값에 관계없이 x의 값은 항상 2임을 뜻한다.

따라서 $x=2$의 그래프는 〈그림 1〉과 같이 점 (2, 0)을 지나고, y축에 평행한 직선이 된다.



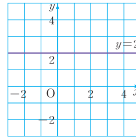
〈그림 1〉

또 일차방정식 $ax+by+c=0$에서 $a=0$, $b=1$, $c=-2$이면

$$0\times x+1\times y-2=0$$

이다. 즉, $y=2$이므로 x의 값에 관계없이 y의 값은 항상 2임을 뜻한다.

따라서 $y=2$의 그래프는 〈그림 2〉와 같이 점 (0, 2)를 지나고, x축에 평행한 직선이 된다.



〈그림 2〉

일반적으로 일차방정식 $ax+by+c=0$에서 계수 a, b 중 어느 하나가 0일 때, 이 방정식은

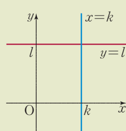
$$x=k \text{ 또는 } y=l \ (k, l\text{은 상수})$$

과 같은 꼴로 나타나고, 그 그래프는 다음과 같다.

❶ **방정식 $x=k$, $y=l$의 그래프**

$x=k$의 그래프는 점 $(k,\ 0)$을 지나고, y축에 평행한 직선이다.

(2) $y=l$의 그래프는 점 $(0,\ l)$을 지나고, x축에 평행한 직선이다.



본문 해설

❶ $y=ax+b(a\neq0)$의 꼴로 나타낼 수 없을 때에는 일차함수가 아니다. 따라서 y축에 평행한 직선의 방정식 $x=k$와 x축에 평행한 직선의 방정식 $y=l$을 일차함수의 식으로 이해하지 않도록 주의한다.

참고| 일차방정식 $ax+by=c$에 대하여

① $a=0$, $b\neq0$인 경우

$0\times x+by=c$이므로

$by=c$

$y=\dfrac{c}{b}$

즉, x에 어떤 값을 대입하더라도 y의 값은 항상 $\dfrac{c}{b}$로 일정하다. 따라서 일차방정식 $y=l$ 꼴의 방정식은 일차방정식 $ax+by=c$에서 $a=0$, $b\neq0$인 경우이고 함수이지만 일차함수는 아니다.

② $a\neq0$, $b=0$인 경우

$ax+0\times y=c$이므로

$ax=c$

$x=\dfrac{c}{a}$

즉, y에 어떤 값을 대입하더라도 x의 값은 항상 $\dfrac{c}{a}$로 일정하다. 따라서 일차방정식 $x=k$ 꼴의 방정식은 일차방정식 $ax+by=c$에서 $a\neq0$, $b=0$인 경우이고 함수가 아니다.

지/도/자/료 일차함수의 교수 · 학습 원리

수학적 표현 능력과 해석 능력은 다양한 문제 해결 방법을 이끌어 내어 수학적 사고력을 향상시킬 수 있다.

일차함수와 관련된 표현 방법으로는 대수적 표현인 함수의 식, 기하학적 표현인 그래프를 들 수 있다. 교사는 이러한 표현 방법들이 하나의 주된 표현에 따른 종속적인 표현 방법이 아니라 서로 다른 체계에서의 각각 독립적이고 유기적인 표현 방법임을 학생들에 인식시킬 필요가 있다. 또한 학생들이 이 두 가지 차원의 표현 방법과 그것이 제시하는 개념을 분명하게 이해하고 이들 표현 체계들을 자유롭게 전환하여 사용할 수 있는 능력을 기를 수 있도록 해야 한다. 즉, 일차함수의 식에서 기울기와 절편을 나타내는 값을 찾아내고 이것이 어떤 함수인지 밝혀낼 수 있는지, 그래프를 보고 기울기의 의미와 절편의 의미를 시각적으로 밝혀낼 수 있는지, 또한 이런 자료들을 표현하고 읽어낼 수 있는지 등의 해석과 변환 능력을 길러주어야 한다.

2

목표| 축에 평행한 일차방정식의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) $-y+3=0$에서 $y=3$

$y=3$의 그래프는 점 $(0,\ 3)$을 지나고, x축에 평행한 직선이다.

(2) $\frac{1}{2}x-2=0$에서 $x=4$

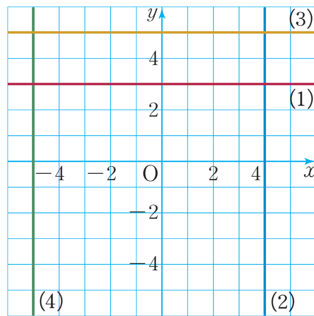
$x=4$의 그래프는 점 $(4,\ 0)$을 지나고, y축에 평행한 직선이다.

(3) $3y-15=0$에서 $y=5$

$y=5$의 그래프는 점 $(0,\ 5)$를 지나고, x축에 평행한 직선이다.

(4) $2x+10=0$에서 $x=-5$

$x=-5$의 그래프는 점 $(-5,\ 0)$을 지나고, y축에 평행한 직선이다.



교과서 184 쪽

예 제 2 다음 일차방정식의 그래프를 그려라.

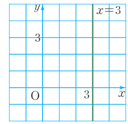
(1) $2x-6=0$　　　(2) $3y+9=0$

● 풀이 (1) $2x-6=0$에서

$2x=6,\ x=3$

$x=3$의 그래프는 점 $(3,\ 0)$을 지나고, y축에 평행한 직선이다.

따라서 방정식 $2x-6=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

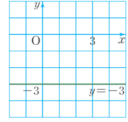


(2) $3y+9=0$에서

$3y=-9,\ y=-3$

$y=-3$의 그래프는 점 $(0,\ -3)$을 지나고, x축에 평행한 직선이다.

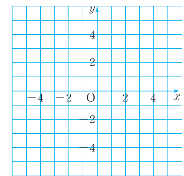
따라서 방정식 $3y+9=0$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



문제 2 다음 일차방정식의 그래프를 그려라.

(1) $-y+3=0$　　　(2) $\frac{1}{2}x-2=0$

(3) $3y-15=0$　　　(4) $2x+10=0$



문제 3 다음 일차방정식의 그래프를 그려라.

(1) 점 $(3,\ -6)$을 지나고, x축에 평행한 직선

(2) 점 $(5,\ -2)$를 지나고, y축에 평행한 직선


의사소통 x축과 y축을 일차방정식으로 어떻게 나타낼 수 있는지 말하여 보자.

3

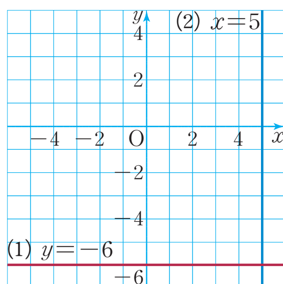
목표| 축에 평행한 일차방정식의 그래프를 그릴 수 있게 한다

풀이| (1) x축에 평행하므로 $y=k$ 꼴이다.

점 $(3,\ -6)$을 지나므로 $y=-6$

(2) y축에 평행하므로 $x=k$ 꼴이다.

점 $(5,\ -2)$를 지나므로 $x=5$



의/사/소/통

|출제 의도| 일차방정식을 이용하여 x축과 y축을 표현하는 방법을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| x축은 x의 값에 관계없이 y의 값이 항상 0이므로 $y=0$이다. 또 y축은 y의 값에 관계없이 x의 값이 항상 0이므로 $x=0$이다.

x축과 y축은 일차방정식 $ax+by+c=0$에서

x축은 $y=0$이므로 $a=0,\ c=0$인 경우,

y축은 $x=0$이므로 $b=0,\ c=0$인 경우

라고 할 수 있다.

교과서 185 쪽

2-2 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해

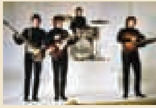
● 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해한다.

일차함수의 그래프를 이용하여 연립일차방정식을 어떻게 푸는가?

창의력 기르기

비틀스(Beatles)

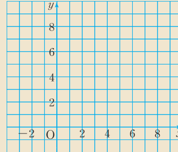
영국 출신의 4인조 록 밴드 비틀스는 1957년에 결성되어 현재까지 전 세계적으로 10억 장 이상의 음반을 판매하였다. 비틀스는 대중음악 역사상 가장 성공적인 밴드로 불리고 있으며 다양한 장르의 음악을 아우르며 현대 대중음악의 수준을 한 단계 높인 것으로 평가되고 있다.



탐구 활동

비틀스가 발표하였던 곡을 모은 명곡집(Anthology)이 1995년부터 1996년까지 시리즈로 만들어졌다. 시리즈 수를 x개, 이 시리즈에 포함된 총 디스크의 수를 y개라고 할 때, x와 y는 다음 두 식을 만족시킨다고 한다. 물음에 답하여 보자.

$$\begin{cases} x+y=9 & \cdots\cdots ① \\ -x+y=3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$



1 직선의 방정식 ①, ②의 그래프를 각각 오른쪽 좌표 평면 위에 그려 보자.

2 1에서 그린 두 그래프의 교점의 좌표를 말하여 보자.

연립일차방정식

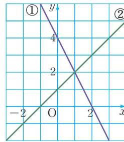
$$\begin{cases} 2x+y=4 & \cdots\cdots ① \\ -x+y=1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

의 해를 그래프를 이용하여 구하여 보자.

①, ②를 각각 y에 관하여 풀면

$$\begin{cases} y=-2x+4 \\ y=x+1 \end{cases}$$

이고, 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



2. 평면에서 두 직선의 위치 관계는 한 점에서 만나거나 평행하거나 일치하는 세 가지 경우가 있으므로 그 교점을 확인해 보고 연립일차방정식의 해가 하나이거나 전혀 없거나 무수히 많은 경우가 있음을 알게 한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

영국 출신의 존 레논, 폴 매카트니, 조지 해리슨, 링고 스타의 4인조로 구성된 록 밴드 비틀스는 새로운 음악적 시도와 완성도 높은 곡으로 1960년대의 음악뿐만 아니라 대중문화 전반에 많은 영향력을 발휘했다.

2-2 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해

소단원 지도 목표

① 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표를 이용하여 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

② 두 직선이 평행하거나 일치할 때, 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 두 일차함수의 그래프를 통한 연립일차방정식의 해에 대한 지도는 연립일차방정식의 해가 두 직선의 교점임을 이해하는 정도로 다룬다.

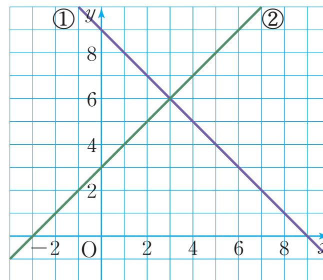
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 두 일차함수의 그래프를 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있도록 하려는 것이다.

1. ①을 y에 관하여 풀면 $y=-x+9$

②를 y에 관하여 풀면 $y=x+3$

따라서 직선의 방정식 ①, ②의 그래프는 다음과 같다.



2. 두 직선의 교점의 좌표는 $(3,\ 6)$이다.

본문 해설

❶ 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=a'x+b'$의 그래프가 한 점 $(c,\ d)$에서 만난다면 $x=c$, $y=d$는 다음을 만족한다.

$d=ac+b$, $d=a'c+b'$

따라서 $x=c$, $y=d$는 연립일차방정식

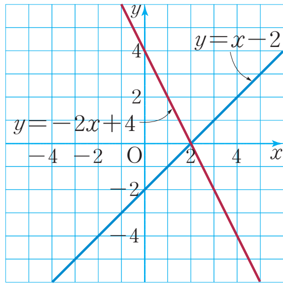
$$\begin{cases} y=ax+b \\ y=a'x+b' \end{cases},\ \text{즉}\ \begin{cases} ax-y+b=0 \\ a'x-y+b'=0 \end{cases}$$

의 해가 된다.

목표 | 두 일차함수의 그래프를 이용하여 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $\begin{cases} y=-2x+4 \\ y=x-2 \end{cases}$

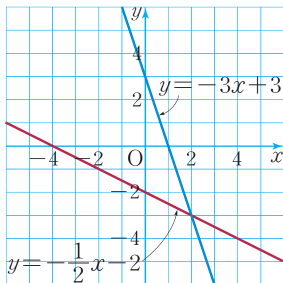
이것을 그래프로 나타내면 다음과 같다.



따라서 두 직선의 교점의 좌표가 $(2,\ 0)$이므로 구하는 연립일차방정식의 해는 $\boldsymbol{x=2,\ y=0}$

(2) $\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x-2 \\ y=-3x+3 \end{cases}$

이것을 그래프로 나타내면 다음과 같다.



따라서 두 직선의 교점의 좌표가 $(2,\ -3)$이므로 구하는 연립일차방정식의 해는 $\boldsymbol{x=2,\ y=-3}$

교과서 186 쪽

이때 직선 ①, ②는 각각 방정식 ①, ②의 해 $(x,\ y)$를 좌표로 하는 점 전체를 좌표평면 위에 나타낸 것이므로 두 직선의 교점 $(1,\ 2)$는 두 방정식의 공통인 해를 나타낸다.

따라서 주어진 연립일차방정식의 해는

$$x=1,\ y=2$$

이다.

$\begin{cases} 2x+y=4 \\ -x+y=1 \end{cases}$에 $x=1$, $y=2$를 대입하면 연립일차방정식이 성립한다.

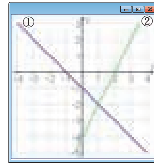
❶ [illegible]으로 x, y에 관한 연립일차방정식의 해는 두 방정식의 그래프의 교점의 [illegible], y좌표와 같다.

연립일차방정식의 해 $x=a,\ y=b$	⇄	두 그래프의 교점의 좌표 $(a,\ b)$

예 제 1 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

$$\begin{cases} -x-y=1 & \cdots\cdots ① \\ 2x-y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

컴퓨터나 그래픽 계산기를 이용하여 풀 수도 있다.



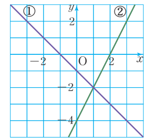
풀이 ①, ②를 각각 y에 관하여 풀면

$$\begin{cases} y=-x-1 \\ y=2x-4 \end{cases}$$

이것을 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 두 직선의 교점의 좌표가 $(1,\ -2)$이므로 구하는 연립일차방정식의 해는

$$x=1,\ y=-2$$



답 ● $x=1,\ y=-2$

문 제 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+2y=-4 \\ 3x+y=3 \end{cases}$

지/도/자/료

1. 연립일차방정식의 해를 구할 때, 그래프를 그려서 구하는 방법은 그래프를 그리기에 번거롭고 교점의 좌표를 읽을 때의 불확실성 때문에 자주 사용하지는 않는다. 따라서 직선 위의 점의 의미, 두 직선의 교점의 의미 등을 이해하는 데 주안점을 두어 지도한다.

2. 연립일차방정식의 해는 각각의 일차방정식을 동시에 만족시키는 값이고, 각각의 일차방정식의 해는 일차함수의 그래프로 나타낼 수 있으므로 연립일차방정식의 해는 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표이다.

이때 교점의 좌표를 각 방정식에 대입하여 두 방정식이 성립하는지 확인해 봄으로써 교점의 좌표가 연립일차방정식의 해라는 것을 확인할 수 있다.

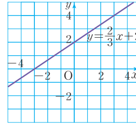
예 제 2 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x-3y=-6 \\ 4x-6y=-12 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x+2y=4 \end{cases}$

● 풀이 (1) 두 방정식을 각각 y에 관하여 풀면 모두

$y=\frac{2}{3}x+2$

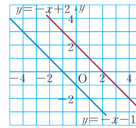
가 되므로 두 방정식의 그래프는 일치한다.
따라서 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.



(2) 두 방정식을 각각 y에 관하여 풀면

$\begin{cases} y=-x-1 \\ y=-x+2 \end{cases}$

가 되므로 두 방정식의 그래프는 평행하다.
따라서 연립일차방정식의 해는 없다.



답 ● (1) 해는 무수히 많다. (2) 해는 없다.

문제 2 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

일차함수의 식으로 고쳐서 생각한다.

(1) $\begin{cases} x+3y=3 \\ 4x+12y=12 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+y=-2 \\ -4x-2y=-4 \end{cases}$

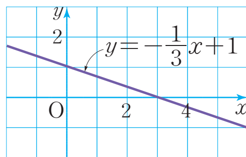
이상에서 다음을 알 수 있다.

❶ 일차방정식의 해와 방정식의 그래프
연립일차방정식의 각 방정식을 그래프로 나타내었을 때
(1) 두 직선이 한 점에서 만나면 연립일차방정식의 해는 하나이다.
(2) 두 직선이 일치하면 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.
(3) 두 직선이 평행하면 연립일차방정식의 해는 없다.

2

목표| 두 일차함수의 그래프를 이용하여 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우의 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 주어진 두 방정식을 각각 y에 관하여 풀면 모두 $y=-\frac{1}{3}x+1$이 되므로 두 방정식의 그래프는 일치한다.

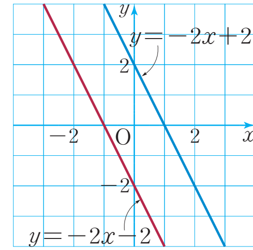


따라서 연립일차방정식의 **해는 무수히 많다.**

(2) 주어진 두 방정식을 각각 y에 관하여 풀면

$\begin{cases} y=-2x-2 \\ y=-2x+2 \end{cases}$

가 되므로 두 방정식의 그래프는 평행하다.



따라서 연립일차방정식의 **해는 없다.**

본문 해설

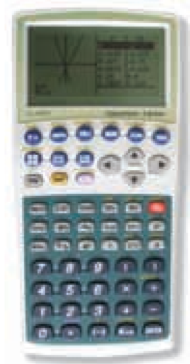
❶ 두 일차방정식으로 이루어진 연립일차방정식의 해와 두 일차방정식을 나타내는 직선의 교점은 같은 개념이므로 두 직선의 교점의 개수에 따라 연립일차방정식의 해의 개수가 결정된다. 즉, 두 일차방정식의 그래프의 위치 관계에 따라 연립일차방정식의 해가 다음과 같이 결정된다.

두 직선의 위치 관계	연립일차방정식의 해	특징
한 점에서 만난다. (교점 1개)	1개	기울기: 다르다.
평행하다. (교점이 없다.)	없다.	기울기: 같다. y절편: 다르다.
일치한다. (교점이 무수히 많다.)	무수히 많다.	기울기: 같다. y절편: 같다.

지/도/자/료 해가 무수히 많을 때의 오개념

두 방정식의 그래프가 일치하는 경우 연립일차방정식의 해가 무수히 많지만 모든 순서쌍이 다 해가 되는 것은 아니고 직선 위의 점의 좌표에 해당하는 순서쌍만이 연립일차방정식의 해가 된다. 따라서 해가 무수히 많음이 모든 좌표가 해가 되는 것은 아님을 주의하여 지도한다.

계산기의 활용 일차함수의 그래프를 그려 보자.



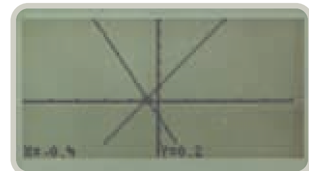
수를 계산하는 기능과 함수의 그래프를 그리는 기능을 함께 갖춘 계산기를 그래픽 계산기라고 한다. 그래픽 계산기를 이용하면 복잡한 수의 계산은 물론 여러 가지 함수의 그래프를 쉽게 그려 볼 수 있다.
그래픽 계산기를 이용하여 두 일차함수 $y=2x+1$, $y=-3x-1$의 그래프를 그려 보자.

1. 일차함수의 식 입력하기

계산기를 켜고 [Y=]을 누른다. 여기서 Y1=에 '$2x+1$'을 입력하기 위하여 [2], [x], [+], [1]을 차례로 누른 후 [Enter]를 누른다.
Y2=에 '$-3x-1$'을 입력하기 위하여 [(−)], [3], [x], [−], [1]을 차례로 누른다. 여기서 [(−)]는 음의 부호를 나타내는 키이고, [−]는 뺄셈 기호를 나타내는 키이다.

2. 그래프와 교점 · 대응표 확인하기

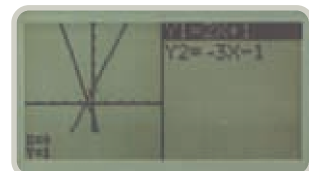
[GRAPH]를 누르면 오른쪽 그림과 같이 두 함수의 그래프가 그려진다. 이때 두 직선의 교점의 좌표를 계산기의 커서를 움직여 확인할 수 있다.



또 [2ndF]를 누르고 [GRAPH]를 누르면 그래프와 함께 x의 값에 따른 함숫값의 대응표를 볼 수 있다.

3. 그래프와 함수의 식 확인하기

1까지 실행한 후에 [2ndF]를 누른 후 [GRAPH]를 누르면 그래프와 함께 함수의 식을 볼 수 있다.



교과서 189 쪽

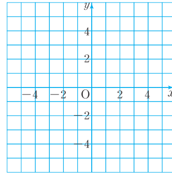
중 / 단 / 원 기초

> $x=k$의 그래프는 점 $(k,\ 0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이다.

1 다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

(1) $x=-3$　　(2) $x=4$

(3) $y=2$　　(4) $y=-1$

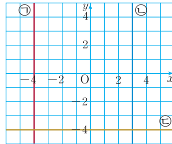


2 다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 그림에서 찾아라.

(1) $x=3$

(2) $y=-4$

(3) $8+2x=0$

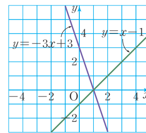


> x, y에 관한 연립일차방정식의 해는 각 방정식의 그래프의 교점의 x좌표, y좌표와 같다.

3 오른쪽 그래프를 이용하여 연립일차방정식

$$\begin{cases} 3x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$$

의 해를 구하여라.



4 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x+y=1 \\ x-3y=4 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x-3y=6 \\ 2x-6y=12 \end{cases}$

2

목표| $x=k$, $y=k$의 그래프를 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) $x=3$의 그래프는 점 $(3,\ 0)$을 지나고, y축에 평행하므로 ㉡이다.

(2) $y=-4$의 그래프는 점 $(0,\ -4)$를 지나고, x축에 평행하므로 ㉢이다.

(3) $8+2x=0$은 $x=-4$이다. 이 그래프는 점 $(-4,\ 0)$을 지나고, y축에 평행하므로 ㉠이다.

3

목표| 그래프를 이용하여 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| 연립일차방정식의 해는 두 일차함수의 그래프의 교점의 x좌표, y좌표와 같다. 따라서 주어진 그림에서 두 그래프의 교점의 좌표가 $(1,\ 0)$이므로 구하는 연립일차방정식의 해는 $\boldsymbol{x=1}$, $\boldsymbol{y=0}$이다.

중/단/원 기초

1

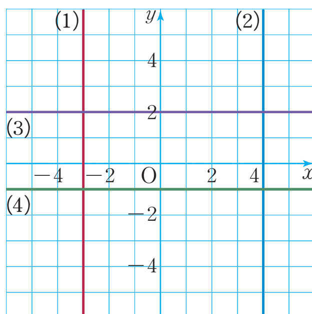
목표| $x=k$, $y=k$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) 점 $(-3,\ 0)$을 지나고, y축에 평행한 직선이다.

(2) 점 $(4,\ 0)$을 지나고, y축에 평행한 직선이다.

(3) 점 $(0,\ 2)$를 지나고, x축에 평행한 직선이다.

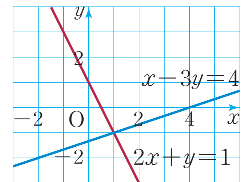
(4) 점 $(0,\ -1)$을 지나고, x축에 평행한 직선이다.



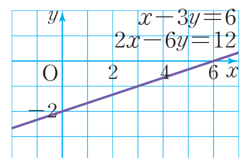
4

목표| 그래프를 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 두 방정식을 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다. 따라서 두 직선의 교점의 좌표가 $(1,\ -1)$이므로 연립일차방정식의 해는 $\boldsymbol{x=1}$, $\boldsymbol{y=-1}$이다.



(2) 두 방정식을 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같이 일치한다. 따라서 구하는 연립일차방정식의 해는 **무수히 많다.**



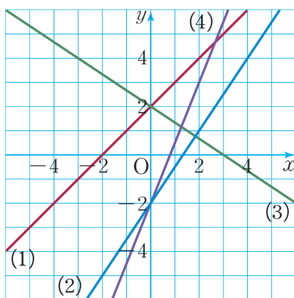
중/단/원 기본

1

목표| 일차방정식의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) $y=x+2$　　　(2) $y=\frac{3}{2}x-2$

(3) $y=-\frac{2}{3}x+2$　　　(4) $y=\frac{5}{2}x-2$



2

목표| 그래프를 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 일차방정식 $2x+ay-b=0$의 그래프가 점 $(3,\ 1)$을 지나므로 $x=3$, $y=1$을 대입하면

$6+a-b=0$　　　……①

또 y절편이 3이므로 $x=0$, $y=3$을 대입하면

$3a-b=0$　　　……②

①, ②를 연립하여 풀면　$a=3$, $b=9$

$\boldsymbol{\frac{b}{a}=3}$

교과서 190 쪽

중 / 단 / 원　기 본

미지수가 2개인 일차방정식의 그래프

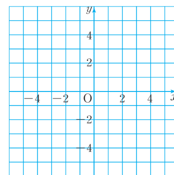
1 다음 일차방정식의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

(1) $2x-2y+4=0$

(2) $3x-2y=4$

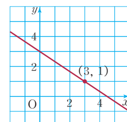
(3) $2x+3y-6=0$

(4) $5x-2y=4$



미지수가 2개인 일차방정식의 그래프

2 일차방정식 $2x+ay-b=0$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $\frac{b}{a}$의 값을 구하여라.



일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해

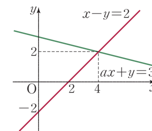
3 두 직선 $ax-y+2=0$, $3x+2y-1=0$이 서로 만나지 않을 때, a의 값을 구하여라.

일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 해

4 오른쪽 그림은 연립일차방정식

$\begin{cases} x-y=2 \\ ax+y=3 \end{cases}$

을 풀기 위하여 그래프로 나타낸 것이다. 이때 a의 값을 구하여라.



3

목표| 두 방정식의 그래프 사이의 위치 관계를 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 식을 y에 관하여 풀면

$y=ax+2$, $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

두 직선이 서로 만나지 않으므로 서로 평행한다. 따라서 기울기가 같고, y절편이 다르므로　$\boldsymbol{a=-\frac{3}{2}}$

4

목표| 그래프를 이용하여 연립일차방정식의 해를 찾고, 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 직선의 교점 $(4,\ 2)$는 연립일차방정식

$\begin{cases} x-y=2 \\ ax+y=3 \end{cases}$ 의 해를 나타낸다.

따라서 $ax+y=3$에 $x=4$, $y=2$를 대입하면

$4a+2=3$

$4a=1$

$\boldsymbol{a=\frac{1}{4}}$

교과서 191 쪽

중 / 단 / 원 실력

• 두 점을 지나는 직선이 y축에 평행하면 이 직선 위의 점들의 x좌표는 항상 같다.

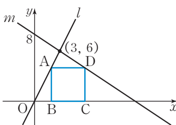
1 두 점 $(a-2,\ -1)$, $(3a+4,\ 3)$을 지나는 직선이 y축에 평행할 때, a의 값을 구하고, 두 점을 지나는 직선의 방정식을 구하여라.

2 연립일차방정식 $\begin{cases} -x+y=3 \\ ax-2y=b \end{cases}$의 해가 다음과 같도록 하는 조건을 구하여라.

(1) 해는 무수히 많다.
(2) 해는 없다.

• 두 직선 l, m을 나타내는 식을 먼저 구한다.

3 오른쪽 그림의 정사각형 ABCD에서 점 A, D는 각각 직선 l, m 위의 점이다. 이때 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

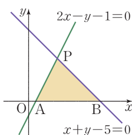


4 세 직선 $2x+y-2=0$, $-x+y+4=0$, $ax-y+1=0$에 의하여 삼각형이 만들어지지 않도록 하는 a의 값을 모두 구하여라.

5 오른쪽 그림과 같이 두 직선

$$2x-y-1=0,\ x+y-5=0$$

의 교점을 P, 두 직선이 x축과 만나는 점을 각각 A, B라고 할 때, 삼각형 PAB의 넓이를 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표| 직선의 방정식 $x=k$를 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 점 $(a-2,\ -1)$, $(3a+4,\ 3)$을 지나는 직선이 y축과 평행하므로 이 직선의 x의 좌표는 항상 같다.

$a-2=3a+4$, $\boldsymbol{a=-3}$

따라서 두 점은 $(-5,\ -1)$, $(-5,\ 3)$이고 이 두 점을 지나는 직선의 방정식은 $\boldsymbol{x=-5}$이다.

2

목표| 연립일차방정식에서 각 방정식을 나타내는 그래프 사이의 위치 관계를 알게 한다.

풀이| 두 직선 $y=x+3$, $y=\dfrac{a}{2}x-\dfrac{b}{2}$에서

(1) 두 직선이 일치할 때 해가 무수히 많으므로
  $\boldsymbol{a=2,\ b=-6}$

(2) 두 직선이 평행할 때 해가 없으므로
  $\boldsymbol{a=2,\ b\neq-6}$

3

목표| 일차함수의 그래프를 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 직선 l은 원점과 점 $(3,\ 6)$을 지나므로 $y=2x$이고, 직선 m은 y절편이 8이고 점 $(3,\ 6)$을 지나므로 $y=-\dfrac{2}{3}x+8$이다.

따라서 점 B의 좌표를 $(a,\ 0)$이라고 하면
$A(a,\ 2a)$, $C(3a,\ 0)$, $D(3a,\ 2a)$
점 D는 직선 m 위의 점이므로
$2a=-2a+8$, $a=2$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 **4**이다.

4

목표| 기울기와 일차함수의 그래프 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있다.

풀이| • 세 직선이 모두 한 점에서 만날 때
직선 $2x+y-2=0$과 직선 $-x+y+4=0$의 교점 $(2,\ -2)$를 직선 $ax-y+1=0$에 대입하면

$2a+2+1=0$, $a=-\dfrac{3}{2}$

• 두 직선이 평행할 때
직선 $ax-y+1=0$의 기울기 a가 직선 $2x+y-2=0$의 기울기 -2 또는 직선 $-x+y+4=0$의 기울기 1과 같으면 평행하고 삼각형이 만들어지지 않는다.

따라서 a의 값은 $\boldsymbol{-2,\ -\dfrac{3}{2},\ 1}$이다.

5

목표| 일차함수의 그래프와 연립일차방정식 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 교점 P는 연립일차방정식의 해와 같으므로 $P(2,\ 3)$

점 A는 직선 $2x-y-1=0$의 x절편이므로 $A\left(\dfrac{1}{2},\ 0\right)$

점 B는 직선 $x+y-5=0$의 x절편이므로 $B(5,\ 0)$

$\triangle PAB=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{9}{2}\times3=\boldsymbol{\dfrac{27}{4}}$

수행 과제

● 수행 과제 의도

이 수행 과제는 각 단계의 규칙을 찾아 일차함수의 식을 세워 봄으로써 다양한 상황에서 일차함수를 활용할 수 있게 하기 위한 것이다.

과제 1 _예시

〈경우 1〉은 직사각형의 수가 각 단계마다 4개씩 증가하고, 〈경우 2〉는 3개씩 증가한다.

과제 2 _예시

〈경우 1〉

x	1	2	3	4
y	6	10	14	18

〈경우 2〉

x	1	2	3	4
y	7	10	13	16

교과서 192 쪽

수행 과제

정사각형은 몇 개일까?

● 준비물 활동지 5

다음 그림과 같이 모눈종이 위에 정사각형 모양을 두 가지 경우로 계속 그려 나간다고 할 때, 물음에 답하여 보자.

	처음	1단계	2단계	3단계
〈경우 1〉				
〈경우 2〉				

과제 1 각 경우에 대하여 규칙을 말하여 보자.

과제 2 각 경우의 x단계에서 모눈종이에 그려진 가장 작은 정사각형의 수를 y개라고 할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

〈경우 1〉

x	1	2	3	4
y				

〈경우 2〉

x	1	2	3	4
y				

과제 3 각 경우에 y를 x에 관한 식으로 나타내어 보자.

과제 4 〈경우 1〉은 11단계에서 가장 작은 정사각형의 수가 46개이다. 〈경우 2〉에서 가장 작은 정사각형의 수가 46개가 되는 것은 몇 단계인가?

교과서 193 쪽

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ____________

점검 항목				
학습 내용	일차함수의 의미를 이해하고, 그 그래프를 그릴 수 있는가?			
	일차함수의 그래프의 성질을 이해하였는가?			
	일차함수를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있는가?			
	일차함수와 미지수가 2개인 일차방정식의 관계를 이해하였는가?			
	두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 이해하였는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

과제 3 _예시

〈경우 1〉은 각 단계마다 y의 값이 4씩 증가하고, 처음에 정사각형의 수가 2개이므로 $y=4x+2$이다.

〈경우 2〉는 각 단계마다 y의 값이 3씩 증가하고, 처음에 정사각형의 수가 4개이므로 $y=3x+4$이다.

과제 4 _예시

〈경우 2〉에서 $y=46$이면

$46=3x+4$, $x=14$

따라서 〈경우 2〉는 14단계에서 정사각형의 수가 46개가 된다.

교과서 194 쪽

V. 일차함수

대단원 핵심 한눈에 보기

① 일차함수의 뜻

일차함수	함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 일차식 $y=ax+b(a\neq0,\ a,\ b$는 상수$)$로 나타내어지는 함수를 일차함수라고 한다.

② 일차함수 $y=ax+b$의 그래프

평행이동	어떤 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것
$y=ax+b$의 그래프	일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선
x절편과 y절편	(1) x절편: 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표 (2) y절편: 일차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표
기울기	$(\text{기울기})=\dfrac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=a$

③ 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 성질

기울기와 그래프	(1) $a>0$이면 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다. (2) $a<0$이면 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다. (3) 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하거나 일치한다. (4) 서로 평행한 두 일차함수의 그래프의 기울기는 같다.

④ 일차함수의 식

기울기와 한 점의 좌표를 알 때	(1) 기울기가 a이고, y절편이 b인 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=ax+b$이다. (2) 기울기가 a이고, 한 점 $(x_1,\ y_1)$을 지나는 직선을 나타내는 일차함수의 식은 $y=ax+b$에 $x=x_1,\ y=y_1$을 대입하여 b의 값을 구한다.
서로 다른 두 점의 좌표를 알 때	서로 다른 두 점 $(x_1,\ y_1),\ (x_2,\ y_2)$를 지나는 직선을 나타내는 일차함수의 식은 기울기 a를 구하여 $y=ax+b$로 놓고 식을 구한다.

⑤ 일차함수와 일차방정식

직선의 방정식	$x,\ y$값의 범위가 수 전체일 때, 일차방정식 $ax+by+c=0(a\neq0$ 또는 $b\neq0)$을 직선의 방정식이라고 한다.
일차함수와 일차방정식	일차방정식 $ax+by+c=0(a\neq0,\ b\neq0)$의 그래프는 일차함수 $y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$의 그래프와 같다.

⑥ 연립일차방정식의 해와 그래프

연립일차방정식의 해와 그래프	연립일차방정식의 각 방정식을 그래프로 나타내었을 때 (1) 두 직선이 한 점에서 만나면 연립일차방정식의 해는 교점의 좌표 하나이다. (2) 두 직선이 일치하면 연립일차방정식의 해는 무수히 많다. (3) 두 직선이 평행하면 연립일차방정식의 해는 없다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

• 일차함수, 기울기, x절편, y절편, 평행이동, 직선의 방정식

지도 내용

1. 일차함수의 뜻과 평행이동, 기울기, x절편, y절편의 뜻을 알고, 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 성질을 알게 한다. 또 주어진 조건을 만족시키는 직선을 일차함수의 식으로 나타낼 수 있도록 한다.
2. 미지수가 2개인 일차방정식의 해를 나타내는 그래프는 직선이고, 이 직선은 일차함수의 그래프와 같음을 알게 한다. 또 일차함수의 그래프를 이용하여 연립일차방정식의 해를 구할 수 있음을 알도록 한다.

만화로 보는 수학 이야기

만화에서는 대여 시간과 요금 사이의 관계를 이용하여 대여 시간에 따른 두 대여점의 요금을 비교하고 있다. 이번 단원에서는 함수에 관한 이해를 바탕으로 일차함수와 그 그래프, 일차함수의 활용을 지도하였다.

생각 키/우/기

아이들은 다음과 같이 대여 시간에 따른 요금을 이용하여 값싼 튜브 대여점을 알았다.

대여 시간	첨벙 대여점(원)	풍덩 대여점(원)
1시간	5000	6000
2시간	8000	7000
3시간	12000	8000

교과서 195 쪽

만화로 보는 수학 이야기

어느 가게에서 튜브를 빌리지?



생각 키/우/기 | 아이들이 값싼 튜브 대여점을 어떻게 알았는지 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

1

목표| 일차함수의 의미를 알게 한다.

풀이| ② $y=3(x-1)=3x-3$으로 우변이 x에 관한 일차식이므로 일차함수이다. 답 ②

2

목표| 일차함수의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| ⑤ 기울기가 같고, y절편이 다르므로 평행하다. 답 ⑤

3

목표| 일차함수의 그래프의 기울기를 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{k-5}{2-(-3)}=3$이므로 $k=20$ 답 ⑤

4

목표| 일차함수의 그래프의 평행이동을 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

교과서 196 쪽

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 일차함수인 것은?

① $y=4$ ② $y=3(x-1)$
③ $y=x-(2+x)$ ④ $y=5-\frac{1}{x}$
⑤ $xy+4=1$

2 다음 중에서 일차함수 $y=-2x+5$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 기울기는 $\frac{1}{2}$이다.
② y절편은 -2이다.
③ x절편은 5이다.
④ 제2사분면을 지나지 않는다.
⑤ 일차함수 $y=-2x-3$의 그래프와 평행하다.

3 두 점 $(-3,\ 5)$, $(2,\ k)$를 지나는 직선의 기울기가 3일 때, k의 값은?

① 16 ② 17 ③ 18
④ 19 ⑤ 20

4 일차함수 $y=2x+1$의 그래프를 y축의 방향으로 -6만큼 평행이동하면 점 $(a,\ 3)$을 지날 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

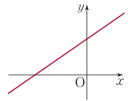
5 일차함수 $y=ax-3$의 그래프가 점 $(2,\ 1)$을 지날 때, 이 그래프의 기울기, y절편, x절편을 모두 더한 값은?

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1
④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

6 일차함수

$y=-\frac{1}{b}x+\frac{c}{b}$

의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중에서 옳은 것은?



① $b>0,\ c>0$ ② $b>0,\ c<0$
③ $b<0,\ c<0$ ④ $b<0,\ c>0$
⑤ $b>0,\ c=0$

7 다음 중에서 직선 $3x+y-1=0$과 평행하고, 직선 $2x-3y+5=0$과 y절편이 같은 직선의 방정식은?

① $3x+y-2=0$ ② $2x+3y-5=0$
③ $9x+3y-5=0$ ④ $3x+9y-5=0$
⑤ $9x+y-5=0$

8 일차방정식 $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$의 그래프의 x절편과 y절편을 차례로 나타내면?

① 0, 0 ② 2, 0 ③ 0, 3
④ 2, 3 ⑤ 3, 2

풀이| y축의 방향으로 -6만큼 평행이동하면 $y=2x-5$
이 그래프가 점 $(a,\ 3)$을 지나므로
$3=2a-5$, $a=4$ 답 ④

5

목표| 일차함수의 그래프의 기울기, y절편, x절편을 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 $(2,\ 1)$을 지나므로 $1=2a-3$, $a=2$
$y=2x-3$에서 기울기, y절편, x절편을 모두 더한 값은
$2+(-3)+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$ 답 ②

6

목표| 일차함수의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| 그래프의 기울기는 양수이고, y절편도 양수이므로
$-\frac{1}{b}>0$에서 $b<0$, $\frac{c}{b}>0$에서 $c<0$이다. 답 ③

7

목표| 기울기와 y절편을 알 때, 직선의 방정식을 구할 수 있게 한다.

풀이| $y=-3x+1$과 평행하므로 기울기는 -3
$y=\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$와 y절편이 같으므로 y절편은 $\frac{5}{3}$
$y=-3x+\frac{5}{3}$, $9x+3y-5=0$ 답 ③

8

목표| x절편, y절편을 구할 수 있게 한다.

풀이| x절편은 $y=0$일 때 x의 값이므로 2이고, y절편은 $x=0$일 때 y의 값이므로 3이다. 답 ④

9

목표| $x=k$ 꼴의 직선의 방정식을 구할 수 있게 한다.

풀이| 교점 $(5,\ 3)$을 지나고, y축에 평행한 직선의 방정식은 $x=5$이다. 답 ①

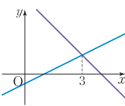
9 두 직선 $2x-3y-1=0$, $y=x-2$의 교점을 지나고, y축에 평행한 직선의 방정식은?

① $x=5$ ② $x=3$ ③ $y=5$
④ $y=3$ ⑤ $y=6$

10 다음 중에서 연립일차방정식의 두 그래프와 해에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 수직으로 만나면 해는 무수히 많다.
② 한 점에서 만나면 해는 하나이다.
③ 평행하면 해는 없다.
④ 일치하면 해는 무수히 많다.
⑤ 기울기가 같고, y절편이 다르면 해는 없다.

11 오른쪽 그림은 연립일차방정식 $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x-ay=2 \end{cases}$의 해를 구하기 위해 두 방정식의 그래프를 그린 것이다. a의 값은?



① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

서/답/형

12 점 $(2,\ -1)$을 지나는 직선 $y=3x+a$에 대하여 점 $(3,\ b)$가 이 직선 위에 있을 때, b의 값을 구하여라.

13 다음 두 조건을 만족시키는 두 상수 a, b의 값을 구하여라.

ㄱ. 연립일차방정식 $\begin{cases} 2x-y=-1 \\ ax-y=-b \end{cases}$의 해는 $(1,\ 3)$이다.
ㄴ. 직선 $y=ax-b$의 x절편은 2이다.

14 일차함수 $y=\frac{1}{2}x-6$의 그래프와 y축에서 만나고, 일차함수 $y=2x+1$의 그래프와 평행한 직선의 방정식을 구하여라.

|서술형|
15 두 일차함수 $y=x+3$, $y=-\frac{3}{2}x+3$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|
16 500 L의 물이 들어 있는 물통에서 5분에 20 L씩 물이 새어 나간다. 물이 새어 나가기 시작하여 x분 후 물통에 남아 있는 물의 양을 y L라고 할 때, 20분 후 물통에 남아 있는 물의 양을 x와 y의 관계식을 이용하여 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

10
목표| 일차함수의 그래프와 연립일차방정식과의 관계를 알게 한다.

풀이| ① 수직으로 만나면 해는 하나이다. 답 ①

11
목표| 일차함수의 그래프와 연립일차방정식 사이의 관계를 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 교점의 x좌표는 3이므로 이를 $x+y=4$에 대입하면 $y=1$이다. 이제 교점 $(3,\ 1)$을 $2x-ay=2$에 대입하면 $6-a=2$, $a=4$ 답 ②

12
목표| 일차함수의 식을 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 직선 $y=3x+a$가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로
$-1=3\times2+a$, $a=-7$
따라서 점 $(3,\ b)$가 직선 $y=3x-7$ 위에 있으므로
$b=3\times3-7$, $b=2$ 답 2

13
목표| 조건을 만족시키는 미지수를 구할 수 있게 한다.

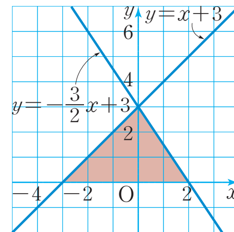
풀이| ㄱ. $a+b=3$ ㄴ. $b=2a$
$a=1$, $b=2$ 답 $a=1$, $b=2$

14
목표| 기울기와 y절편을 알 때, 직선의 방정식을 구할 수 있게 한다.

풀이| 기울기는 2, y절편은 -6이므로 구하는 직선의 방정식은 $y=2x-6$ 답 $y=2x-6$

15
목표| 일차함수의 그래프를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| …㉠



삼각형의 밑변의 길이는 5, 높이는 3이다. …㉡
삼각형의 넓이는 $\frac{15}{2}$이다. …㉢

답 $\frac{15}{2}$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	두 일차함수의 그래프 그리기	㉠	40 %
	삼각형의 밑변의 길이와 높이 구하기	㉡	30 %
답 구하기	삼각형의 넓이 구하기	㉢	30 %

16
목표| 일차함수를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 물통에서 1분에 4 L씩 물이 새어 나간다. …㉠
따라서 구하는 관계식은 $y=500-4x$ …㉡
$y=500-4x$에 $x=20$을 대입하면 $y=420$
따라서 20분 후에 남아 있는 물의 양은 420 L이다. …㉢
답 420 L

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	1분당 새어 나가는 물의 양 구하기	㉠	30 %
	관계식 구하기	㉡	40 %
답 구하기	20분 후 남아 있는 물의 양 구하기	㉢	30 %

교과서 198 쪽

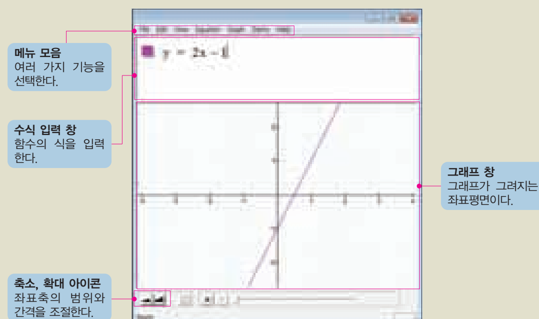
컴퓨터의 활용

컴퓨터로 함수의 그래프를 그려 보자.

함수 단원에서는 소프트웨어를 활용하여 함수의 그래프에 대한 다양한 학습 활동과 흥미 있는 경험을 할 수 있다. 적절한 소프트웨어를 이용하여 함수의 그래프를 그려 보자.

1 소프트웨어의 사용 방법을 알아보자.

예를 들어 다음 그림과 같이 초기 화면의 수식 입력 창에 '$y=2x-1$'을 입력하고 Enter↵ 를 누르면 그래프 창에 함수 $y=2x-1$의 그래프가 그려진다.



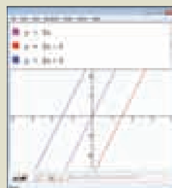
2 세 함수 $y=2x$, $y=2x-3$, $y=2x+3$에 대하여 다음을 알아보자.

1. 세 함수의 그래프를 같은 평면 위에 그려 보자.

① 수식 입력 창에 '$y=2x$'를 입력하고 Enter↵ 를 누르면 그래프 창에 함수 $y=2x$의 그래프가 그려진다.

교과서 199 쪽

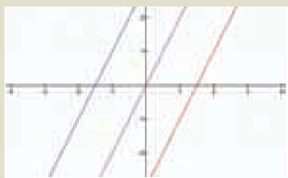
② 메뉴에서 [Equation] – [New Equation]을 클릭하면 수식 입력 창에 또 하나의 수식 입력 줄이 생긴다. 여기에 '$y=2x-3$'을 입력하고 Enter↵ 를 누르면 그래프 창에 이미 그려져 있는 함수 $y=2x$의 그래프와 함께 함수 $y=2x-3$의 그래프가 그려진다.



③ ②와 같은 방법으로 '$y=2x+3$'을 입력하여 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같이 세 함수의 그래프가 그려진다. 이때 그래프의 x절편과 y절편을 확인하려면 축소 또는 확대 아이콘을 눌러 좌표축의 범위와 간격을 조절한다.

2. 그려진 그래프를 작성 중인 문서로 옮겨 보자.

메뉴에서 [Edit] – [Copy Graph]를 클릭하면 그래프가 복사된다. 이제 작성 중인 문서에서 마우스의 오른쪽 버튼을 클릭하여 [붙이기]를 선택하면 다음 그림과 같이 그래프가 문서에 입력된다.



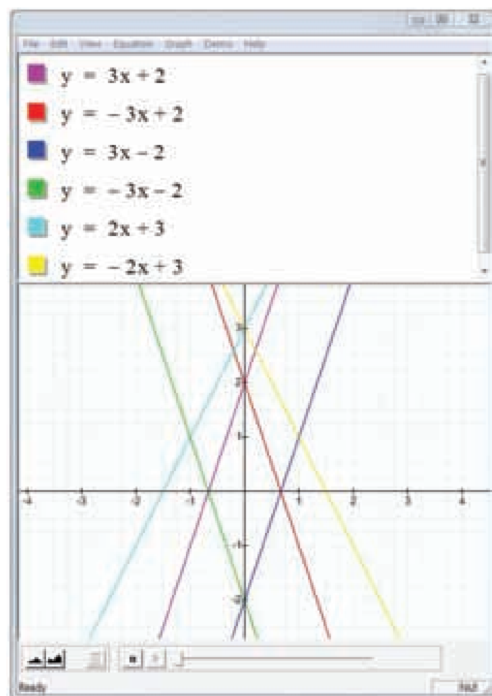
3 컴퓨터 프로그램을 이용하여 다음 함수의 그래프를 그려 보자. ❶

(1) $y=3x+2$ (2) $y=-3x+2$

(3) $y=3x-2$ (4) $y=-3x-2$

(5) $y=2x+3$ (6) $y=-2x+3$

❶



교과서 200 쪽

수학 산책

키에 대한 진실과 일차함수

옛날 사람들의 키는 어느 정도일까?

사람들이 많이 가지는 고정관념 중 하나는 '옛날 사람들은 지금보다 키가 작았을 거야.' 라는 생각이다. 과연 그럴까?

사람들이 옛날 하면 떠올리는 것이 대표적으로 조선 시대이다. 특히 임진왜란 시기에는 남녀 평균이 150 cm정도라고 알려져 있는데 이는 여러 전란을 거치며 식량이 부족하여 제대로 먹지 못했기 때문이다.

하지만 삼국지 위서 동이전을 보면 변진 사람들은 그 형태가 크다고 나와 있고, '부여 사람들은 체격이 크고 성질은 굳세고 용감하다.'는 대목에서 볼 수 있듯이 옛날 사람들의 키가 작지만은 않다는 것을 예상할 수 있다.

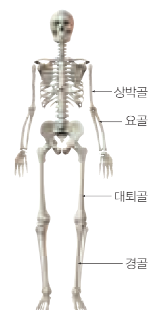


교과서 201 쪽

실제로 얼마 전 출토된 조선 육군 사령관 미라의 길이는 170 cm로서 살아 생전에는 180 cm가 넘는 큰 체격인 것으로 추정되며 중국에서 발견된 백제인의 유골 중 9척이 넘는 것이 존재하는 것은 과장이 조금 섞이더라도 옛날 사람들이 절대로 키가 작지 않았음을 보여 준다. 또 경남 진해시에서 출토된 가야인의 성인 유골의 길이는 남자 167.4 cm, 여자 150.8 cm로 현재 우리나라의 평균 키보다 많이 작지 않다.

이렇듯 서적이나 유골 발굴 현장에서 발견된 자료들을 가지고 옛날 사람들의 키를 생각할 수 있지만 이들의 실제 키를 알 수는 없을까?

옛날 사람들의 유골 전체만 있다면 쉽게 측정이 가능하다. 그러나 고고학자들은 일부의 유골을 이용하여 사람이 살아있었을 당시의 키를 계산할 수 있다고 한다. 이때 일차함수가 사용되는데 대퇴골(F), 경골(T), 상박골(H), 요골(R)의 길이로 키(h)를 구하는 일차함수의 식은 다음과 같다.



(단위: cm)

남자	여자
$h=2.2F+69.1$	$h=2.3F+61.4$
$h=2.4T+81.7$	$h=2.5T+72.6$
$h=3H+73.6$	$h=3.1H+65$
$h=3.7R+80.4$	$h=3.9R+73.5$

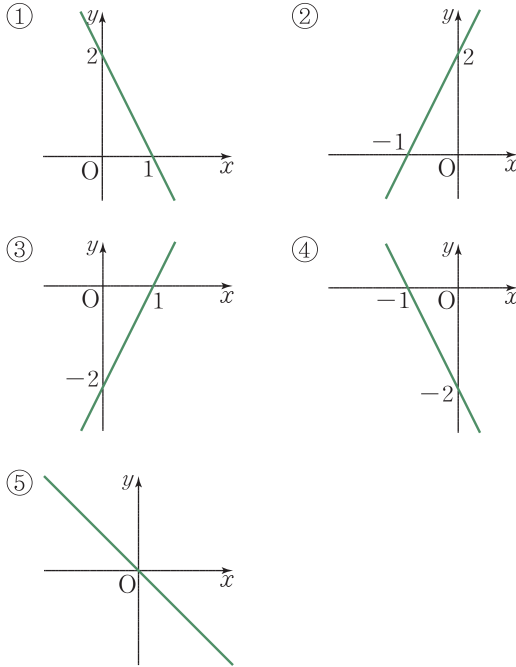


선/택/형

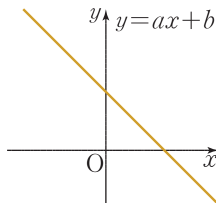
1 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은? [5점]

① $y=-\frac{1}{2}x-4$ ② $y=-\frac{1}{2}x+4$
③ $y=-\frac{1}{2}x$ ④ $y=\frac{1}{2}x-4$
⑤ $y=\frac{1}{2}x+4$

2 다음 중에서 $y=2x-2$의 그래프는? [6점]



3 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중에서 옳은 것은? [6점]



① $a>0$, $b>0$
② $a>0$, $b<0$
③ $a<0$, $b>0$
④ $a<0$, $b<0$
⑤ $a>0$, $b=0$

4 다음 중에서 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은? [6점]

① 제1, 3, 4 사분면을 지난다.
② x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
③ 점 $(2,\ 1)$을 지난다.
④ $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}=1$과 평행한 직선이다.
⑤ 기울기는 2이다.

5 두 일차함수 $3y=x-1$, $by=-3ax+3$의 그래프가 일치할 때, $a+b$의 값은? [6점]

① -12 ② -11 ③ -10
④ -9 ⑤ -8

6 기울기가 1이고 점 $(3,\ -2)$를 지나는 직선을 나타내는 일차함수의 식은? [6점]

① $y=x-5$ ② $y=x+5$
③ $y=3x-2$ ④ $y=3x+2$
⑤ $y=\frac{2}{3}x+5$

7 한 점 $(4,\ 2)$를 지나고 직선 $y=2x+3$에 평행한 직선을 나타내는 일차함수의 식은? [6점]

① $y=2x-4$ ② $y=-2x+4$
③ $y=2x-6$ ④ $y=-2x+10$
⑤ $y=4x+2$

8 두 점 $(-3,\ -2)$, $(2,\ 3)$을 지나는 직선을 나타내는 일차함수의 식은? [6점]

① $y=\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}$　② $y=x-\frac{1}{2}$

③ $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$　④ $y=x+1$

⑤ $y=-x+5$

9 세 직선 $y=x-2$, $y=-\frac{x}{3}+2$, $x=9$로 둘러싸인 삼각형의 넓이는? [8점]

① 10　② 12　③ 16

④ 20　⑤ 24

10 한 개에 x원 하는 귤 15개와 1000원인 바구니 1개를 합한 가격을 y원이라고 할 때, y를 x에 관한 식으로 나타낸 것은? [7점]

① $y=1000-15x$　② $y=15x+1000$

③ $y=1000x-15$　④ $y=1000x+15$

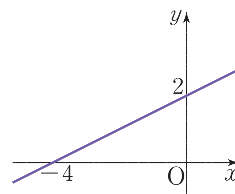
⑤ $y=\frac{1000}{15}x$

서/답/형

11 일차함수 $y=-3x+2$에서 x의 값이 $-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$일 때, 각 x의 값에 대한 함숫값을 구하여라. [6점]

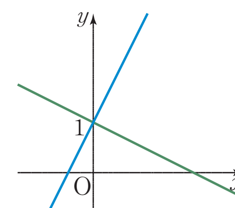
12 일차함수 $y=-2(x-3)$의 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하여라. [7점]

13 일차방정식 $ax+2y-4=0$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, a의 값을 구하여라. [8점]



|서술형|

14 연립일차방정식 $\begin{cases} x+2y=a \\ 3x-by=-1 \end{cases}$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, ab의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [8점]



|서술형|

15 현재 온도가 5 ℃인 물을 끓이는데 10분마다 물의 온도가 25 ℃씩 올라간다고 한다. 물이 끓기 시작하는 것은 몇 분 후부터인지 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. (단, 물이 끓는 온도는 100 ℃이다.) [9점]

60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

단 / 원 / 종 / 합 / 평 / 가

하·수준

1 다음 중에서 일차함수를 모두 찾아라.

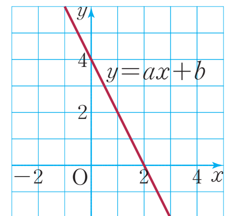
㉠ $y=2x-1$	㉡ $y=x^2+3$
㉢ $y=\frac{1}{x}$	㉣ $y=-\frac{1}{2}x$

2 다음 일차함수의 그래프는 일차함수 $y=-2x$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라.

(1) $y=-2x-1$

(2) $y=-2x+3$

3 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, x절편과 y절편을 각각 구하여라.



4 다음 직선을 나타내는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) 기울기가 3이고, y절편이 2인 직선

(2) 기울기가 -3이고, 점 $(-1,\ 5)$을 지나는 직선

5 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x+2y=4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 4x-2y=6 \\ 2x+y=-3 \end{cases}$

중 · 수준

1 그래프의 y절편이 -5이고, $x=1$일 때 $y=2$인 일차함수의 식을 구하여라.

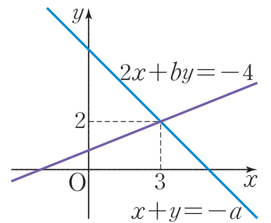
2 다음 일차함수의 그래프의 기울기, x절편, y절편을 각각 구하여라.

(1) $y=2x+1$ (2) $y=-x+1$

3 다음 일차함수의 그래프가 지나지 않는 사분면을 구하여라.

(1) $y=2x-2$ (2) $y=-3x+2$

4 오른쪽 그림은 연립일차방정식 $\begin{cases} x+y=-a \\ 2x+by=-4 \end{cases}$ 를 풀기 위하여 그래프로 나타낸 것이다. 이때 a, b의 값을 구하여라.



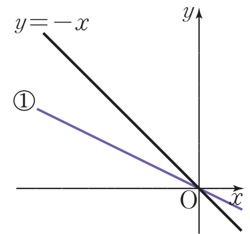
5 민수네 가족은 자동차를 타고 민수네 집을 출발하여 야영장으로 가고 있다. 민수네 집에서 야영장까지의 거리는 240 km이고, 자동차가 시속 80 km로 달린다고 한다. 출발한 지 x시간 후에 야영장까지 남은 거리를 y km라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 야영장까지 남은 거리가 40 km라면 민수네 집에서 자동차로 몇 시간 동안 달린 것인지 구하여라.

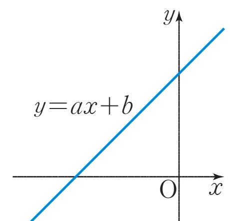
상·수준

1 오른쪽 그림에서 ①과 같이 $y=-x$의 그래프와 x축 사이의 직선이 될 수 있는 것을 다음에서 모두 찾아라.



㉠ $y=-\frac{1}{3}x$	㉡ $y=x$
㉢ $y=-2x$	㉣ $y=3x$
㉤ $y=\frac{1}{2}x$	㉥ $y=-\frac{3}{4}x$

2 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 일차함수 $y=-bx+a$의 그래프가 지나지 않는 사분면을 말하여라.



3 직선 $(a-3)x+(b+1)y+2=0$이 x축에 평행하고 점 $(2,\ -1)$을 지날 때, 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

4 연립일차방정식 $\begin{cases} x+ay=3 \\ 2x-y=b \end{cases}$의 해가 무수히 많을 때, a, b의 값을 구하여라.

5 연료 1 L로 12 km를 달리는 자동차에 40 L의 연료를 채우고 출발하였다. 자동차가 x km를 달린 후에 남아 있는 연료의 양을 y L라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.

(2) 남아 있는 연료의 양이 15 L라고 하면 자동차는 몇 km를 달린 것인지 구하여라.

1 목표| 일차함수의 평행이동을 알게 한다.

풀이| y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y=-\frac{1}{2}x+4$ 답 ②

2 목표| 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| $y=2x-2$에 $y=0$을 대입하면 $x=1$
$y=2x-2$에 $x=0$을 대입하면 $y=-2$
따라서 $y=2x-2$의 그래프의 x절편은 1이고, y절편은 -2이다. 답 ③

3 목표| 일차함수 $y=ax+b$에서 a, b의 부호를 알게 한다.

풀이| 기울기는 음수이므로 $a<0$
y절편은 양수이므로 $b>0$ 답 ③

4 목표| 일차함수의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| ④ $\frac{x}{3}+\frac{y}{6}=1$을 정리하면 $y=-2x+6$
따라서 기울기는 같고 y절편은 다르므로 평행한 직선이다.
답 ④

5 목표| 두 일차함수의 그래프가 일치할 조건을 알게 한다.

풀이| $y=\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}$과 $y=\frac{-3a}{b}x+\frac{3}{b}$의 그래프가 일치하므로
$\frac{1}{3}=\frac{-3a}{b}$, $-\frac{1}{3}=\frac{3}{b}$
$a=1$, $b=-9$
$a+b=1+(-9)=-8$ 답 ⑤

6 목표| 한 점의 좌표와 기울기를 알 때, 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| 기울기가 1이므로 구하는 식은 $y=x+b$
$y=x+b$는 점 $(3,\ -2)$를 지나므로 $b=-5$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=x-5$ 답 ①

7 목표| 한 점의 좌표와 기울기를 알 때, 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

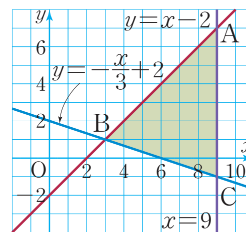
풀이| 직선 $y=2x+3$에 평행하므로 구하는 식은 $y=2x+b$
이 직선은 점 $(4,\ 2)$를 지나므로 $b=-6$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=2x-6$ 답 ③

8 목표| 두 점의 좌표를 알 때 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| 기울기가 $\frac{3-(-2)}{2-(-3)}=\frac{5}{5}=1$이므로 구하는 식은 $y=x+b$
이 직선은 점 $(2,\ 3)$을 지나므로 $b=1$
따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=x+1$ 답 ④

9 목표| 일차함수의 그래프를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 오른쪽 그림에서 구하는 삼각형 ABC의 넓이는
$\frac{1}{2}\times8\times6=24$ 답 ⑤



10 목표| 두 수량 사이의 관계를 일차함수의 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 귤 15개의 값은 $15x$원이고, 바구니의 값이 1000원이므로 $y=15x+1000$ 답 ②

11 목표| x의 값에 대한 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $y=-3x+2$에 주어진 x의 값을 각각 대입하면
$x=-1$일 때 $y=5$, $x=0$일 때 $y=2$
$x=1$일 때 $y=-1$, $x=2$일 때 $y=-4$
$x=3$일 때 $y=-7$
답 5, 2, -1, -4, -7

12 목표| x절편과 y절편을 구할 수 있게 한다.

풀이| $y=-2x+6$에 $y=0$을 대입하면 $x=3$
$y=-2x+6$에 $x=0$을 대입하면 $y=6$

답 x절편: 3, y절편: 6

13 목표| 그래프를 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $ax+2y-4=0$에 $x=-4$, $y=0$을 대입하면
$-4a-4=0$, $a=-1$

답 -1

14 목표| 그래프를 이용하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $x=0$, $y=1$을 각 방정식에 대입하면
$0+2\times1=a$, $a=2$ …㉠
$3\times0-b\times1=-1$, $b=1$ …㉡
$ab=2\times1=2$ …㉢

답 2

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	a의 값 구하기	㉠	3점
	b의 값 구하기	㉡	3점
답 구하기	ab의 값 구하기	㉢	2점

15 목표| 일차함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 1분마다 물의 온도가 2.5 ℃씩 올라간다. …㉠
물을 끓인 시간을 x분, x분 후의 물의 온도를 y℃라고 하면 $y=2.5x+5$ …㉡
$y=2.5x+5$에 $y=100$을 대입하면
$100=2.5x+5$, $x=38$
따라서 38분 후부터 물이 끓기 시작한다. …㉢

답 38분 후

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	1분마다 올라가는 온도 구하기	㉠	2점
	관계식 구하기	㉡	4점
답 구하기	물이 끓기 시작하는 시간 구하기	㉢	3점

하·수준

1 목표| 일차함수의 의미를 이해하고 일차함수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉡ $y=x^2+3$에서 x^2+3은 x에 관한 이차식이므로 $y=x^2+3$은 일차함수가 아니다.
㉢ $y=\frac{1}{x}$에서 $\frac{1}{x}$은 분모에 x가 있으므로 $y=\frac{1}{x}$은 일차함수가 아니다.

답 ㉠, ㉣

2 목표| 일차함수의 평행이동을 알게 한다.

풀이| (1) $y=-2x-1$의 그래프는 $y=-2x$의 그래프를 y축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.
(2) $y=-2x+3$의 그래프는 $y=-2x$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

답 (1) -1 (2) 3

3 목표| x절편과 y절편을 구할 수 있게 한다.

풀이| x절편은 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표이므로 2, y절편은 일차함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표이므로 4이다.

답 x절편: 2, y절편: 4

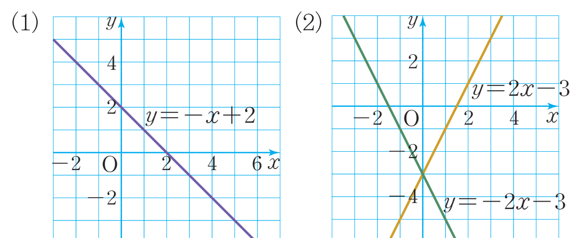
4 목표| 기울기와 한 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 기울기는 3이고, y절편은 2이므로
$y=3x+2$
(2) 기울기가 -3이므로 구하는 식은 $y=-3x+b$
이 직선은 점 $(-1,\ 5)$를 지나므로 $b=2$
$y=-3x+2$

답 (1) $y=3x+2$ (2) $y=-3x+2$

5 목표| 그래프를 이용하여 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이|



답 (1) 해는 무수히 많다. (2) $x=0$, $y=-3$

중·수준

1 목표| 주어진 조건을 이용하여 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| y절편이 -5이므로 구하는 식을 $y=ax-5$라 하고, $(1,\ 2)$를 대입하면 $a=7$
따라서 구하는 식은 $y=7x-5$ 답 $y=7x-5$

2 목표| 일차함수의 그래프의 기울기, x절편, y절편을 각각 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $y=2x+1$에 $y=0$을 대입하면 $x=-\frac{1}{2}$
$y=2x+1$에 $x=0$을 대입하면 $y=1$
따라서 기울기는 2, x절편은 $-\frac{1}{2}$, y절편은 1이다.
(2) $y=-x+1$에 $y=0$을 대입하면 $x=1$
$y=-x+1$에 $x=0$을 대입하면 $y=1$
따라서 기울기는 -1, x절편은 1, y절편은 1이다.
답 풀이 참조

3 목표| 일차함수 $y=ax+b$에서 a, b의 부호에 따른 그래프의 위치를 알게 한다.

풀이| (1) 기울기가 양수이고, y절편은 음수이므로 제2사분면을 지나지 않는다.
(2) 기울기가 음수이고, y절편은 양수이므로 제3사분면을 지나지 않는다.
답 (1) 제2사분면 (2) 제3사분면

4 목표| 그래프를 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 직선 $x+y=-a$는 점 $(3,\ 2)$를 지나므로
$a=-5$
직선 $2x+by=-4$도 점 $(3,\ 2)$를 지나므로
$b=-5$ 답 $a=-5$, $b=-5$

5 목표| 일차함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) x시간 동안 달린 거리는 $80x$ km이므로
$y=240-80x$
(2) $y=240-80x$에 $y=40$을 대입하면 $x=\frac{5}{2}$
답 (1) $y=240-80x$ (2) 2시간 30분

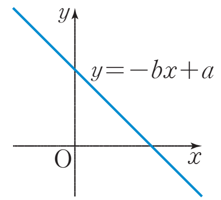
상·수준

1 목표| 일차함수의 그래프의 성질을 이용하여 주어진 조건에 알맞은 직선을 찾을 수 있게 한다.

풀이| $y=-x$의 그래프와 x축 사이에 있는 직선의 기울기는 -1보다 크고 0보다 작아야 한다. 답 ㉠, ㉥

2 목표| 일차함수 $y=ax+b$에서 a, b의 부호에 따른 그래프의 모양을 알게 한다.

풀이| $a>0$, $-b<0$이므로
$y=-bx+a$의 그래프의 기울기는 음수이고, y절편은 양수이다.



답 제3사분면

3 목표| 그래프를 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 직선이 x축에 평행하므로
$a-3=0$, $a=3$
직선 $0\cdot x+(b+1)y+2=0$은 점 $(2,\ -1)$을 지나므로 $-b-1+2=0$, $b=1$
$a+b=3+1=4$ 답 4

4 목표| 연립일차방정식에서 각 방정식을 나타내는 그래프 사이의 위치 관계를 알게 한다.

풀이| 두 직선 $y=-\frac{1}{a}x+\frac{3}{a}$, $y=2x-b$가 일치하므로 $-\frac{1}{a}=2$에서 $a=-\frac{1}{2}$
$\frac{3}{a}=-b$에서 $b=6$ 답 $a=-\frac{1}{2}$, $b=6$

5 목표| 일차함수를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) x km를 달렸을 때 사용된 연료의 양은
$\frac{1}{12}x$ L이므로 $y=40-\frac{1}{12}x$
(2) $y=40-\frac{1}{12}x$에 $y=15$를 대입하면 $x=300$
답 (1) $y=40-\frac{1}{12}x$ (2) 300 km

순서쌍 사목 놀이

언제 어디서나 쉽고 재미있게 할 수 있는 다음과 같은 게임을 하여 보아라.

준비물

모눈종이, 색연필

게임 규칙

① 모눈종이 위에 x좌표와 y좌표가 각각 -5에서 5까지 있는 좌표평면을 그리고, 게임에 참가하는 학생은 각각 좌표평면 위에 표시하게 될 점의 색을 선택한다.

② 순서를 정하여 한 명씩 순서쌍 $(x,\ y)$를 말하며 좌표평면 위에 각자의 점을 찍는다.

③ 이미 찍은 점의 순서쌍을 말하거나 좌표평면 위의 점을 말하지 않으면 기회를 잃는다.

④ 먼저 같은 색의 4개의 점으로 직선을 만드는 학생이 이긴다.



遠交近攻

원교근공(遠交近攻)과 절댓값

요즘 중국은 국제적으로 세계의 맹주가 되기 위해 노력하고 있다. 중국은 서구의 막강한 글로벌 투자은행들과는 제휴를 통해 정보를 공유하고, 그 정보와 노하우를 바탕으로 아시아 지역을 공략하는 전술을 사용하고 있다. 이와 같은 전술은 원교근공(遠交近攻)의 고사에 근거하고 있다. 춘추시대만 해도 변방이었던 중국 진(秦)나라가 전국시대에는 강자로 부상하여 마침내 전국을 통일할 수 있었던 출발점은 기원전 271년 소양왕(昭襄王)이 '가까이 있는 상대는 공략하고 먼 곳에 있는 상대와는 사귄다.'는 비책(秘策)을 사용한 데서 비롯된다.

멀고 가까움은 어떻게 정할까? 수학에서 두 점 사이가 멀고 가까움은 두 점 사이의 거리를 측정하여 알 수 있는데, 거리는 두 점이 놓여 있는 위치와는 관계없이 단지 어느 정도 떨어져 있는지만을 생각하는 것이다. 예를 들어 한 점 O를 기준으로 점 P는 점 O의 오른쪽으로 3만큼, 점 Q는 점 O의 왼쪽으로 3만큼 떨어져 있다면 점 O로부터 점 P 사이의 거리와 점 O로부터 점 Q 사이의 거리는 모두 3으로 같다. 그리고 거리와 같이 단지 크기만 나타낼 필요가 있는 경우 기호 '| |'를 사용하여 나타낸다. 수직선 위에서 어떤 수 a에 대응하는 점과 원점 사이의 거리를 a의 절댓값이라고 하며 이것을 기호로 $|a|$와 같이 나타낸다. 이를 좀 더 수학적으로 표현하면 절댓값의 정의를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

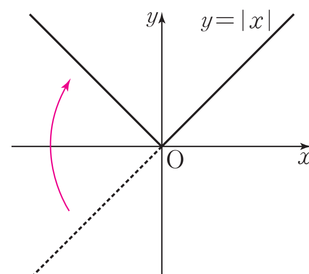
$$|a|=\begin{cases} a & (a\geq 0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$$

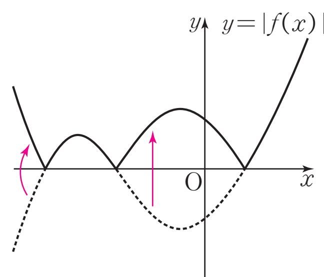
예를 들어 3은 0보다 크므로 $|3|=3$이지만, -3은 0보다 작으므로 -3에 $-$를 붙여서

$$|-3|=-(-3)=3$$

이 된다.

함수에서도 절댓값을 사용하는 경우가 있다. 예를 들어 함수 $y=|x|$를 생각해 보자. 이 함수는 x의 값이 양수이거나 음수이거나 관계없이 y의 값은 x의 절댓값이므로 항상 0보다 크거나 같다. 따라서 좌표평면에서 함수 $y=|x|$의 그래프는 y의 값이 0보다 큰 x축 위의 부분이 된다. 일반적으로 함수 $y=|f(x)|$의 그래프도 이와 마찬가지이다.





절댓값의 기호 | |는 1841년에 독일의 수학자 바이어슈트라스(Weierstrass, K. T. W.: 1815~1897)가 처음으로 사용하였다. 그는 본래 복소수 z의 절댓값을 $|z|$로 나타내었다. 그러나 그가 왜 이러한 기호를 사용했는지는 분명하지 않은데, 아무튼 그는 이 기호를 복소수뿐만 아니라 일반적인 수와 식에 모두 사용하였다. 또한 '절댓값(absolute value, 독일어로는 absoluten Betrag)'이라는 용어를 사용하기도 했다.

원교근공(遠交近攻) 遠(멀 원), 交(사귈 교), 近(가까울 근), 攻(칠 공)



VI 확률

이 단원의 학습목표

1. 경우의 수를 구할 수 있다.
2. 확률의 의미와 그 기본 성질을 이해한다.
3. 확률을 계산할 수 있다.



야구는 영국에서 시작되었는데, 18세기경부터 'Base-ball'이라는 단어를 사용하였다고 한다. 이후 야구는 미국 정착민에 의해 아메리카 대륙에서 많이 발전하였고, 오늘날 우리나라에서도 인기 있는 스포츠가 되었다. 야구는 9명씩으로 이루어진 두 팀이 다이아몬드라고 불리는 마름모꼴의 각 꼭짓점에 베이스를 놓고, 9회에 걸쳐 서로 공격과 수비를 번갈아 가며 하는 경기이다.

야구에서 타율은 투수가 던진 공을 타자가 쳐서 안타를 만들 수 있는 가능성을 수치로 나타낸 것이다. 또 베이스의 주자가 도루를 시도하여 성공한 횟수를 수치로 나타낸 것을 도루 성공률이라고 하는데 이런 것들이 모두 확률이다.

단원을 시작하기 전에

윷놀이에서 도가 나올 가능성이 모가 나올 가능성보다 더 클까? 내일은 비가 올까, 오지 않을까? 이와 같은 질문은 우리의 생활 주변에서 자주 접하게 되는 것들인데, 우리는 그 결론을 미리 예상할 때가 있다. 그 예상은 지난날의 경험이나, 여러 번의 실험, 관찰 등을 통하여 얻어질 수도 있고, 수학적인 생각을 통하여 얻어질 수도 있는데, 이번 단원에서는 이와 관련된 개념인 확률을 지도한다.

단원의 지도 목표

1. 경우의 수와 확률

① 사건과 경우의 수의 뜻을 알게 한다.
② 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.
③ 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.
④ 확률의 의미를 이해하게 한다.

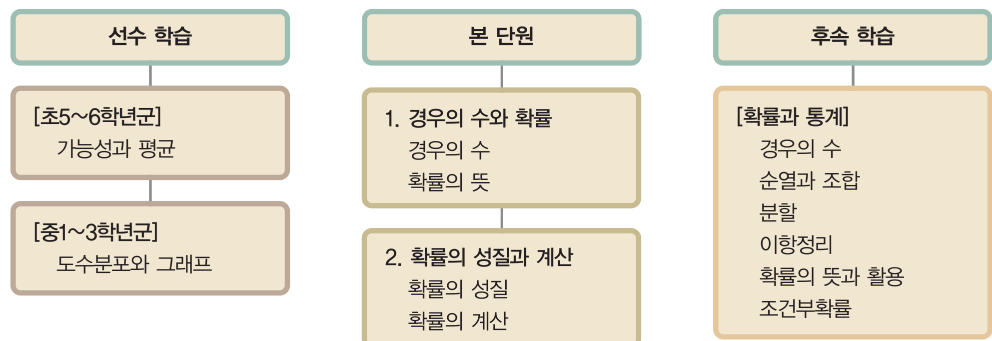
2. 확률의 성질과 계산

① 확률의 기본 성질을 이해하게 한다.
② 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.
③ 사건 A, B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.
④ 확률을 계산할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 경우의 수는 두 경우의 수를 합하거나 곱하는 경우 정도로만 다룬다.
② 확률은 실험이나 관찰 상황에서 구한 상대도수로서의 의미와 경우의 수의 비율로서의 의미를 연결하여 이해하게 한다.
③ 경우의 수의 비율로 확률을 다룰 때, 각 경우가 발생할 가능성이 동등하다는 것을 가정한다는 점에 유의한다.
④ 확률의 계산에서는 경우의 수를 활용하는 것을 다룬다.
⑤ 경우의 수 용어는 교수 · 학습 상황에서 다루어질 수 있다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			202~203	• 단원의 개관	
1. 경우의 수와 확률	준비 학습		204	• 가능성 • 상대도수	
	1-1 경우의 수	1~4	205~210	• 사건과 경우의 수의 뜻 • 간단한 경우의 수 구하기 • 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수 • 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수	사건
	1-2 확률의 뜻	5~6	211~214	• 확률의 뜻 • 간단한 확률 구하기	확률
	수준별 학습	7	215~217	• 중단원 확인 학습 문제	
2. 확률의 성질과 계산	준비 학습		218	• 경우의 수 • 확률	
	2-1 확률의 성질	8~9	219~221	• 확률의 범위 • 사건 A가 일어나지 않을 확률	
	2-2 확률의 계산	10~12	222~226	• 사건 A 또는 B가 일어날 확률 • 사건 A, B가 동시에 일어날 확률	
	수준별 학습	13	227~229	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		14~15	230~237	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 수학 산책	

 학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 확률의 시작

확률의 개념이 생겨난 것은 중세 시대 도박에서 시작되었다고 볼 수 있다. 이탈리아의 수도사인 파촐리(Pacioli, L.: 1445~1517)는 그의 저서에서 소위 '득점 문제(Problem of Points)'라고 불리는 도박 문제를 소개하여 확률을 처음으로 연구하기 시작한 사람으로 평가받고 있다. 득점 문제란 실력이 같은 두 사람이 도박 경기를 중단해야 할 경우, 어떻게 돈을 분배하는가 하는 문제이다. 그 후 약 200년 동안 이러한 문제에 대하여 많은 사람들이 연구하였으며 특히 카르다노(Cardano, G.: 1501~1576)와 타르탈리아(Tartaglia, N. F.: 1499~1557)에 의하여 본격적으로 수학적 접근이 이루어지기 시작했다.

그러나 이러한 문제 해결이 큰 발전이 된 것은 파스칼(Pascal, B.: 1623~1662)과 페르마(Fermat, P.: 1601~1665)에 의해서이다.

1654년에 프랑스의 도박사인 드메레(de Méré, C.)는 다음과 같은 내용의 편지를 파스칼에게 보냈다.

"실력이 같은 두 사람 A, B가 각각 32프랑씩 돈을 걸고 승부하여, 어느 쪽이든지 먼저 3회 이기는 사람이 건 돈을 전부 받기로 하였다. 지금 A가 두 번, B가 한 번 이겼을 때 경기를 중단한다면, 두 사람이 건 돈을 어떻게 분배하면 좋겠는가?"

이 질문에 대하여 파스칼은 흥미를 느끼고 페르마와 편지를 주고받으며 이 문제를 해결하였다.

이 두 수학자는 위의 문제를 각각 따로따로 풀었는데, 파스칼은 '파스칼의 삼각형'을 이용하여 해결하였고, 페르마는 순열의 개념을 이용하여 문제를 해결하였다. 결국 이것이 확률론의 기초가 되었으며, 이때부터 확률에 대한 체계적인 연구가 나타나기 시작하였다. 파스칼과 페르마에 의하여 시작된 확률론의 연구는 스위스 수학자 베르누이(Bernoulli, J.: 1654~1705)와 프랑스의 수학자 드무아브르(de Moivre, A.: 1667~1754)에 의하여 급속히 발전되었다.

베르누이는 그의 저서 "확률론"에서 베르누이 분포, 베르누이 정리 등을 발표하여 수학의 한 분야로 확률론을 정착시켰으며 드무아브르, 라플라스(Laplace, P. S.: 1749~1827), 가우스(Gauss, K. F.: 1777~1855) 등에 의하여 더욱 크게 발전하였던 것이다. 이와 같이 발전해 온 확률론은 1933년 콜모고로프(Kolmogorov, A. N.: 1903~1987)가 확률의 공리계를 제시하여 현대 수학의 면모를 갖추게 되었다.

2. 확률론의 정의

19세기 초에 이르러 라플라스는 그때까지의 확률의 연구 결과를 집대성하여 수학적 체계로 조직화하였다. 라플라스는 '한 시행에서 일어날 수 있는 경우의 수가 n가지이고, 어느 두 경우도 서로 배반이며 각 경우가 동등하게 일어날 수 있을 때, 이 중 x가지 경우로 이루어진 사건 A가 일어날 확률은 $P(A)=\frac{x}{n}$이다.' 라고 정의하였다.

이 정의에 대하여 다음과 같은 비판이 있었다.

일어날 수 있는 모든 경우의 수가 무한인 경우도 확률을 생각하여야 하는 경우가 있으므로 위의 정의는 맞지 않는다. 또 '동등하게 일어난다.'라고 하는 것은 확률이 같다는 뜻인데, 정확하지 않은 용어를 확률의 정의에서 사용하는 것은 적합하지 않다.

이 선험적 확률(수학적 확률)에 대하여 상대도수의 극한으로서 정의되는 경험적 확률(통계적 확률)이 각각 주장되어 20세기 초에 이르기까지 프랑스의 선험파와 독일의 경험파 사이에 논쟁이 계속되었다.

그 후 많은 학자들이 확률론의 기초를 확립하기 위하여 지속적인 연구와 논의를 하였다.

3. 수학적 확률과 통계적 확률

확률은 '믿음의 정도', '의견의 승인 가능성'을 의미하거나 통계적인 측면의 '증거를 채택할 수 있는 신뢰성의 정도'를 의미한다. 이러한 확률을 정의하는 방법으로 다음과 같은 수학적 확률과 통계적 확률이 있다.

(1) 수학적 확률

같은 조건에서 여러 번 반복할 수 있는 어떤 시행에서 일어날 가능성이 있는 모든 결과를 원소로 하는 집합 S를 그 시행의 표본공간이라고 한다. 이때 근원사건이 일어날 가능성이 같은 정도로 기대될 때, 라플라스는 다음과 같이 확률을 정의하였다.

N개의 근원사건으로 구성된 표본공간에서 각각의 근원사건이 일어날 가능성이 같은 정도일 때, m개의 근원사건으로 구성된 사건 A가 일어날 확률 P(A)는 다음과 같다.

$$\mathrm{P}(\mathrm{A})=\frac{m}{N}$$

이것을 수학적 확률이라고 한다. 그러나 이 정의는 근원사건이 유한개인 경우만 적용 가능하며 실제로 일어나는 문제에 이 개념을 도입하기에는 어려움이 따른다.

(2) 통계적 확률

오랜 기간을 두고 여러 번 독립적 시행을 반복하면 한 사건 A의 상대도수는 어떤 값에 가까워질 것이다. 즉, 주사위를 던지는 실험을 무한히 시행하여 오랜 관찰 끝에 2의 눈이 나올 확률이 18 %로 관찰되었다면 주사위를 던지는 실험에서 2의 눈이 나올 확률은 18 %라는 일정한 패턴을 찾아 말할 수 있다. 이처럼 동일한 확률 실험을 무한히 반복할 때 한 사건에 대한 상대도수의 극한에 의하여 얻은 수치를 확률로 정의할 수 있다. N을 총시행 횟수라 하고 $n(\mathrm{A})$를 총시행 중 사건 A가 일어난 횟수라고 할 때, 이를 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\mathrm{P}(\mathrm{A})=\lim_{N\to\infty}\frac{n(\mathrm{A})}{N}$$

이것을 통계적 확률이라고 한다. 이 상대도수적 확률 개념은 가장 많이 적용되는 확률 개념이지만 실험을 무한히 반복할 수가 없고 반복 시행이라는 것을 가정하지만 수렴 여부를 입증할 수도 없어 이론적으로 결정적 한계가 있다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원		Ⅵ. 확률	쪽수	교과서 210쪽
소단원		1. 경우의 수와 확률 1-1 경우의 수	차시	4/15
학습 목표		**사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있다.**		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 두 개의 동전을 동시에 던질 때 나올 수 있는 경우는 모두 몇 가지인지 질문한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	개념 학습 문제 해결	◐ 학습 내용 설명 **사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수** 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m\times n$ ◐ 예제 3을 설명한다. ◐ 문제 5, 6을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		경우의 수를 구할 때, 지나치게 복잡한 경우는 다루지 않고 수형도를 적절히 이용할 수 있게 한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 동전 1개와 주사위 1개를 던질 때, 나오는 모든 경우의 수를 구하여라. 답 12 ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 확률의 의미를 알아본다.		

수준별 학습지 (기초)

대단원	Ⅵ. 확률	쪽수	교과서 210쪽
소단원	1. 경우의 수와 확률　1-1 경우의 수	차시	4/15
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 오른쪽 그림과 같이 A에서 B로 가는 길은 2가지, B에서 C로 가는 길은 4가지가 있다. A에서 B를 거쳐 C로 가는 방법의 수를 구하여라.

답 8

2 학교 매점에서 오른쪽 메뉴와 같이 샌드위치와 과일 주스를 판매한다. 샌드위치와 과일 주스를 한 개씩 고르는 경우의 수를 구하여라.

메뉴

샌드위치	과일 주스
참치	키위
치즈	딸기
햄	토마토

답 9

3 자음 ㄱ, ㄴ, ㄷ과 모음 ㅏ, ㅓ, ㅗ, ㅜ가 있다. 자음과 모음을 각각 1개씩 사용하여 만들 수 있는 글자의 수를 구하여라.

답 12개

4 승우는 수학 참고서와 영어 참고서를 사려고 서점에 갔다. 수학 참고서는 4종류, 영어 참고서는 3종류가 있을 때, 각각 1권씩 고르는 경우의 수를 구하여라.

답 12

교수 · 학습 과정안 (기본)

<table>
<tr><td colspan="2">대단원</td><td>Ⅵ. 확률</td><td>쪽수</td><td>교과서 210쪽</td></tr>
<tr><td colspan="2">소단원</td><td>1. 경우의 수와 확률　1-1 경우의 수</td><td>차시</td><td>4/15</td></tr>
<tr><td colspan="2">학습 목표</td><td colspan="3">사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있다.</td></tr>
<tr><td>단계</td><td>학습 과정</td><td colspan="2">교수 · 학습 활동</td><td>교수 · 학습상의 유의점</td></tr>
<tr><td>도입</td><td>선수 학습 확인
동기 유발
학습 목표 제시</td><td colspan="2">◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다.
◎ 두 개의 동전을 동시에 던질 때 나올 수 있는 경우는 모두 몇 가지인지 질문한다.
◎ 학습 목표를 제시한다.
• 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있다.</td><td>모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.</td></tr>
<tr><td>전개</td><td>개념 학습

문제 해결</td><td colspan="2">◎ 학습 내용 설명
사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수
사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m\times n$
◎ 예제 3을 설명한다.
◎ 문제 5, 6을 풀게 한다.
정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.</td><td>경우의 수를 구할 때, 지나치게 복잡한 경우는 다루지 않고 수형도를 적절히 이용할 수 있게 한다.</td></tr>
<tr><td>정리 및 평가</td><td>학습 내용 정리
형성 평가

수준별 과제
차시 예고</td><td colspan="2">◎ 본시의 학습 내용을 정리한다.
◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다.
● 동전 2개와 주사위 1개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라.
답 24
◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다.
◎ 다음 차시를 예고한다.
• 확률의 의미를 알아본다.</td><td></td></tr>
</table>

수준별 학습지 (기본)

대단원	Ⅵ. 확률	쪽수	교과서 210쪽
소단원	1. 경우의 수와 확률　1-1 경우의 수	차시	4/15
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 동전 3개와 주사위 1개를 던질 때, 나오는 모든 경우의 수를 구하여라.
답 48

2 다음 그림과 같은 A, B 두 주머니에서 공을 각각 한 개씩 꺼낼 때, A 주머니에서는 파란 공, B 주머니에서는 노란 공을 꺼내는 경우의 수를 구하여라.

A　　B

답 12

3 A, B, C의 세 사람을 한 줄로 세우는 모든 경우의 수를 구하여라.
답 6

4 A, B, C, D, E 5명의 후보 중에서 회장 1명, 부회장 1명, 총무 1명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.
답 60

5 동전 2개와 주사위 2개를 동시에 던질 때, 동전은 서로 다른 면이 나오고, 주사위의 눈의 수는 서로 같게 나오는 경우의 수를 구하여라.
답 12

교수 · 학습 과정안 (실력)

대단원		Ⅵ. 확률	쪽수	교과서 210쪽
소단원		1. 경우의 수와 확률　1-1 경우의 수	차시	4/15
학습 목표		사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◎ 두 개의 동전을 동시에 던질 때 나올 수 있는 경우는 모두 몇 가지인지 질문한다. ◎ 학습 목표를 제시한다. • 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	개념 학습 문제 해결	◎ 학습 내용 설명 **사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수** 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m \times n$ ◎ 예제 3을 설명한다. ◎ 문제 5, 6을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		경우의 수를 구할 때, 지나치게 복잡한 경우는 다루지 않고 수형도를 적절히 이용할 수 있게 한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◎ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 여학생 2명과 남학생 2명이 나란히 서서 사진을 찍으려고 한다. 남학생 2명이 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라. 답 12 ◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◎ 다음 차시를 예고한다. • 확률의 의미를 알아본다.		

수준별 학습지 (실력)

대단원	Ⅵ. 확률	쪽수	교과서 210쪽
소단원	1. 경우의 수와 확률　1-1 경우의 수	차시	4/15
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 5명의 가족을 일렬로 세울 때, 부모가 반드시 양 옆에 서는 경우의 수를 구하여라.

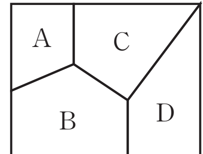
답 12

2 민영이는 수학 참고서 3권, 영어 참고서 2권을 가지고 있다. 책꽂이에 같은 과목끼리 이웃하도록 꽂는 방법의 수를 구하여라.



답 24

3 오른쪽 그림과 같이 직사각형을 네 부분으로 나누어 서로 다른 색을 칠하려고 한다. 빨강, 노랑, 파랑, 초록의 4가지 색을 한 번씩 사용하여 칠하는 경우의 수를 구하여라.



답 24

4 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드에서 3장을 뽑아 세 자리의 정수를 만들 때, 다음을 구하여라.

(1) 만들 수 있는 세 자리의 정수의 개수

(2) 200 이하인 정수의 개수

답 (1) 48개　(2) 12개

5 어느 학급에는 3개의 주말봉사모임이 있다. 2학기에 전학 온 3명의 학생이 3개의 모임 중 하나에 들어가려고 한다. 3명이 모임에 들어갈 경우의 수를 구하여라.

답 27

1 경우의 수와 확률

중단원을 시작하며

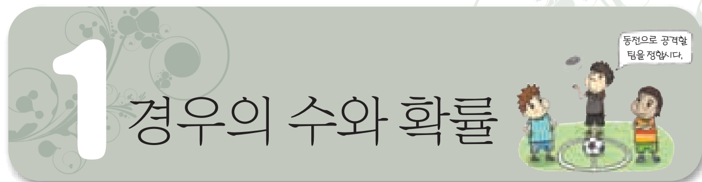
이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 사건과 경우의 수의 뜻을 알게 한다.
② 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.
③ 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.
④ 확률의 의미를 이해하게 한다.
⑤ 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
1-1 경우의 수	사건과 경우의 수의 뜻
	사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수
	사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수
1-2 확률의 뜻	확률의 뜻
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

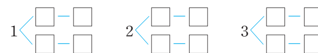
교과서 204 쪽



준 | 비 | 학 | 습

1 십의 자리 숫자가 2인 두 자리 자연수를 모두 구하여라.

2 1, 2, 3의 숫자가 각각 적힌 3장의 숫자 카드로 세 자리 수를 만들려고 한다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.



가능성
모든 일이 일어날 수 있는 가짓수에 대한 어떤 일이 일어날 수 있는 가짓수의 비율

3 한 개의 주사위를 던질 때, 다음을 구하여라.
(1) 1보다 작은 눈이 나올 가능성
(2) 짝수의 눈이 나올 가능성

상대도수
• 전체 도수에 대한 각 계급의 도수의 비율
• (어떤 계급의 상대도수) $= \dfrac{(\text{그 계급의 도수})}{(\text{전체 도수})}$

4 다음 표는 진서네 반 학생 20명의 공 던지기 기록을 조사하여 나타낸 것이다. 상대도수를 구하여 표를 완성하여라.

공 던지기 기록

기록(m)	학생 수(명)	상대도수
15 이상 ~ 20 미만	2	0.1
20 ~ 25	8	
25 ~ 30	7	
30 ~ 35	3	
합계	20	

준비 학습의 해설

1

목표| 십의 자리 숫자가 정해진 두 자리 자연수를 모두 구할 수 있게 한다.

풀이| **20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29**

2

목표| 서로 다른 세 개의 숫자로 만들 수 있는 세 자리 수를 만들 수 있게 한다.

풀이|
1 < 2 — 3, 3 — 2
2 < 1 — 3, 3 — 1
3 < 1 — 2, 2 — 1

3

목표| 어떤 일이 일어날 가능성을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 주사위에서 1보다 작은 수는 나올 수 없으므로 가능성은 **0**

(2) 주사위에서 짝수의 눈은 2, 4, 6이므로 가능성은 $\mathbf{\frac{1}{2}}$

4

목표| 상대도수를 구할 수 있게 한다.

풀이|

공 던지기 기록

기록(m)	학생 수(명)	상대도수
15 이상 ~ 20 미만	2	0.1
20 ~ 25	8	$\frac{8}{20}=\mathbf{0.4}$
25 ~ 30	7	$\frac{7}{20}=\mathbf{0.35}$
30 ~ 35	3	$\frac{3}{20}=\mathbf{0.15}$
합계	20	**1**

교과서 205 쪽

1-1 경우의 수

● 경우의 수를 구할 수 있다.

사건과 경우의 수의 뜻은 무엇인가?



창의력 기르기

주사위 놀이

사람들이 가지고 놀았던 가장 오래된 놀이 도구 가운데 하나는 주사위이다. 고대의 주사위는 아시아, 유럽, 아메리카, 아프리카 등 전 세계에서 광범위하게 발견되고 있다. 우리나라 민속놀이 중 하나인 쌍륙이라는 놀이 역시 주사위를 이용한 놀이이다. 주사위를 던져 나온 눈의 수만큼 놀이판 위의 말을 옮기는 놀이로 고려 시대를 거쳐 조선 시대에 널리 행해졌다고 한다.

탐구 활동

한 개의 주사위를 던질 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 나올 수 있는 눈의 종류를 모두 말하여 보자.

2 짝수의 눈이 나오는 경우는 모두 몇 가지인가?

한 개의 주사위를 던질 때, 3 이하의 눈이 나오는 경우는

1, 2, 3

의 3가지이고, 5 이상의 눈이 나오는 경우는

5, 6

의 2가지이다.

여기서 '3 이하의 눈이 나온다.', '5 이상의 눈이 나온다.' 등과 같이 실험이나 관찰에 의하여 일어나는 결과를 **사건**이라고 한다.

● 실험이나 관찰에 의하여 일어나는 사건의 가짓수를 경우의 수라고 한다.

사건	경우	경우의 수
3 이하의 눈이 나온다.		3
5 이상의 눈이 나온다.		2

새로 나온 용어와 기호

• 사건(事件, event)

창의력 기르기 참/고/자/료

쌍륙은 두 사람이 숫자가 쓰인 쌍륙판에 자신의 말을 올려 놓고, 2개의 주사위를 굴려 나온 수와 연관된 말을 이동시켜, 자신의 말을 놀이판 밖으로 모두 빼내면 이기는 우리나라 고유의 민속놀이이다.

백제 시대에 시작된 쌍륙은 조선 시대에 널리 유행하였는데 신윤복의 그림 쌍륙삼매(雙六三昧)에서도 이를 살펴볼 수 있다.



1-1 경우의 수

소단원 지도 목표

① 사건과 경우의 수의 뜻을 알게 한다.
② 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.
③ 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 구체적인 예를 통하여 사건의 뜻을 이해할 수 있게 한다.

2. 경우의 수를 구할 때, 지나치게 복잡한 경우는 다루지 않도록 한다.

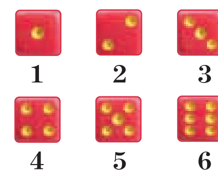
3. 사건 A 또는 B가 일어나는 경우와 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우를 구분하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

4. 경우의 수를 구할 때에는 수형도를 적절히 이용할 수 있게 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 주사위 한 개를 던질 때 나올 수 있는 눈의 종류와 짝수의 눈이 나오는 경우의 수를 알아보고, 이를 이용하여 사건과 경우의 수의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1. 한 개의 주사위를 던질 때, 나올 수 있는 눈의 종류는 다음 그림과 같이 6가지이다.



2. 짝수의 눈은 2, 4, 6으로 모두 **3가지**이다.

1

목표| 한 개의 주사위를 던질 때, 일어날 수 있는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 한 개의 주사위를 던질 때, 나올 수 있는 눈의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6이다.

(1) 이 중에서 홀수의 눈이 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지이다. 따라서 구하는 경우의 수는 **3**이다.

(2) 이 중에서 2의 배수의 눈이 나오는 경우는 2, 4, 6의 3가지이다. 따라서 구하는 경우의 수는 **3**이다.

2

목표| 3가지 중에서 순서에 상관없이 서로 다른 2가지를 고르는 방법의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 서로 다른 두 가지를 고르는 방법은 (아이스크림, 케이크), (아이스크림, 떡), (케이크, 떡)의 3가지이므로 방법의 수는 **3**이다.

교과서 206 쪽

예제 1 서로 다른 두 개의 동전을 던질 때, 일어날 수 있는 사건을 표로 나타내고 경우의 수를 구하여라.

● 풀이

사건	앞면 두 개	앞면 한 개, 뒷면 한 개		뒷면 두 개
경우				
경우의 수	4			

답 ● 4

문제 1 한 개의 주사위를 던질 때, 다음을 구하여라.

(1) 홀수의 눈이 나오는 경우의 수

(2) 2의 배수의 눈이 나오는 경우의 수

문제 2 어느 식당에는 후식으로 아이스크림, 케이크, 떡이 준비되어 있다. 이 중에서 서로 다른 2가지를 고르는 방법의 수를 구하여라.



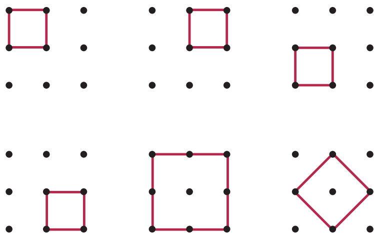
창의 UP 오른쪽 그림과 같은 9개의 점이 있다. 이 점들 중에서 서로 다른 4개의 점을 이어 정사각형을 만드는 방법의 수를 구하여라.



창의 UP

|출제 의도| 도형에서 주어진 조건에 맞는 경우를 만들어 보고 경우의 수를 이해할 수 있게 하기 위한 문제이다.

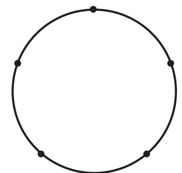
풀이| 다음 그림과 같이 만들 수 있는 정사각형은 모두 6가지이므로 방법의 수는 **6**이다.



지/도/자/료 도형에서 경우의 수

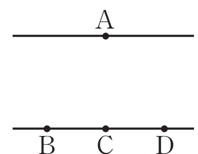
다음과 같은 문제를 이용하여 경우의 수를 도형에서도 다양하게 접근할 수 있다.

1. 오른쪽 그림과 같이 원 위에 5개의 점이 있다. 이 중에서 2개의 점을 이어 만들 수 있는 현의 개수를 구하여라.



답 10개

2. 오른쪽 그림과 같이 평행한 두 선분 위에 4개의 점 A, B, C, D가 있다. 이 중에서 3개의 점을 택하여 삼각형을 만드는 경우의 수를 구하여라.



답 3

이와 같은 문제를 해결하는 과정에서 학생들은 실제로 그려서 풀려는 경우가 많다. 따라서 경우의 수의 의미를 다시 한 번 강조하여 그 해결 과정에 경우의 수를 이용할 수 있도록 지도한다.

사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수는 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

목제 주령구

통일신라 시대 유물 중의 하나인 목제 주령구는 우리가 보통 알고 있는 정육면체 모양의 주사위가 아닌 14개의 면으로 이루어진 주사위이다. 이 주사위는 6개의 정사각형인 면과 8개의 육각형인 면으로 되어 있다. 목제 주령구의 각 면에 새겨진 한자 어구로 보아 놀이에서 벌칙을 정할 때 사용했던 것으로 추정하고 있다.



탐구 활동

●준비물
목제 주령구 전개도, 풀, 가위

활동지 6

목제 주령구 모형을 만들어 각 면에 1에서 14까지의 수를 적어 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1 목제 주령구 모형 한 개를 던졌을 때, 다음과 같이 나오는 경우를 구하여 표를 완성하여 보자.

3의 배수가 나오는 경우	
5의 배수가 나오는 경우	
3 또는 5의 배수가 나오는 경우	

목제 주령구 1개를 던질 때, 3의 배수의 눈이 나오는 경우의 수는 4이고, 5의 배수의 눈이 나오는 경우의 수는 2이다.

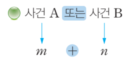
따라서 목제 주령구 1개를 던질 때, 3의 배수의 눈 또는 5의 배수의 눈이 나오는 경우의 수는

$$4+2=6$$

이다.

즉, 3의 배수의 눈 또는 5의 배수의 눈이 나오는 경우의 수는 3의 배수의 눈이 나오는 경우의 수와 5의 배수의 눈이 나오는 경우의 수의 합임을 알 수 있다.

일반적으로 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수는 다음과 같다.



❶ **A 또는 B가 일어나는 경우의 수**

건 A, B가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n이고, 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수는

$$m+n$$

11. 공영시과(空詠詩過): 시 한 수 읊기
12. 양잔즉방(兩盞則放): 두 잔이 있으면 즉시 비우기
13. 추물막방(醜物莫放): 더러운 것 버리지 않기
14. 자창괴래만(自唱怪來晩): 스스로 괴래만을 부르기

주령구는 정다면체가 아님에도 각 면이 나올 확률이 거의 같다고 한다.
실제로 이 주사위의 각 면의 넓이를 계산해 보면 정사각형의 넓이는 6.25 cm^2, 육각형의 넓이는 6.265 cm^2이다. 넓이의 비에 따른 확률이 14면체 주사위의 수학적 확률이므로 주사위를 굴렸을 때 각 면이 나오는 확률이 거의 같을 것으로 기대할 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 목제 주령구를 던졌을 때 나올 수 있는 여러 가지 경우를 알아봄으로써 A 또는 B가 나올 경우의 수를 구할 수 있게 하려는 것이다.
준비물 • 목제 주령구 전개도, 풀, 가위

창의력 기르기 참/고/자/료

주령구(酒令具)는 '술 마실 때 벌칙을 주며 노는 도구'라는 뜻으로, 1975년 경주 안압지에서 출토된 통일신라 시대 유물로 14면체 주사위이다. 각 면에는 다음과 같은 다양한 벌칙들이 적혀 있어 신라인들의 음주 습관의 풍류를 보여주고 있다.

1. 금성작무(禁聲作舞): 노래 없이 춤추기
2. 중인타비(衆人打鼻): 여러 사람 코 때리기
3. 음진대소(飮盡大笑): 술잔 비우고 크게 웃기
4. 삼잔일거(三盞一去): 술 석 잔을 한 번에 마시기
5. 유범공과(有犯空過): 덤벼드는 사람이 있어도 참고 가만히 있기
6. 자창자음(自唱自飮): 스스로 노래 부르고 마시기
7. 곡비즉진(曲臂則盡): 팔을 구부려 다 마시기
8. 농면공과(弄面孔過): 얼굴 간지러움을 태워도 참기
9. 임의청가(任意請歌): 마음대로 노래 청하기
10. 월경일곡(月鏡一曲): 월경 노래 한 곡 부르기

1.

3의 배수가 나오는 경우	**3, 6, 9, 12**
5의 배수가 나오는 경우	**5, 10**
3 또는 5의 배수가 나오는 경우	**3, 5, 6, 9, 10, 12**

본문 해설

❶ 두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않는다는 것은 사건 A가 일어나면 사건 B가 일어나지 않고, 사건 B가 일어나면 사건 A가 일어나지 않는다는 의미이다.

참고| 한 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고 다른 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 두 사건 A, B가 동시에 일어나지 않는다면 사건 A 또는 사건 B가 일어날 경우의 수는 $m+n$이다. 이것을 합의 법칙(addition principle)이라고도 한다.

3

목표| 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 4의 배수가 적힌 공이 나오는 경우는 4, 8, 12의 3가지이고, 5의 배수가 적힌 공이 나오는 경우는 5, 10의 2가지이다.
위의 경우는 동시에 일어나지 않으므로 4의 배수 또는 5의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수는 $3+2=\mathbf{5}$이다.

4

목표| 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 3 미만의 눈이 나오는 경우는 1, 2의 2가지이고, 4 이상의 눈이 나오는 경우는 4, 5, 6의 3가지이다. 따라서 3 미만의 눈이 나오거나 4 이상의 눈이 나오는 경우의 수는 $2+3=\mathbf{5}$이다.

교과서 208 쪽

예제 2 1에서 10까지의 숫자가 각각 적힌 카드 10장이 있다. 이 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 2의 배수 또는 7의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수를 구하여라.

풀이 2의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우는 2, 4, 6, 8, 10의 5가지이고, 7의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우는 7의 1가지이다.
위의 경우는 동시에 일어나지 않으므로 2의 배수 또는 7의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수는 $5+1=6$이다.

답 6

문제 3 주머니 속에 1에서 12까지의 숫자가 각각 적힌 같은 크기의 공이 12개 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 4의 배수 또는 5의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수를 구하여라.



문제 4 한 개의 주사위를 던질 때, 3 미만의 눈이 나오거나 4 이상의 눈이 나오는 경우의 수를 구하여라.

사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 어떻게 구하는가?

창의력 기르기

한글



1443년에 세종 대왕이 창제한 우리나라 글자인 훈민정음은 독창적이고 아름다운 문자이다. 한글 창제의 취지를 담은 "훈민정음"은 1997년 유네스코의 세계 기록 문화유산으로 지정되었다. 현재 사용하고 있는 한글은 자음 14자와 모음 10자의 24개로 소리 글자를 만들어 냄으로써 과학적인 문자로 우수성을 인정받고 있다.

탐구 활동

다음 물음에 답하여 보자.

1 자음에서 ㄱ을 첫소리로 선택할 때, 모음 ㅏ, ㅓ, ㅗ 중에서 한 개의 모음을 선택하여 만들 수 있는 글자를 모두 찾아보자.

2 자음 ㄱ, ㄴ과 모음 ㅏ, ㅓ, ㅗ 중에서 자음 한 개와 모음 한 개를 선택하여 만들 수 있는 글자는 모두 몇 개인가?

기/초/력 향상 문제

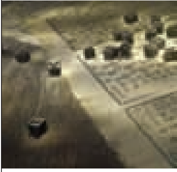
1 서울역에서 대전까지 가는데 기차로는 KTX, 새마을호, 무궁화호의 3가지가 있고, 버스로는 우등고속, 일반고속의 2가지가 있다. 서울에서 대전까지 가는 경우의 수를 구하여라.

2 영화를 예매하려고 하는데, 현재 우리나라 영화가 5편, 외국 영화가 2편 상영 중이다. 이 중에서 영화 한 편을 예매하는 경우의 수를 구하여라.

답 1 5 2 7

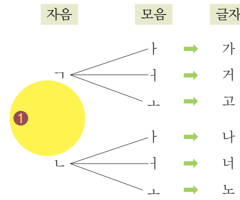
창의력 기르기 참/고/자/료

2009년 인도네시아 소수 민족인 찌아찌아 족이 살고 있는 부톤섬 바우바우시가 이 지역 토착어인 찌아찌아 어를 표기할 공식 문자로 한글을 도입했다. 인구 6만여 명의 소수 민족인 찌아찌아 족은 독자적 언어를 갖고 있지만 문자가 없어 고유어를 잃을 위기에 있었다. 과학적인 표음 문자인 한글의 우수성이 다시 한 번 주목받게 되었으며, 한글 수출의 첫 사례로 꼽히고 있다.



자음 ㄱ, ㄴ과 모음 ㅏ, ㅓ, ㅗ 중에서 자음 한 개와 모음 한 개를 선택하여 글자를 만드는 경우의 수를 생각하여 보자.

다음과 같이 자음은 ㄱ, ㄴ을 선택하는 2가지 경우가 있고, 그 각각의 경우에 대하여 모음 ㅏ, ㅓ, ㅗ를 선택하는 3가지 경우가 있다.



따라서 두 개의 자음 ㄱ, ㄴ과 세 개의 모음 ㅏ, ㅓ, ㅗ에서 각각 한 개씩 선택하여 글자를 만드는 경우의 수는 6이다.

이는 자음 한 개를 선택하는 경우의 수 2와 모음 한 개를 선택하는 경우의 수 3을 곱한 값과 같다. 즉, $2\times3=6$이다.



마찬가지로 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던지는 경우를 생각하여 보자. 나올 수 있는 경우는 다음 표와 같이 모두 36가지이다.

A \ B	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

이때 36은 주사위 A에서 나올 수 있는 경우의 수 6과 주사위 B에서 나올 수 있 …우의 수 6을 곱한 값과 같다. 즉, $6\times6=36$이다.

❷ … 어떤 두 가지 이상의 사건이 동시에 일어나는 경우의 수는 각각의 사건 … 일어나는 경우의 수를 곱한 값과 같다.

본문 해설

❶ 경우의 수를 생각할 때, 빠뜨리거나 중복되지 않고 모두 한 번씩 나타낼 수 있도록 나뭇가지 모양으로 그린 그림을 수형도(Tree Diagram)라고 한다.

❷ '사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수'에서의 '동시'의 의미는 시간적으로 같음을 의미하는 것이 아니라 두 사건 A, B가 모두 일어난다는 것을 의미한다.

참고| 두 사건 A, B가 동시에 일어날 경우의 수는 $m\times n$이다. 이것을 곱의 법칙(multiplication principle)이라고도 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 자음과 모음을 사용하여 글자를 만드는 활동을 통해 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 하려는 것이다.

1. 모음 ㅏ, ㅓ, ㅗ 중에서 한 개를 선택하여 만들 수 있는 글자는 **가, 거, 고**이다.

2. 다음 표에서와 같이 모두 **6개**이다.

자음 \ 모음	ㅏ	ㅓ	ㅗ
ㄱ	가	거	고
ㄴ	나	너	노

지/도/자/료 동시에 일어나는 여러 가지 경우의 수

1. 동전 던지기: m개의 동전을 동시에 던질 때, 한 동전의 앞, 뒷면에 대하여 다른 동전도 앞, 뒷면이 나올 수 있으므로 일어날 수 있는 모든 경우의 수는

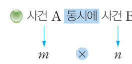
$$\underbrace{2\times2\times\cdots\times2}_{m\text{개}}=2^m$$

2. 주사위 던지기: n개의 주사위를 동시에 던질 때, 한 주사위의 1, 2, 3, 4, 5, 6의 눈의 수에 대하여 다른 주사위도 1, 2, 3, 4, 5, 6의 눈의 수가 나올 수 있으므로 일어날 수 있는 모든 경우의 수는

$$\underbrace{6\times6\times\cdots\times6}_{n\text{개}}=6^n$$

교과서 210 쪽

일반적으로 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 다음과 같다.



사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수

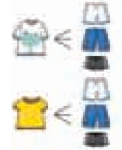
사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는

$$m \times n$$

예 제 3 동희는 흰색과 노란색의 상의가 각각 한 벌씩 있고, 흰색과 파란색, 검은색의 하의가 각각 한 벌씩 있다. 동희가 상의와 하의를 짝지어서 입는 모든 경우의 수를 구하여라.

풀이 상의는 흰색과 노란색을 입는 2가지 경우가 있고, 그 각각에 대하여 하의는 흰색과 파란색, 검은색을 입는 3가지 경우가 있다.
따라서 구하는 경우의 수는

$$2\times3=6$$



답 6

문제 5 현승이네 집에서 서점까지 가는 길은 3가지이고, 서점에서 학교까지 가는 길은 2가지이다. 현승이가 집을 출발하여 서점을 거쳐 학교까지 가는 경우의 수를 구하여라.





문제 6 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 경우의 수가 9인 문제를 만들어 보아라.

5

목표| 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 현승이네 집에서 서점까지 가는 길은 3가지 경우가 있고, 그 각각에 대하여 서점에서 학교까지 가는 길은 2가지 경우가 있다.
따라서 구하는 경우의 수는 $3\times2=$**6**이다.

6

|출제 의도| 간단한 계산의 경우의 수를 만들어 봄으로써 경우의 수를 이해할 수 있게 하는 문제이다.

예시| 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 눈이 모두 짝수가 나오는 경우의 수를 구하여라.

풀이| 주사위 한 개가 짝수의 눈이 나오는 경우는 2, 4, 6의 3가지이고, 그 각각에 대하여 다른 주사위가 짝수의 눈이 나오는 경우는 2, 4, 6의 3가지이므로 경우의 수는 $3\times3=9$이다.

예시| 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 두 눈의 합이 3 이상 5 이하의 수가 나오는 경우의 수를 구하여라.

풀이| (1) 눈의 합이 3이 되는 경우
(1, 2), (2, 1)의 2가지
(2) 눈의 합이 4가 되는 경우
(1, 3), (2, 2), (3, 1)의 3가지
(3) 눈의 합이 5가 되는 경우
(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)의 4가지
(1), (2), (3)에 의하여 3 이상 5 이하의 수가 나올 경우의 수는 $2+3+4=9$이다.

기/초/력 향상 문제

1 다음 그림과 같이 수지네 집에서 영아네 집으로 가는 방법은 4가지, 영아네 집에서 민호네 집으로 가는 방법은 3가지일 때, 수지네 집에서 영아네 집을 거쳐 민호네 집까지 가는 경우의 수를 구하여라.



2 두 사람이 가위바위보를 할 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라.

3 서로 다른 동전 2개와 주사위 1개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라.

답 1 12 2 9 3 24

1-2 확률의 뜻

● 확률의 의미를 이해한다.



확률이란 무엇인가?

창의력 기르기

동전 던지기

월드컵 대회나 국가 간 축구 경기에서 양 팀의 주장을 앞에 두고 동전을 던지는 심판의 모습을 볼 수 있다. 동전을 던져 이긴 팀이 전반전에 공격할 진영을 선택하고, 후반전을 시작할 때 공격권을 먼저 갖게 된다. 이처럼 동전 던지기는 어떤 일을 결정할 때 종종 사용되곤 한다.

탐 구 활 동

●인터넷 활용
http://www.mathsonline.co.uk/nonmembers/resource/prob/coins.html

다음 물음에 답하여 보자.

1 한 개의 동전을 던질 때 앞면이 나올 가능성은 얼마인가?

2 동전 던지기 프로그램을 이용하여 앞면이 나온 횟수를 기록하여 보자.

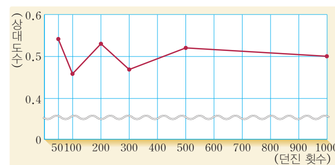
던진 횟수	50	100	200	300	500	1000
앞면이 나온 횟수						

다음 표는 동일한 조건에서 한 개의 동전을 여러 번 던졌을 때, 앞면이 나온 횟수와 그에 대한 상대도수를 나타낸 것이다.

(상대도수) $= \frac{\text{(앞면이 나온 횟수)}}{\text{(던진 횟수)}}$

던진 횟수	50	100	200	300	500	1000
앞면이 나온 횟수	27	46	106	141	260	503
상대도수	0.54	0.46	0.53	0.47	0.52	0.50

위의 표에서 상대도수를 그래프로 나타내면 다음 그림과 같다.

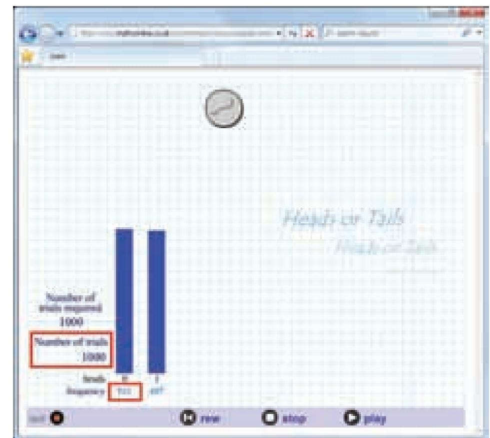


새로 나온 용어와 기호

• 확률(確率, probability)

창의력 기르기 참/고/자/료

다음 홈페이지에 접속하여 동전던지기를 시행해 볼 수 있다.
(http://www.mathsonline.co.uk/nonmembers/resource/prob/coins.html)



1-2 확률의 뜻

소단원 지도 목표

① 확률의 의미를 이해하게 한다.
② 간단한 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 확률의 개념은 간단한 경우의 수나 상대도수와 관련된 소재를 활용하여 도입한다.

2. 어떤 사건이 일어날 가능성이 같다는 것의 의미를 구체적인 예시를 통하여 이해할 수 있도록 한다.

3. 확률의 개념은 실험을 통해 상대도수가 일정한 값에 가까워질 때의 값이라는 의미와 각 경우가 일어날 가능성이 같을 때 전체 경우의 수에 대한 그 사건이 일어나는 경우의 수의 비율이라는 두 가지의 의미로 사용됨을 알게 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 동전을 던지는 실험의 횟수를 늘려가며 나온 앞면의 수를 조사해 봄으로써 일정한 값에 가까워짐을 알게 하려는 것이다.

1. 한 개의 동전을 던질 때, 앞면이 나올 가능성은 $\frac{1}{2}$이라고 할 수 있다.

2.

던진 횟수	50	100	200	300	500	1000
앞면이 나온 횟수	**27**	**46**	**106**	**141**	**260**	**503**

참고| 앞면이 나온 횟수는 인터넷 동전던지기 사이트를 통해 얻은 결과이므로 앞면이 나온 횟수는 달라질 수 있다.

본문 해설

❶ 시행의 횟수를 많이 할수록 앞면(또는 뒷면)이 나올 상대도수는 0.5에 가까워진다는 것을 확인할 수 있다. 이와 같이 시행의 횟수를 한없이 크게 하면 어떤 사건 A의 상대도수가 일정한 값에 가까워지는데, 이 일정한 값을 사건 A의 (통계적) 확률이라고 한다.

참고| 중학교 교육과정에서는 통계적 확률(또는 경험적 확률)이라는 용어를 사용하지 않는다.

목표| 확률의 의미를 이해하게 한다.

풀이| 던진 횟수가 많을수록 일정한 값에 가까워지게 되는데, 표에서는 각 눈이 나올 확률은 **0.167**이라고 할 수 있다.

교과서 212 쪽

이 실험에서 동전을 던진 횟수가 많아질수록 상대도수는 점점 일정한 값 0.5에 가까워짐을 알 수 있다.

❶ 같이 같은 조건 아래에서 많은 횟수의 실험이나 관찰을 할 때, 어떤 사건 일어나는 상대도수가 일정한 값에 가까워지면 이 일정한 값을 사건 A가 일어날 **확률**이라고 한다. 즉, 앞의 동전 던지기 실험에서 앞면이 나올 확률은 0.5라고 할 수 있다.

확률을 나타낼 때에는 보통 분수, 소수, 백분율(%) 등으로 나타낸다.

문제 다음 표는 한 개의 주사위를 여러 번 던졌을 때, 나온 눈의 상대도수를 나타낸 것이다. 각 눈이 나올 확률을 예측하여라.

던진 횟수 \ 눈의 수	1	2	3	4	5	6
100	0.170	0.200	0.140	0.200	0.155	0.135
300	0.157	0.190	0.153	0.153	0.163	0.184
500	0.164	0.178	0.170	0.154	0.162	0.172
700	0.169	0.176	0.164	0.156	0.164	0.171
900	0.168	0.169	0.166	0.163	0.167	0.167
1000	0.168	0.167	0.166	0.165	0.167	0.167

창의 UP 오른쪽 표는 한 개의 모자를 1000번 던졌을 때, 떨어진 모자의 모양을 A, B 두 가지 경우로 나누어 각각 일어난 횟수를 조사하여 나타낸 것이다. 이 모자를 무심코 던질 때, A와 같이 떨어질 확률을 예측하여라.

모자의 모양	횟수
A	432
B	568

창의 UP

|출제 의도| 실험이나 관찰을 통해 얻어진 상대도수를 이용하여 확률의 의미를 이해하게 하기 위한 문제이다.

풀이| 모자를 던지는 실험은 모두 $432+568=1000$(번) 시행하였고, 이때 모자의 모양이 A와 같이 떨어진 사건의 상대도수는 $\frac{432}{1000}=0.432$이다.

따라서 모자를 무심코 던질 때, A와 같이 떨어질 확률은 **0.432**로 예측할 수 있다.

지/도/자/료 통계적 확률과 수학적 확률

야구 선수의 타율, 인구당 신생아의 출생률, 공장에서의 불량품의 비율, 연령대별 연간 사망률 등과 같이 실험 또는 관찰을 여러 번 시행하다 보면 어떤 사건이 일어나는 경향을 알 수 있다. 이때 어떤 사건이 일어난 횟수를 전체 시행 횟수에 대한 비율 또는 상대도수로 나타내면 그 경향성을 더 쉽게 알아볼 수 있다. 이와 같이 상대도수를 이용하여 정의한 통계적 확률은 실제로 발생하는 것을 반영할 수 있는 장점이 있으나 시행 횟수를 많이 하여야 한다는 어려움이 있다. 그런데 각 근원 사건이 같은 정도로 일어나는 경우에는 많은 실험이나 관찰을 하지 않고도 어떤 사건이 일어날 가능성을 구할 수 있는데 이것이 수학적 확률이다.

확률의 개념을 지도할 때에는 통계적 확률을 이용하여 도입하고 수학적 확률의 개념으로 발전할 수 있도록 지도한다.

한편 많은 횟수의 실험이나 관찰을 하지 않고도 확률을 생각할 수 있는 경우가 있다.

이를테면 한 개의 동전을 던질 때, 앞면이 나올 가능성과 뒷면이 나올 가능성은 같다고 할 수 있으므로 앞면이 나올 확률과 뒷면이 나올 확률은 모두 $\frac{1}{2}$이라고 할 수 있다.

즉, 앞면이 나올 확률은 다음과 같이 생각할 수 있다.

$$\frac{(\text{앞면이 나오는 경우의 수})}{(\text{동전을 던져 나오는 모든 경우의 수})}=\frac{1}{2}$$

일반적으로 어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 경우의 수가 n이고, 각 경우가 일어날 가능성이 같다고 하자. 이때 어떤 사건 A가 일어나는 경우의 수가 a이면 그 사건 A가 일어날 확률 p는 다음과 같다.

확률은 보통 영어 단어 probability(확률)의 첫 글자 p로 나타낸다.

$$p=\frac{(\text{사건 A가 일어나는 경우의 수})}{(\text{일어날 수 있는 모든 경우의 수})}=\frac{a}{n}$$

문제 2 주머니 속에 1에서 6까지의 숫자가 각각 적힌 모양과 크기가 같은 6개의 공이 들어 있다. 주머니 속에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 공에 적힌 숫자가 다음과 같을 확률을 구하여라.

(1) 홀수 (2) 6의 약수

문제해결

다음 표는 어느 야구 팀에서 A 선수와 B 선수의 금년도 타격 성적을 나타낸 것이다.
9회 말 마지막 득점 기회에 감독은 두 선수 중 어느 선수를 대타로 기용하는 것이 팀을 승리로 이끄는 데 더 유리할지 말하여 보자.

선수	A	B
타수	100	120
안타	30	33



문/제/해/결

|출제 의도| 상대도수를 이용하여 확률을 구해 봄으로써 다양한 상황에서 문제를 해결할 수 있게 하기 위한 문제이다.

풀이| A, B선수가 타석에서 안타를 칠 확률은 각각 $\frac{30}{100}=0.3$, $\frac{33}{120}=0.275$이다.

따라서 감독은 A 선수를 대타로 기용하는 것이 유리하다.

2

목표| 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 한 개의 공을 꺼낼 때, 일어날 수 있는 모든 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지이다.

(1) 홀수가 적힌 공이 나오는 경우는 1, 3, 5의 3가지이다. 이때 각각의 공이 나올 가능성은 모두 같으므로 구하는 확률은 $\frac{3}{6}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$이다.

(2) 6의 약수가 적힌 공이 나오는 경우는 1, 2, 3, 6의 4가지이다. 이때 각각의 공이 나올 가능성은 모두 같으므로 구하는 확률은 $\frac{4}{6}=\boldsymbol{\frac{2}{3}}$이다.

지/도/자/료 확률에 대한 오개념 지도

동전의 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$이라는 것이 동전을 열 번 던지면 그중에 다섯 번은 반드시 앞면이 나온다는 것이라고 생각하지 않도록 지도한다. 동전의 앞면이 나올 확률이 $\frac{1}{2}$이라는 것은 수학적 확률에 의한 정의로서 동전에서 나올 수 있는 경우가 앞면과 뒷면의 2가지 경우에서 앞면의 1가지의 비율이라는 것이다. 또 이 확률은 동전을 여러 번 던질 때 앞면이 나올 상대도수가 $\frac{1}{2}$에 가까워진다는 뜻이다. 따라서 어떤 사건이 반드시 확률에 비례하여 일어난다고 생각하는 일이 없도록 유의하여 지도한다.

3

목표| 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 개의 동전을 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 다음 표와 같이 $2\times2=4$이다.

100원 \ 500원	앞	뒤
앞	(앞, 앞)	(앞, 뒤)
뒤	(뒤, 앞)	(뒤, 뒤)

이때 앞면이 한 개만 나오는 경우는 (앞, 뒤), (뒤, 앞)의 2가지이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{4}=\mathbf{\frac{1}{2}}$이다.

교과서 214 쪽

예 제 1 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 모두 짝수의 눈이 나올 확률을 구하여라.



● 풀이 두 개의 주사위 A, B를 동시에 던질 때, 눈이 나오는 모든 경우의 수는 다음 표와 같이 $6\times6=36$이다.

A \ B	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

이때 모두 짝수의 눈이 나오는 경우의 수는

(2, 2), (2, 4), (2, 6), (4, 2), (4, 4), (4, 6), (6, 2), (6, 4), (6, 6)

의 9이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$ 답 ● $\frac{1}{4}$

문제 3 100원짜리 동전 한 개와 500원짜리 동전 한 개를 동시에 던질 때, 앞면이 한 개만 나올 확률을 구하여라.

문제 4 0, 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드에서 2장을 뽑아 두 자리의 자연수를 만들 때, 그 수가 30보다 작을 확률을 구하여라.



의사소통

미진이와 희수는 한 개의 주사위를 던져서 5 이상의 눈이 나오면 미진이가 이기고, 4 미만의 눈이 나오면 희수가 이기는 놀이를 하였다. 이 놀이에서 희수가 이길 확률을 다음과 같이 구하였을 때, 옳게 구한 것인지 말하여 보자.

> 미진이가 이기는 경우의 수는 2이고, 희수가 이기는 경우의 수는 3이므로 희수가 이길 확률은 $\frac{3}{2+3}=\frac{3}{5}$이다.

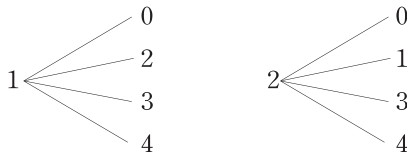
4

목표| 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 먼저 5장의 카드에서 2장을 뽑아 만들 수 있는 모든 경우를 구하여 보자. 십의 자리에 들어갈 수 있는 수는 0을 제외한 1, 2, 3, 4의 4가지이고, 일의 자리에 들어갈 수 있는 수는 십의 자리에서 뽑은 숫자를 제외한 4가지이므로 $4\times4=16$(가지)이다.

이 중에서 30보다 작은 경우는 십의 자리가 1인 경우의 4가지와 십의 자리가 2인 경우의 4가지이므로 $4+4=8$(가지)이다.

십의 자리 일의 자리 십의 자리 일의 자리



따라서 구하는 확률은 $\frac{4+4}{16}=\frac{8}{16}=\mathbf{\frac{1}{2}}$이다.

의/사/소/통

|출제 의도| 일어날 수 있는 모든 경우의 수에 대한 어떤 사건이 일어날 수 있는 경우의 수의 비율이 그 사건의 확률임을 확실하게 이해하도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 한 개의 주사위를 던져서 5 이상의 눈이 나오면 미진이가 이기고, 4 미만의 눈이 나오면 희수가 이기기로 하였으므로 4가 나오면 비기게 된다. 따라서 모든 경우의 수를 5로 생각하여 확률을 구하는 것은 옳지 않다.

주사위를 던져서 4 미만의 눈이 나오면 희수가 이기는데, 한 개의 주사위를 던져서 나올 수 있는 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지이고 4 미만의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3의 3가지이다.

따라서 희수가 이길 확률은 $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$이다.

교과서 215 쪽

중 / 단 / 원 기초

경우의 수: 사건이 일어나는 가짓수

1 한 개의 주사위를 던질 때, 다음을 구하여라.

(1) 3 이상의 눈이 나오는 경우의 수

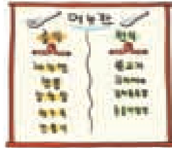
(2) 5의 배수의 눈이 나오는 경우의 수

(3) 6의 약수의 눈이 나오는 경우의 수

(4) 소수의 눈이 나오는 경우의 수

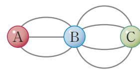
사건 A, B의 경우의 수가 각각 m, n이고, 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수는 $m+n$

2 어느 음식점에서는 5가지 종류의 중식과 4가지 종류의 한식을 판매하고 있다. 중식 또는 한식 중에서 한 가지를 주문하는 경우의 수를 구하여라.



사건 A의 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B의 경우의 수가 n일 때, 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m\times n$

3 A 지점에서 B 지점으로 가는 길은 3가지이고, B 지점에서 C 지점으로 가는 길은 4가지이다. A 지점을 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점으로 가는 경우의 수를 구하여라.



4 남학생 3명, 여학생 5명으로 구성되어 있는 댄스 동아리 회원 중에서 임의로 한 명을 리더로 정하려고 할 때, 여학생이 선택될 확률을 구하여라.



5 1에서 10까지의 숫자가 각각 적힌 10장의 카드가 들어 있는 주머니에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 3의 배수가 나올 확률을 구하여라.

중/단/원 기초

1

목표| 한 개의 주사위를 던질 때, 나올 수 있는 눈의 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 한 개의 주사위를 던질 때, 나올 수 있는 눈의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6이다.

(1) 3 이상의 눈이 나오는 경우는 3, 4, 5, 6의 4가지이다. 따라서 경우의 수는 **4**이다.

(2) 5의 배수의 눈이 나오는 경우는 5의 1가지이다. 따라서 경우의 수는 **1**이다.

(3) 6의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3, 6의 4가지이다. 따라서 경우의 수는 **4**이다.

(4) 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5의 3가지이다. 따라서 경우의 수는 **3**이다.

2

목표| 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 메뉴판에 적힌 음식 중에서 중식을 주문하는 경우는 모두 5가지이고, 한식을 주문하는 경우는 모두 4가지이다. 따라서 중식 또는 한식 중에서 한 가지를 주문하는 경우의 수는 $5+4=\mathbf{9}$이다.

3

목표| 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| A에서 B까지 가는 길은 3가지 경우가 있고, 그 각각에 대하여 B에서 C까지 가는 길은 4가지 경우가 있다. 따라서 구하는 경우의 수는 $3\times4=\mathbf{12}$이다.

4

목표| 간단한 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 모두 8명의 학생 중에서 여학생이 5명이므로 여학생이 리더로 선택될 확률은 $\mathbf{\frac{5}{8}}$이다.

5

목표| 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 1부터 10까지의 수 중에 3의 배수는 3, 6, 9의 3가지이므로 3의 배수가 나올 확률은 $\mathbf{\frac{3}{10}}$이다.

중/단/원 기본

1

목표| 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 1에서 20까지의 수 중에서 3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18의 6가지이고, 7의 배수는 7, 14의 2가지이므로 구하는 경우의 수는 $6+2=\mathbf{8}$이다.

2

목표| 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 세 개의 동전에서 나올 수 있는 경우는 앞면과 뒷면으로 각각 2가지이다. 따라서 구하는 경우의 수는 $2\times2\times2=\mathbf{8}$이다.

교과서 216 쪽

중/단/원 기본

경우의 수 **1** 1에서 20까지의 숫자가 각각 적힌 20장의 카드가 있다. 이 카드 중에서 임의로 한 장을 뽑을 때, 3의 배수 또는 7의 배수가 적힌 카드가 나오는 경우의 수를 구하여라.

경우의 수 **2** 50원짜리, 100원짜리, 500원짜리 동전 한 개씩을 동시에 던질 때, 나올 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라.



경우의 수 **3** A, B, C, D 4명의 후보가 있을 때, 다음을 구하여라.

(1) 대의원 2명을 뽑는 경우의 수

(2) 회장 1명과 부회장 1명을 뽑는 경우의 수



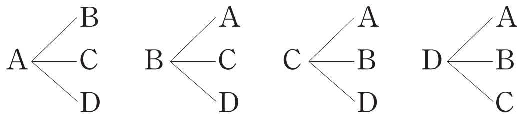
확률의 뜻 **4** 숫자 1, 2, 3이 각각 적힌 3장의 카드가 있다. 이 카드에서 두 장을 뽑아 카드에 적힌 숫자로 두 자리 정수를 만들 때, 그 정수가 3의 배수일 확률을 구하여라.

확률의 뜻 **5** 주사위 한 개와 동전 한 개를 동시에 던질 때, 주사위는 소수의 눈, 동전은 앞면이 나올 확률을 구하여라.

3

목표| 4명 중에서 2명을 뽑을 때, 순서를 생각하지 않는 경우와 순서를 생각해야 하는 경우 각각에 대하여 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이|



(1) 4명 중에서 2명을 뽑는 경우의 수는 $4\times3=12$이다.
이 중에서 대의원 2명의 자격이 같으므로 (A, B), (B, A)는 같은 경우이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $12\div2=\mathbf{6}$이다.

(2) 회장 1명을 뽑는 경우의 수는 4이고, 그 각각에 대하여 부회장 1명을 뽑는 경우의 수는 3이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $4\times3=\mathbf{12}$이다.

4

목표| 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 장의 카드를 뽑아 만들 수 있는 두 자리 정수는 모두 $3\times2=6$(가지)이다. 이때 두 자리 정수가 3의 배수인 경우는 12, 21의 2가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{6}=\mathbf{\frac{1}{3}}$이다.

5

목표| 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주사위 한 개와 동전 한 개를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우는 $6\times2=12$(가지)이다.
이때 주사위는 소수의 눈이 나오고 동전은 앞면이 나오는 경우는 (2, 앞), (3, 앞), (5, 앞)의 3가지이다.

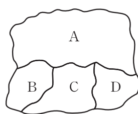
따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{12}=\mathbf{\frac{1}{4}}$이다.

교과서 217 쪽

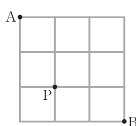
중/단/원 실력

• 이웃한 나라가 많은 순서대로 칠한다.

1 오른쪽 그림과 같은 지도에서 각 나라 A, B, C, D에 빨강, 노랑, 초록, 파랑으로 색을 칠하려고 한다. 같은 색을 몇 번이든 사용해도 좋으나 이웃한 나라는 다른 색으로 칠하려고 할 때, 색을 칠하는 방법의 수를 구하여라.



2 오른쪽 그림과 같은 도로에서 A 지점을 출발하여 P 지점을 거쳐 B 지점으로 가려고 한다. 이때 최단 거리로 가는 방법의 수를 구하여라.



• 미지수가 2개인 연립일차방정식을 이용한다.

3 주머니 속에 모양과 크기가 같은 빨간 구슬이 5개, 노란 구슬이 x개, 파란 구슬이 y개 들어 있다. 이 중에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼낼 때 빨간 구슬이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$, 노란 구슬이 나올 확률은 $\frac{2}{5}$라고 한다. x, y의 값을 구하여라.

4 상자 안에 1에서 5까지의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드가 들어 있는데 여기서 한 장을 뽑고 다시 넣기를 두 번 반복한다고 한다. 처음 뽑은 카드에 적힌 숫자를 x, 나중에 뽑은 카드에 적힌 숫자를 y라고 할 때, $3x+y>18$이 될 확률을 구하여라.

중/단/원 실력

1

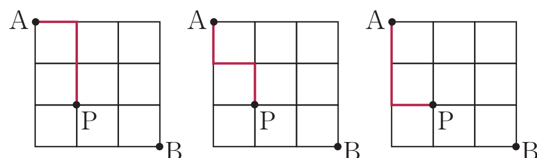
목표| 사건 A와 B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| A에 칠할 수 있는 색은 4가지
B에 칠할 수 있는 색은 A에 칠한 색을 제외한 3가지
C에 칠할 수 있는 색은 A와 B에 칠한 색을 제외한 2가지
D에 칠할 수 있는 색은 A와 C에 칠한 색을 제외한 2가지
따라서 색을 칠하는 방법의 수는 $4\times3\times2\times2=\mathbf{48}$이다.

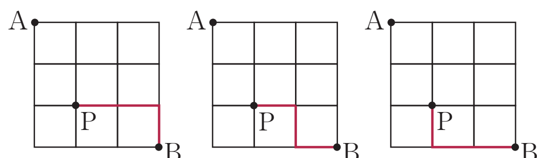
2

목표| 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| A 지점에서 P 지점까지 최단 거리로 가는 방법은 다음 그림과 같이 3가지이다.



또 P 지점에서 B 지점까지 최단 거리로 가는 방법은 다음 그림과 같이 3가지이다.



따라서 A 지점을 출발하여 P 지점을 거쳐 B 지점까지 최단 거리로 가는 방법의 수는
$3\times3=\mathbf{9}$이다.

3

목표| 확률을 이용하여 x, y의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 빨간 구슬이 나올 확률은 $\frac{5}{5+x+y}=\frac{1}{3}$

$15=5+x+y$, $x+y=10$ ······ ①

노란 구슬이 나올 확률은 $\frac{x}{5+x+y}=\frac{2}{5}$

$5x=10+2x+2y$, $3x-2y=10$ ······ ②

①, ②를 연립하여 풀면 $\boldsymbol{x=6}$, $\boldsymbol{y=4}$

4

목표| 부등식을 만족시키는 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 전체 경우는 $5\times5=25$(가지)이고 x, y가 1에서 5까지의 자연수일 때, 주어진 부등식을 만족하는 경우는 $(5,\ 4)$, $(5,\ 5)$의 2가지이므로 구하는 확률은 $\mathbf{\frac{2}{25}}$이다.

2 확률의 성질과 계산

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 확률의 기본 성질을 이해하게 한다.
② 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.
③ 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.
④ 확률을 계산할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
2-1 확률의 성질	확률의 범위
	사건 A가 일어나지 않을 확률
2-2 확률의 계산	사건 A 또는 B가 일어날 확률의 계산
	사건 A와 B가 동시에 일어날 확률의 계산
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 218 쪽

2 확률의 성질과 계산

눈이 올 확률?

준|비|학|습

경우의 수
일어날 수 있는 경우의 가짓수

1 1에서 50까지의 숫자가 각각 적혀 있는 50개의 제비가 들어 있는 상자 안에서 한 개의 제비를 꺼낼 때, 다음을 구하여라.



(1) 3의 배수가 나오는 경우의 수
(2) 7의 배수 또는 8의 배수가 나오는 경우의 수

확률
어떤 사건이 일어날 확률은
$\frac{\text{(어떤 사건이 일어나는 경우의 수)}}{\text{(일어날 수 있는 모든 경우의 수)}}$

2 다음은 서로 다른 두 개의 주사위를 던질 때, 나올 수 있는 눈의 수의 모든 경우를 나타낸 것이다. 물음에 답하여라.

6	(1, 6)	(2, 6)	(3, 6)	(4, 6)	(5, 6)	(6, 6)
5	(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)	(6, 5)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)	(6, 4)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	(6, 3)
2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	(6, 2)
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)
	1	2	3	4	5	6

(1) 나올 수 있는 모든 경우의 수를 구하여라.
(2) 두 눈의 합이 2 이상 4 미만이 되는 것에 ◯표 하고, 이 경우의 확률을 구하여라.

준비 학습의 해설

1

목표| 경우의 수의 뜻을 알고, 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 상자 안에 들어 있는 50개의 제비 중에서 3의 배수는 3, 6, 9, ⋯, 48의 16가지이다. 따라서 구하는 경우의 수는 **16**이다.

(2) 상자 안에 7의 배수는 7, 14, ⋯, 49의 7가지이고 8의 배수는 8, 16, ⋯, 48의 6가지이므로 7의 배수 또는 8의 배수가 나올 경우의 수는 7+6=**13**이다.

2

목표| 어떤 일이 일어나는 경우를 빠짐없이 세어서 경우의 수를 구하고, 그것을 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) **36**

(2)

6	(1, 6)	(2, 6)	(3, 6)	(4, 6)	(5, 6)	(6, 6)
5	(1, 5)	(2, 5)	(3, 5)	(4, 5)	(5, 5)	(6, 5)
4	(1, 4)	(2, 4)	(3, 4)	(4, 4)	(5, 4)	(6, 4)
3	(1, 3)	(2, 3)	(3, 3)	(4, 3)	(5, 3)	(6, 3)
2	(1, 2)	(2, 2)	(3, 2)	(4, 2)	(5, 2)	(6, 2)
1	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)
	1	2	3	4	5	6

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\mathbf{\frac{1}{12}}$이다.

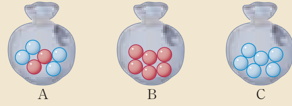
교과서 219 쪽

2-1 확률의 성질

● 확률의 기본 성질을 이해한다.

확률에는 어떤 성질이 있는가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 A, B, C 3개의 주머니에 모양과 크기가 같은 빨간 공과 파란 공이 들어 있다. 물음에 답하여 보자.



1 A 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 그것이 파란 공일 확률을 구하여 보자.
2 B 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 파란 공이 나올 가능성이 있는가?
3 C 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 그것이 파란 공일 확률을 구하여 보자.

탐구 활동의 A 주머니에 들어 있는 6개의 공 중에서 파란 공이 4개이므로 A 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 파란 공이 나올 확률은

$$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

❶ B 주머니에는 빨간 공만 6개 들어 있고, 파란 공은 들어 있지 않으므로 B 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 파란 공이 나올 확률은

$$\frac{0}{6}=0 \quad \cdots\cdots ①$$

❷ C 주머니에는 파란 공만 6개 들어 있으므로 C 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 파란 공이 나올 확률은

$$\frac{6}{6}=1 \quad \cdots\cdots ②$$

이다.

2. 사건 A가 일어날 확률을 p라고 할 때, 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$이다. 이때 여사건이라는 용어는 사용하지 않도록 한다.

3. 확률은 경우의 수를 바탕으로 구할 수 있는 간단한 소재로 다루도록 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 반드시 일어나는 사건의 확률, 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률을 통하여 확률의 범위를 알게 하려는 것이다.

1. 6개의 공에서 파란 공이 4개이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{6}=\mathbf{\frac{2}{3}}$이다.

2. 6개의 공에서 파란 공은 없으므로 파란 공이 나올 **가능성은 없다.**

3. 6개의 공이 모두 파란 공이므로 구하는 확률은 $\frac{6}{6}=\mathbf{1}$이다.

2-1 확률의 성질

소단원 지도 목표

① 사건 A가 일어날 확률을 p라고 하면 $0\le p\le 1$이고, 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$임을 알게 한다.
② 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이고, 반드시 일어나는 사건의 확률은 1임을 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 구체적인 예를 통하여 어떤 사건이 일어날 확률 p는 $0\le p\le 1$임을 이해하게 한다. 또 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이고, 절대로 일어나지 않는 사건의 확률은 0임을 예를 들어 설명한다.

본문 해설

❶ 어떤 사건이 일어나는 모든 경우의 수를 n이라고 하면 절대로 일어날 수 없는 사건의 경우의 수는 0이므로

$$(\text{확률})=\frac{0}{n}=0$$

따라서 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이다.

❷ 어떤 사건이 일어나는 모든 경우의 수를 n이라고 하면 반드시 일어나는 사건의 경우의 수는 n이므로

$$(\text{확률})=\frac{n}{n}=1$$

따라서 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.

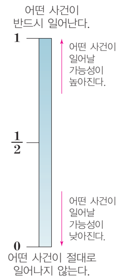
목표| 확률의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 10개의 사탕 중에서 포도 맛 사탕이 3개이므로 한 개의 사탕을 꺼낼 때, 포도 맛 사탕이 나올 확률은 $\frac{3}{10}$이다.

(2) 10개의 사탕 중에서 포도 맛 사탕은 없으므로 한 개의 사탕을 꺼낼 때, 포도 맛 사탕이 나올 확률은 $\frac{0}{10}=0$이다.

(3) 10개의 사탕이 모두 포도 맛 사탕이므로 한 개의 사탕을 꺼낼 때, 포도 맛 사탕이 나올 확률은 $\frac{10}{10}=1$이다.

교과서 220 쪽



이때 ①은 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률이고, ②는 반드시 일어나는 사건의 확률이다.

따라서 어떤 사건이 일어날 확률은 0 이상 1 이하임을 알 수 있다.

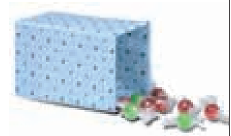
일반적으로 확률에는 다음과 같은 성질이 있다.

확률의 성질 [1]
(1) 어떤 사건이 일어날 확률을 p라고 하면 $0 \le p \le 1$이다.
(2) 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이다.
(3) 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다.

문제

상자 안에 모양과 크기가 같은 포도 맛 사탕과 딸기 맛 사탕이 10개 들어 있고, 그중에 포도 맛 사탕이 다음과 같이 섞여 있다. 이 상자에서 임의로 한 개의 사탕을 꺼낼 때, 그것이 포도 맛 사탕일 확률을 각각 구하여라.

(1) 3개 (2) 0개 (3) 10개



한 개의 주사위를 던질 때, 나온 눈이 3의 배수가 아닐 확률을 구하여 보자.

3의 배수의 눈이 나오는 경우는 3, 6의 2가지이므로 3의 배수일 확률은

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$$

이다.

3의 배수의 눈이 나오지 않는 경우는 $(6-2)$가지이므로 나온 눈이 3의 배수가 아닐 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}(\text{3의 배수가 아닐 확률}) &= \frac{6-2}{6} \\ &= 1-\frac{2}{6} \\ &= 1-\frac{1}{3} = 1-(\text{3의 배수일 확률})\end{aligned}$$

즉, 3의 배수가 아닐 확률은 $1-$(3의 배수일 확률)임을 알 수 있다.

읽/기/자/료 혈액형에서의 확률

19세기경부터 사람 사이의 수혈이 시작되었지만 이때는 혈액형에 대한 지식이 부족하였다. 1901년에 들어서 ABO식 혈액형을, 1940년에 Rh식 혈액형을 발견하여 안전한 수혈을 할 수 있었다. 2006년까지 알려진 혈액형의 종류는 대략 500종이다. 흔히 O형은 A형, B형, AB형 모두에게 수혈해 줄 수 있다고 알고 있지만 급한 경우가 아니면 같은 혈액형이어야 부작용이 적다. 병원에서는 원칙적으로 같은 혈액형만 수혈을 한다.

현재 우리나라 사람의 혈액형 중 O형의 비율은 28 % 정도로 알려져 있다. 따라서 우리나라 사람 한 명이 O형일 확률은

$\frac{28}{100}=\frac{7}{25}$이다.

또 우리나라 사람의 혈액형 중 Rh+의 비율은 99.9 % 정도로 알려져 있다. 따라서 우리나라 사람 한 명이 Rh+일 확률은

$\frac{999}{1000}$이고, Rh−일 확률은 $\frac{1}{1000}$이다.

기/초/력 향상 문제

1 1, 3, 5, 7, 9의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드에서 1장을 뽑을 때, 다음을 구하여라.
(1) 짝수가 적힌 카드가 나올 확률
(2) 홀수가 적힌 카드가 나올 확률

2 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 다음을 구하여라.
(1) 눈의 수의 합이 13이 될 확률
(2) 눈의 수의 합이 2 이상이 될 확률

답 **1** (1) 0 (2) 1 **2** (1) 0 (2) 1

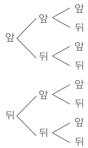
일반적으로 확률에는 다음과 같은 성질이 있다.

❶ 의 성질 [2]
A가 일어날 확률을 p라고 하면
(사건 A가 일어나지 않을 확률)$=1-p$

문제 2 현지와 영재가 배드민턴 시합을 하기로 하였다. 현지가 이길 확률이 40 %라고 하면 영재가 이길 확률은 몇 %인지 구하여라. (단, 이 시합에서 비기는 경우는 없다.)



예제 1 세 개의 동전을 동시에 던질 때, 적어도 한 개는 앞면이 나올 확률을 구하여라.



풀이 '적어도 한 개는 앞면이 나온다.'는 것은 세 개 모두 뒷면이 나오는 것을 제외한 경우이다.
이때 모든 경우의 수는 8이고, 세 개 모두 뒷면이 나오는 경우의 수는 1이므로 세 개 모두 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{8}$이다.
따라서 구하는 확률은

$$1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

답 $\frac{7}{8}$



문제 3 1에서 5까지의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드에서 동시에 두 장을 뽑을 때, 적어도 한 장은 짝수가 나올 확률을 구하여라.



의사소통 일상생활에서 확률이 0 또는 1이 되는 경우를 각각 말하여 보자.

본문 해설

❶ 한 시행에서 사건 A에 대하여 A가 일어나지 않을 사건을 A의 여사건이라고 한다. 이때 구체적인 예를 통하여 확률의 성질을 말하고, 여사건이라는 용어를 사용하지는 않도록 한다.
일반적으로 '적어도'라는 말이 포함되어 있으면 확률의 성질을 이용하여 푸는 것이 쉽고 편리하다.

2

목표| 어떤 사건이 일어날 확률과 일어나지 않을 확률 사이의 관계를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 비기는 경우가 없으므로 영재가 이길 확률은 현지가 질 확률과 같다.
따라서 구하는 확률은 $100-40=\mathbf{60}(\%)$

3

목표| 어떤 사건이 일어날 확률과 일어나지 않을 확률 사이의 관계를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| '적어도 한 장은 짝수가 나온다.'는 것은 두 장 모두 홀수가 나오는 것을 제외한 경우이다.
이때 모든 경우는 (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)의 10가지이고, 홀수만 뽑는 경우는 (1, 3), (1, 5), (3, 5)의 3가지이므로 두 장 모두 홀수만 나올 확률은 $\frac{3}{10}$이다.
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$이다.

의/사/소/통

|출제 의도| 일상생활에서 절대로 일어나지 않을 사건, 반드시 일어나는 사건을 찾아봄으로써 각각의 확률이 0 또는 1이 되는 경우를 이해하도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 확률이 0인 경우: 해가 서쪽에서 뜰 확률, 형이 나보다 나이가 적어질 확률,⋯
확률이 1인 경우: 해가 동쪽에서 뜰 확률, 내년에 한 살 더 먹을 확률,⋯

지/도/자/료 사건 A가 일어나지 않을 확률

사건 A가 일어날 확률을 p, 사건 A가 일어나지 않을 확률을 r라고 할 때 확률 r를 구하기 위해 $r=1-p$를 이용하는 경우가 많다.
이때 학생들은 확률 p를 구하는 것에만 집중하여 확률 p를 구하고, 정답도 확률 p로 답하는 경우가 있다. 즉, $1-p$를 계산하지 않은 오답이 많다. 따라서 $r=1-p$를 이용할 때, 1에서 빼는 것을 빠뜨리지 않도록 하고, 최종적으로 구하고자 하는 답을 생각하며 풀 수 있도록 지도한다.

2-2 확률의 계산

소단원 지도 목표

① 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

② 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. '또는'의 의미를 구체적인 예를 통하여 이해하게 하고, 계산 원리가 이해되면 형식화하도록 한다. 이때 '합의 법칙'이란 용어는 사용하지 않도록 한다.

2. '그리고'의 의미를 구체적인 예를 통하여 이해하게 하고, 계산 원리가 이해되면 형식화하도록 한다. 이때 '곱의 법칙'이란 용어는 사용하지 않도록 한다.

3. '동시에 일어나지 않는다.', '서로 영향을 끼치지 않는다.'의 의미를 설명하고, '배반사건', '독립사건'이란 용어는 사용하지 않도록 한다.

교과서 222 쪽

2-2 확률의 계산

● 확률을 계산할 수 있다.

사건 A 또는 B가 일어날 확률은 어떻게 구하는가?

창의력 기르기 유전 법칙

생물의 유전 법칙을 수학 이론으로 설명하기도 한다. 오스트리아의 생물학자인 멘델(Mendel, G. J.: 1822~1884)이 이와 같은 연구를 처음 시도하였으며 그의 연구는 오늘날 유전학의 시초가 되었다. 오른쪽 그림은 보라색(P)과 흰색(w)의 유전 인자를 가진 두 꽃에서 얻은 씨앗에서 피는 꽃의 색과 유전 인자를 나타낸 것이다.

보라색(P) 흰색(w)
보라색(P): PP, Pw
흰색(w): wP, ww

탐구 활동 창의력 기르기를 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1 보라색 꽃이 필 확률을 구하는 방법을 여러 가지로 생각하여 보자.

2 유전 인자가 같은 보라색 꽃이 필 확률을 구하여 보자.

3 유전 인자가 다른 보라색 꽃이 필 확률을 구하여 보자.



각 면에 1에서 12까지의 숫자가 각각 적힌 정십이면체 모양의 주사위 한 개를 한 번 던질 때, 3 이하의 눈 또는 9 이상의 눈이 나올 확률을 구하여 보자.

3 이하의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3의 3가지이고, 9 이상의 눈이 나오는 경우는 9, 10, 11, 12의 4가지이므로 3 이하의 눈 또는 9 이상의 눈이 나오는 경우의 수는

$$3+4=7$$

이다. 따라서 3 이하의 눈 또는 9 이상의 눈이 나올 확률은

$$\frac{3+4}{12}=\frac{3}{12}+\frac{4}{12}=\frac{7}{12}$$

이다.

창의력 기르기 참/고/자/료

유전학의 아버지라고 불리는 멘델은 주름진 완두와 둥근 완두를 교배시키는 실험을 통해 그 결과를 통계적으로 정리하면서 완두의 유전에 일정한 법칙이 있음을 발견하였다. 다양한 연구를 통해 멘델의 유전 법칙에 예외가 있다는 것이 밝혀지게 되었지만, 멘델의 유전 법칙은 수학적 분석법을 도입함으로써 생물학을 객관적인 과학으로 확립시키는 데 크게 기여하였다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 두 가지 색의 유전 인자의 결합을 통해 피는 꽃의 색과 유전 인자의 확률을 생각함으로써 어떤 두 사건이 동시에 일어나거나 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 알게 하려는 것이다.

1. 〈방법 1〉 모든 경우는 PP, Pw, wP, ww의 4가지이고, 이 중에서 보라색 꽃이 피는 경우의 유전 인자는 PP, Pw, wP의 3가지이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{4}$이다.

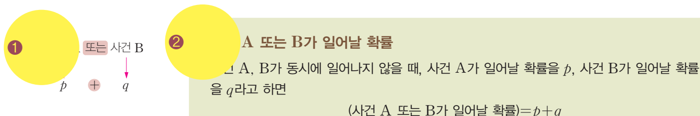
〈방법 2〉 적어도 하나의 유전 인자 P가 있을 확률은 1−(모든 유전 인자가 w일 확률)이다.
모든 유전 인자가 w인 경우는 ww의 1가지이므로 그 확률은 $\frac{1}{4}$이다. 따라서 구하는 확률은 $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

2. 유전 인자가 같은 보라색 꽃의 유전 인자는 PP의 1가지이므로 구하는 확률은 $\frac{1}{4}$이다.

3. 유전 인자가 다른 보라색 꽃의 유전 인자는 Pw, wP의 2가지이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$이다.

즉, 3 이하의 눈 또는 9 이상의 눈이 나올 확률은 3 이하의 눈이 나올 확률과 9 이상의 눈이 나올 확률의 합과 같음을 알 수 있다.

일반적으로 다음이 성립한다.



A 또는 B가 일어날 확률

A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p, 사건 B가 일어날 확률을 q라고 하면

(사건 A 또는 B가 일어날 확률)$=p+q$

예 제 1 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 4 또는 8이 될 확률을 구하여라.

● 풀이 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 36이다. 그런데 눈의 합이 4가 되는 경우는

(1, 3), (2, 2), (3, 1)

의 3가지이므로 눈의 합이 4가 되는 확률은 $\frac{3}{36}$이다.

또 눈의 합이 8이 되는 경우는

(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)

의 5가지이므로 눈의 합이 8이 될 확률은 $\frac{5}{36}$이다.

따라서 눈의 합이 4 또는 8이 될 확률은

$$\frac{3}{36}+\frac{5}{36}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$$

답 ● $\frac{2}{9}$

문제 1 각 면에 1에서 20까지의 숫자가 각각 적힌 정이십면체 모양의 주사위 한 개를 한 번 던질 때, 5의 배수 또는 6의 배수의 눈이 나올 확률을 구하여라.



문제 2 1에서 5까지의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드에서 2장의 카드를 동시에 뽑을 때, 적힌 수의 차가 2 또는 3이 될 확률을 구하여라.

1

목표| 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 정이십면체를 던졌을 때 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 20이다. 그런데 5의 배수의 눈이 나오는 경우는 5, 10, 15, 20의 4가지이므로 5의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{4}{20}$이다.

또 6의 배수의 눈이 나오는 경우는 6, 12, 18의 3가지이므로 6의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{20}$이다.

따라서 5의 배수 또는 6의 배수가 나올 확률은

$$\frac{4}{20}+\frac{3}{20}=\mathbf{\frac{7}{20}}$$

본문 해설

❶ '또는', '이거나'의 뜻을 포함하는 확률을 구할 때, 반드시 두 사건이 동시에 일어나지 않음을 확인해야 한다.

❷ 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 또는 B가 일어날 확률은 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수를 통하여 이해하게 하고 그 계산 원리가 이해되면 형식화하도록 한다. 즉, 확률의 계산에서는 (1)을 이해하고, (2)와 같이 간단히 계산한다.

(1) $\frac{(\text{사건 A 또는 B의 경우의 수})}{(\text{모든 경우의 수})}$

$=\frac{(\text{사건 A의 경우의 수})+(\text{사건 B의 경우의 수})}{(\text{모든 경우의 수})}$

(2) (사건 A의 확률)+(사건 B의 확률)

2

목표| 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 5장의 카드에서 2장의 카드를 뽑는 모든 경우는 (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (3, 4), (3, 5), (4, 5)의 10가지이다.

이때 카드에 적힌 수의 차가 2인 경우는 (1, 3), (2, 4), (3, 5)의 3가지이므로 적힌 수의 차가 2가 될 확률은 $\frac{3}{10}$이다.

또 카드에 적힌 수의 차가 3인 경우는 (1, 4), (2, 5)의 2가지이므로 적힌 수의 차가 3이 될 확률은 $\frac{2}{10}$이다.

따라서 적힌 수의 차가 2 또는 3이 될 확률은

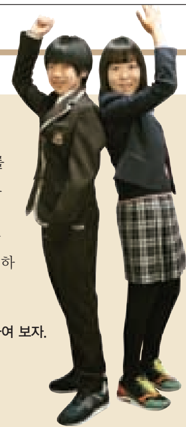
$$\frac{3}{10}+\frac{2}{10}=\frac{1}{2}$$

창의력 기르기 참/고/자/료

세계 가위바위보 협회(World RPS)는 1918년 설립되었으며, 2002년부터는 세계 선수권 대회를 개최하고 있다. 그 전까지 단지 재미 삼아 가위바위보를 하던 사람들에겐 당혹감을 주기도 했지만 건전한 게임 문화로 발전하고 있다.
이 밖에 보다 자세한 정보는 다음 사이트에서 확인할 수 있다.
http://www.worldrps.com
http://www.rpskorea.co.kr

교과서 224 쪽

사건 A와 B가 동시에 일어날 확률은 어떻게 구하는가?



창의력 기르기

가위바위보

가위바위보는 어떤 놀이에서 순서를 정하거나 술래를 고를 때, 널리 사용하는 게임이다. 2004년 가위바위보 게임의 우수성과 건전성을 인식하여 국민 정서 건강의 향상과 건전한 게임 문화의 육성을 목적으로 한국 가위바위보 협회가 설립되어 가위바위보 대회를 개최하고 있다.

탐구 활동

지연이와 승철이가 가위바위보를 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1 지연이가 가위를 낼 확률은 얼마인가?
2 승철이가 가위를 낼 확률은 얼마인가?
3 지연이와 승철이가 모두 가위를 낼 확률은 얼마인가?

탐구 활동에서 지연이가 가위를 내는 경우는 1가지이고, 승철이가 가위를 내는 경우도 1가지이다. 따라서 지연이와 승철이가 가위바위보를 할 때, 두 사람 모두 가위를 내는 경우의 수는

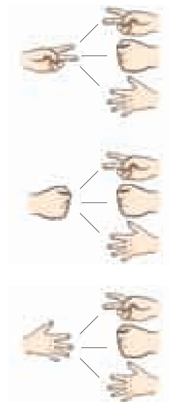
$$1\times1=1$$

이다. 한편 두 사람이 가위바위보를 할 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $3\times3=9$이므로 지연이와 승철이가 모두 가위를 낼 확률은

$$\frac{1\times1}{3\times3}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$$

이다.

즉, 이 확률은 지연이가 가위를 낼 확률 $\frac{1}{3}$과 승철이가 가위를 낼 확률 $\frac{1}{3}$의 곱과 같음을 알 수 있다.



탐구 활동의 이해

활동 목표 • 두 사람이 가위바위보를 할 때 같은 것을 낼 확률을 구해봄으로써 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 알게 하려는 것이다.

1. 지연이는 가위, 바위, 보 중 하나를 낼 수 있다.
따라서 가위를 낼 확률은 $\frac{1}{3}$이다.

2. 승철이는 가위, 바위, 보 중 하나를 낼 수 있다.
따라서 가위를 낼 확률은 $\frac{1}{3}$이다.

3. 두 사람이 가위바위보를 할 때, 나올 수 있는 모든 경우는 다음 표와 같이 9가지이다.

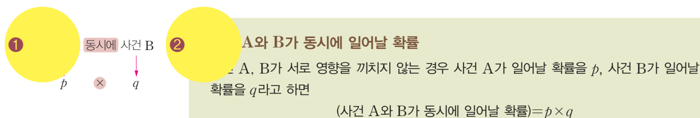
지연	가위	가위	가위	바위	바위	바위	보	보	보
승철	가위	바위	보	가위	바위	보	가위	바위	보

이때 두 사람 모두 가위를 내는 경우는 1가지이므로 구하는 확률은 $\frac{1}{9}$이다.

읽/기/자/료 확률의 기원

확률의 역사는 중세 유럽에서 귀족 사회의 놀이였던 주사위, 카드 등의 도박에 그 기원을 두고 있다.
이탈리아의 수학자 파촐리(Pacioli, L.: 1445~1517)는 그의 저서에서 두 사람이 주사위 게임을 하다가 중지한 경우에 판돈을 어떻게 분배하면 공평한지에 대한 득점 문제를 소개하였는데, 파촐리는 이 문제를 잘못 풀었다고 전해진다.
그러나 확률의 참다운 연구는 17세기 파스칼(Pascal, B.: 1623~1662)과 페르마(Fermat, P.: 1601~1665)가 득점 문제와 주사위 문제에 관하여 서신을 주고받으면서 본격적으로 시작되었다.

일반적으로 다음이 성립한다.



A와 B가 동시에 일어날 확률

A, B가 서로 영향을 끼치지 않는 경우 사건 A가 일어날 확률을 p, 사건 B가 일어날 확률을 q라고 하면

(사건 A와 B가 동시에 일어날 확률)$=p\times q$

예제 2

주머니 속에 모양과 크기가 같은 빨간 구슬 2개, 파란 구슬 3개, 흰 구슬 5개가 들어 있다. 먼저 주현이가 한 개를 꺼내 확인하고 다시 넣은 후 병호가 한 개를 꺼낼 때, 주현이는 흰 구슬을 꺼내고 병호는 파란 구슬을 꺼낼 확률을 구하여라.

풀이 주현이가 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $2+3+5=10$이고 흰 구슬을 꺼내는 경우의 수는 5이다.

따라서 주현이가 흰 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$이다.

또 병호가 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 10이고 파란 구슬을 꺼내는 경우의 수는 3이다.

따라서 병호가 파란 구슬을 꺼낼 확률은 $\frac{3}{10}$이다.

그러므로 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{3}{10}=\frac{3}{20}$이다.

답 $\frac{3}{20}$

문제 3 500원짜리 동전 한 개와 100원짜리 동전 한 개를 동시에 던질 때, 둘 다 앞면이 나올 확률을 구하여라.

발전 **문제 4** 5개의 제비 중에 2개의 당첨 제비가 있다. 먼저 혜정이가 한 개를 뽑아 확인하고 다시 넣은 후 선호가 한 개를 뽑을 때, 혜정이는 당첨되고 선호는 당첨되지 않을 확률을 구하여라.



본문 해설

❶ '동시에' 일어난다는 것은 같은 시간에 일어난다는 것뿐만 아니라 두 사건 A, B가 모두 일어난다는 것도 의미한다. 즉, 사건 A가 일어나는 각각에 대하여 사건 B가 일어난다는 뜻이다.

❷ 사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않는 경우, 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률은 사건 A와 B가 동시에 일어나는 경우의 수를 통하여 이해하게 하고 그 계산 원리가 이해되면 형식화하도록 한다.

3

목표| 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 500원짜리 동전을 던졌을 때 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이고, 100원짜리 동전을 던졌을 때 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이므로 둘 다 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{1}{4}}$이다.

4

목표| 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 혜정이가 한 개의 제비를 뽑을 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 5이고 당첨 제비를 뽑는 경우의 수는 2이므로 혜정이가 당첨될 확률은 $\frac{2}{5}$이다.

또 선호가 한 개의 제비를 뽑을 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 5이고 당첨 제비가 아닌 것을 뽑는 경우의 수는 3이므로 선호가 당첨되지 않을 확률은 $\frac{3}{5}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{3}{5}=\mathbf{\frac{6}{25}}$

기/초/력 향상 문제

1 두 개의 ○, × 문제 각각에 대하여 임의로 ○ 또는 ×라고 답했을 때 두 문제 모두 맞힐 확률을 구하여라.

2 두 개의 주사위를 동시에 던졌을 때, 두 눈이 모두 짝수가 나올 확률을 구하여라.

답 **1** $\frac{1}{4}$ **2** $\frac{1}{4}$

5

|출제 의도| 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 구하는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 동시에 일어나는 두 사건에서 확률을 계산할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

예시| 주사위 한 개와 동전 한 개를 동시에 던질 때, 주사위는 짝수의 눈이 나오고 동전은 앞면이 나올 확률을 구하여라.

풀이| 주사위를 한 개 던졌을 때 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이고, 동전 한 개를 던졌을 때 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

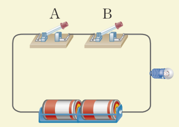
따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\mathbf{\frac{1}{4}}$이다.

교과서 226 쪽

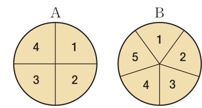


함께 만들어요 문제 5 주사위 한 개와 동전 한 개를 동시에 던질 때, 확률을 구하는 문제를 만들고 풀어 보아라.

창의 UP 오른쪽 그림과 같은 전기 회로에서 스위치 A, B가 닫힐 확률이 각각 $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$일 때, 전구에 불이 들어올 확률을 구하는 방법을 설명하여라.



문제해결 오른쪽 그림과 같이 4등분이 되어 있는 원판 A에는 1, 2, 3, 4의 숫자가 적혀 있고, 5등분이 되어 있는 원판 B에는 1, 2, 3, 4, 5가 적혀 있다. 두 개의 원판을 하나씩 차례대로 돌린 후 화살을 쏘았을 때, 화살이 두 원판 모두 소수가 적힌 부분에 맞힐 확률을 구하여 보자.(단, 화살은 원판을 반드시 맞히며 경계선에 닿는 경우는 없다.)



수학이 만난 세상 속 직업 이야기

기상학자

기상학자는 다양한 방법으로 기후에 관한 자료를 수집하고, 이를 분석하여 일기를 예측한다. 기상학자들은 기류의 방향과 속도, 기압, 온도, 습도 및 기타 여러 가지 현상을 조사하고 탐구하여 대기 상황에 관한 자료를 근거로 기상도를 만든다. 기상도를 바탕으로 하는 일기 예보에는 대기 현상 자체에 대한 내용과 대기 상태의 변화에 따른 폭풍이나 홍수 등의 내용이 포함된다. 보다 정확한 일기 예보를 위하여 기상학자들은 통계와 확률을 적극 활용하고 있다.



창의 UP

|출제 의도| 다양한 소재의 문제 상황을 활용하여 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 해결할 수 있게 하기 위한 문제이다.

풀이| 전구에 불이 들어오려면 스위치 A와 B가 모두 닫혀 있어야 한다. 따라서 전구에 불이 들어올 확률은 스위치 A, B가 모두 닫힐 확률과 같으므로

$\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}=\mathbf{\frac{4}{15}}$이다.

문/제/해/결

|출제 의도| 넓이를 이용하여 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있게 하기 위한 문제이다.

풀이| 원판 A의 경우 소수가 2, 3이므로 소수 부분에 맞을 확률은 $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$이고 원판 B의 경우 소수가 2, 3, 5이므로 소수 부분에 맞을 확률은 $\frac{3}{5}$이다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$이다.

직/업/관/련/자/료 기상학자

근무 환경 ● 기상 연구소, 기상청, 기업 등에서 기류의 방향, 속도, 기압, 온도, 습도 및 기타 현상을 조사, 탐구하여 대기의 성분, 구조 및 유동에 관하여 연구한다. 또 대기 중의 고체 및 액체 입자의 성질과 특성, 구름의 형성 과정과 강우 및 전기 방전과 같은 현상을 연구한다.

관련 학과 ● 대기과학, 대기환경학과

적성 및 흥미 ● 기본적으로 수학, 물리, 화학 등 자연 과학 교과목에 대한 흥미와 소질이 있어야 하며 새로운 것을 발견하려는 끊임없는 호기심과 창의력을 가진 사람에게 적합하다. 문제 해결을 위해 체계적으로 이치에 맞는 생각을 하고, 이를 풀어나갈 수 있는 논리적 사고 및 분석적 사고도 요구된다. 또 실험실에서 장시간 실험하고 분석하는 일이 많기 때문에 꼼꼼한 관찰력과 세밀함, 끈기 등이 필요하다.

전망 ● 최근 날씨 마케팅과 같은 새로운 경영 기법이 등장하는 등 인간의 경제, 사회 활동에서 기상의 중요성이 크게 인식되고 있으므로 이에 따른 기상 전문 인력에 대한 수요는 증가할 전망이다.

교과서 227 쪽

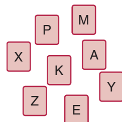
중 / 단 / 원 기초

> 어떤 사건이 일어날 확률을 p라고 하면 $0 \le p \le 1$이다.

1 한 개의 주사위를 던질 때, 다음을 구하여라.
(1) 4의 약수의 눈이 나올 확률
(2) 7의 배수의 눈이 나올 확률
(3) 한 자리 자연수의 눈이 나올 확률
(4) 5의 눈이 나오지 않을 확률

2 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 6 또는 10이 될 확률을 구하여라.

3 종이 봉투 속에 오른쪽 그림과 같은 알파벳 카드가 8장 들어 있다. 동전 한 개를 던지고, 봉투 속에서 알파벳 카드 한 장을 꺼낼 때, 동전은 뒷면, 알파벳 카드는 M, P, Z 중에서 하나가 나올 확률을 구하여라.



> 사건 A가 일어날 확률이 p일 때, 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$이다.

4 민경이는 내일 비가 오지 않으면 가족들과 나들이를 가기로 하였다. 내일 비가 올 확률이 $\frac{3}{10}$이라면, 내일 비가 오지 않아 나들이를 가게 될 확률을 구하여라.



5 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 주사위의 눈의 합이 3이 아닐 확률을 구하여라.

중/단/원 기초

1

목표| 확률의 성질을 이해할 수 있게 한다.

풀이| 한 개의 주사위를 던질 때, 나올 수 있는 경우의 수는 6이다.

(1) 4의 약수의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 4의 3가지이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{6}=\mathbf{\frac{1}{2}}$이다.

(2) 7의 배수의 눈이 나오는 경우는 없으므로 구하는 확률은 $\frac{0}{6}=\mathbf{0}$이다.

(3) 한 자리 자연수의 눈이 나오는 경우는 1, 2, 3, 4, 5, 6의 6가지이므로 구하는 확률은 $\frac{6}{6}=\mathbf{1}$이다.

(4) 5의 눈이 나오지 않을 확률은 1에서 5의 눈이 나올 확률을 빼면 되므로 $1-\frac{1}{6}=\mathbf{\frac{5}{6}}$이다.

2

목표| 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 눈의 합이 6인 경우는 (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)의 5가지이고, 눈의 합이 10인 경우는 (4, 6), (5, 5), (6, 4)의 3가지이다. 한편 두 개의 주사위를 던질 때, 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이므로 구하는 확률은 $\frac{5}{36}+\frac{3}{36}=\frac{8}{36}=\mathbf{\frac{2}{9}}$이다.

3

목표| 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 동전 한 개를 던질 때, 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다. 또 8장의 알파벳 카드 중에서 한 장을 꺼낼 때, M, P, Z 중에서 하나를 꺼낼 확률은 $\frac{3}{8}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}=\mathbf{\frac{3}{16}}$이다.

4

목표| 사건 A가 일어나지 않을 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 비가 올 확률이 $\frac{3}{10}$이므로 비가 오지 않을 확률은 $1-\frac{3}{10}=\mathbf{\frac{7}{10}}$이다.

5

목표| 사건 A가 일어나지 않을 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 $6\times6=36$이고, 두 주사위의 눈의 합이 3인 경우는 (1, 2), (2, 1)의 2가지이다.
따라서 두 주사위의 눈의 합이 3이 아닐 확률은 $1-\frac{2}{36}=\frac{34}{36}=\mathbf{\frac{17}{18}}$이다.

중/단/원 기본

1

목표| 확률의 성질을 이해할 수 있게 한다.

풀이| (1) 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $2\times2\times2\times2=16$이고 앞면이 한 개만 나오는 경우의 수는 4이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{16}=\mathbf{\frac{1}{4}}$

(2) 앞면이 적어도 한 개가 나올 확률은 1−(모두 뒷면이 나올 확률)과 같으므로 구하는 확률은

$1-\frac{1}{16}=\mathbf{\frac{15}{16}}$

교과서 228 쪽

중/단/원 기본

확률의 성질 **1** 네 개의 동전을 동시에 던질 때, 다음을 구하여라.

(1) 앞면이 한 개만 나올 확률

(2) 앞면이 적어도 한 개가 나올 확률



확률의 성질 **2** 1에서 7까지의 숫자가 각각 적힌 카드 7장이 있다. 이 중에서 현철이는 1, 3, 7이 적힌 카드를 가지고 있고, 소현이는 2, 4, 5, 6이 적힌 카드를 가지고 있다. 두 사람이 무심히 카드를 한 장씩 내려놓을 때, 현철이가 낸 카드의 수가 더 큰 확률을 구하여라.

확률의 계산 **3** 다음과 같이 숫자 카드가 들어 있는 두 상자에서 각각 한 장의 카드를 뽑을 때, 뽑은 카드의 두 수의 합이 4 또는 5일 확률을 구하여라.



확률의 계산 **4** 상자 안에 1에서 10까지의 숫자가 각각 적힌 10장의 카드가 들어 있다. 이 중에서 카드 한 장을 꺼내 숫자를 확인하고 다시 넣은 후 다시 한 장을 꺼낼 때, 처음에는 짝수가 나오고 두 번째에는 홀수가 나올 확률을 구하여라.

확률의 계산 **5** 오른쪽 그림과 같이 64개의 쌓기 나무를 쌓아서 정육면체를 만들었다. 이 정육면체의 겉면에 색칠을 하고 다시 흐트러뜨린 다음 쌓기 나무 한 개를 집었을 때, 적어도 한 면이 색칠된 쌓기 나무일 확률을 구하여라.



2

목표| 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 전체 경우의 수는 $3\times4=12$이고 (현철이가 낸 카드의 수, 소현이가 낸 카드의 수)로 순서쌍을 나타낼 때, 현철이가 낸 카드의 수가 더 큰 경우는 (3, 2), (7, 2), (7, 4), (7, 5), (7, 6)의 5가지이므로 구하는 확률은 $\mathbf{\frac{5}{12}}$이다.

3

목표| 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 나올 수 있는 경우는 모두 12가지이고 두 수의 합이 4가 되는 경우는 (0, 4), (1, 3)의 2가지이므로 확률은 $\frac{2}{12}$이고, 5가 되는 경우는 (0, 5), (1, 4), (2, 3)의 3가지이므로 확률은 $\frac{3}{12}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{12}+\frac{3}{12}=\mathbf{\frac{5}{12}}$

4

목표| 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 10장의 카드 중에서 짝수가 나오는 경우의 수는 5이므로 확률은 $\frac{5}{10}$이고, 홀수가 나오는 경우의 수는 5이므로 확률은 $\frac{5}{10}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{10}\times\frac{5}{10}=\mathbf{\frac{1}{4}}$

5

목표| 사건 A가 일어나지 않을 확률을 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 한 면도 색칠되지 않은 쌓기 나무는 모두 8개이다. 따라서 적어도 한 면이 색칠된 쌓기 나무일 확률은

1−(한 면도 색칠되지 않은 쌓기 나무일 확률)

$=1-\frac{8}{64}=1-\frac{1}{8}=\mathbf{\frac{7}{8}}$

교과서 229 쪽

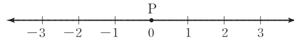
중/단/원 실력

• 먼저 여학생이 한 명도 뽑히지 않을 확률을 구하여 본다.

1 희수네 학교 영화 감상반의 2학년 학생 중에는 남학생과 여학생이 각각 4명씩 있다. 이번에 2학년 학생 중에서 대표 2명을 뽑기로 하였을 때, 2명의 대표 중에서 적어도 한 명은 남학생이 될 확률을 구하여라.

• 동전의 앞면이 2번, 뒷면이 1번 나올 때, 점 P의 좌표가 1이다.

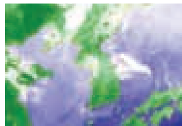
2 수직선 위에 점 P가 있다. 동전 한 개를 던져서 앞면이 나오면 오른쪽으로 1만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1만큼 움직이기로 하였다. 원점에서 시작하여 동전을 3번 던졌을 때, 점 P의 좌표가 1일 확률을 구하여라.



3 두 개의 접시에 만두가 각각 10개씩 놓여 있다. 이 중에서 김치 만두가 한 접시에는 5개, 다른 접시에는 3개가 있다. 각 접시에서 만두를 하나씩 집어서 먹을 때, 적어도 하나는 김치 만두일 확률을 구하여라.



4 기상 예보에 의하면 어느 도시에 내일 비가 올 확률은 80 %, 모레 비가 올 확률은 30 %라고 한다. 이때 다음을 구하여라. (단, 확률은 백분율로 나타내어라.)



(1) 내일, 모레 이틀 연속 비가 올 확률

(2) 내일, 모레 중 하루는 비가 오고, 다른 날은 비가 오지 않을 확률

중/단/원 실력

1

목표| 사건 A가 일어나지 않을 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 전체 8명 중에서 첫 번째 대표를 뽑는 경우는 8가지이고, 두 번째 대표를 뽑는 경우는 첫 번째 대표를 제외한 7가지이다. 따라서 모든 경우의 수는 $8\times7=56$이다. 이때 같은 경우가 2가지씩 나타나므로 대표 2명을 뽑는 모든 경우의 수는 $56\div2=28$이다.

같은 방법으로 여학생만 뽑는 경우의 수는 6이므로 대표 2명 모두 여학생이 뽑힐 확률은 $\frac{6}{28}=\frac{3}{14}$이다.

따라서 적어도 한 명은 남학생이 대표가 될 확률은

$1-\frac{3}{14}=\mathbf{\frac{11}{14}}$

2

목표| 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 동전을 세 번 던져 앞면 또는 뒷면이 나올 수 있는 경우의 수는 $2\times2\times2=8$이고 점 P가 수직선 위의 1의 위치에 올 수 있는 경우의 수는 (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞)의 3이다.

따라서 구하는 확률은 $\mathbf{\frac{3}{8}}$이다.

3

목표| 사건 A가 일어나지 않을 확률과 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 김치 만두가 5개 놓여 있는 접시에서 집은 만두가 김치 만두가 아닐 확률은 $\frac{5}{10}$이고, 김치 만두가 3개 놓여 있는 접시에서 집은 만두가 김치 만두가 아닐 확률은 $\frac{7}{10}$이므로 모두 김치 만두가 아닐 확률은

$\frac{5}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{7}{20}$

따라서 적어도 하나는 김치 만두일 확률은

$1-\frac{7}{20}=\mathbf{\frac{13}{20}}$

4

목표| 두 사건이 서로 영향을 끼치지 않는 경우의 두 사건이 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 내일, 모레 연속으로 비가 올 확률은

$\frac{8}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{24}{100}$

따라서 구하는 확률을 백분율로 나타내면 **24 %**

(2) 내일 비가 오고, 모레 비가 오지 않을 확률은

$\frac{8}{10}\times\left(1-\frac{3}{10}\right)=\frac{8}{10}\times\frac{7}{10}=\frac{56}{100}$

내일 비가 오지 않고, 모레 비가 올 확률은

$\left(1-\frac{8}{10}\right)\times\frac{3}{10}=\frac{2}{10}\times\frac{3}{10}=\frac{6}{100}$

구하는 확률은

$\frac{56}{100}+\frac{6}{100}=\frac{62}{100}$

따라서 구하는 확률을 백분율로 나타내면 **62 %**

수행 과제

● 수행 과제 의도

이 수행 과제는 평행선이 그려진 종이 위에 바늘을 던지는 실험을 여러 번하여 실제 π에 가까운 값을 구해봄으로써 확률의 개념은 실험을 통해 상대도수가 일정한 값에 가까워질 때의 값이라는 의미를 알게 하기 위한 것이다.

참고| 바닥에 바늘을 떨어뜨리는 실험에서 π의 값을 확률적으로 구하기 위해 다음의 식을 이용할 수 있다.

$$\pi=2\cdot\frac{(\text{바늘의 길이})\cdot(\text{바늘을 던진 총 횟수})}{(\text{평행선의 간격})\cdot(\text{눈금에 걸린 바늘의 개수})}$$

교과서 230 쪽

수행 과제

확률을 이용하여 π값 구하기

원은 삼각형, 사각형과 달리 둘레의 길이나 넓이를 구하기 위해서는 원의 지름에 대한 둘레의 비를 알아야만 한다. 이것을 원주율이라고 하고, π로 나타낸다.
1777년 프랑스의 뷔퐁(Buffon: 1707~1788)은 평행선들이 일정한 간격으로 그어진 평면에 바늘을 떨어뜨리는 문제를 고안하여 원주율 π를 확률적으로 계산하였다. 이 방법은 시행하는 횟수를 많이 할수록 실제 π에 가까운 값을 얻을 수 있다.

다음 그림과 같이 종이에 4 cm 간격으로 평행선을 긋고, 이쑤시개를 2 cm의 길이로 잘라서 만든 바늘을 종이 위에 떨어뜨려 보자.



과제 1 바늘을 50번, 70번, 100번 떨어뜨리는 실험을 하여 바늘이 선에 닿을 확률을 각각 구하여 보자.

과제 2 과제 1에서 구한 확률의 역수를 소수로 나타내고, 그것을 원주율 π의 값과 비교하여 보자. (단, 소숫점 아래 세째 자리에서 반올림한다.)

교과서 231 쪽

학습에 대한 자/기/평/가

이름: ______

점검 항목				
학습 내용	경우의 수를 구할 수 있는가?			
	확률의 의미와 그 기본 성질을 이해하였는가?			
	확률을 계산할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



선생님 의견

과제 1 _예시

바늘을 50번, 70번, 100번 떨어뜨렸을 때, 바늘이 선에 닿은 횟수가 각각 13번, 19번, 30번이었다면 각각의 확률은 $\frac{13}{50}$, $\frac{19}{70}$, $\frac{3}{10}$

과제 2 _예시

확률 $\frac{13}{50}$의 역수는 $\frac{50}{13}$이므로 약 3.85이다.

확률 $\frac{19}{70}$의 역수는 $\frac{70}{19}$이므로 약 3.68이다.

확률 $\frac{3}{10}$의 역수는 $\frac{10}{3}$이므로 약 3.33이다.

이 값들을 원주율 π의 값(약 3.14)과 비교해 보면 조금 차이가 나지만 시행하는 횟수가 많을수록 π의 값에 가까워진다.

참고| 바늘이 선에 닿을 확률은 $\frac{1}{\pi}$이 됨이 알려져 있다.

교과서 232 쪽

Ⅵ. 확률

대단원 핵심 한눈에 보기

① 경우의 수

사건과 경우의 수	(1) 사건: 실험이나 관찰에 의하여 일어나는 결과 예 주사위를 한 번 던질 때 '5의 눈이 나온다.', '짝수의 눈이 나온다.' (2) 경우의 수: 사건이 일어나는 가짓수 예 주사위를 한 번 던질 때, 짝수의 눈이 나오는 경우의 수는 2, 4, 6의 3이다.
	(1) 사건 A, B가 일어나는 경우의 수가 각각 m, n이고, 사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수는 $m+n$ (2) 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m \times n$

② 확률의 뜻

확률	(1) 같은 조건 아래에서 많은 횟수의 실험이나 관찰을 할 때, 어떤 사건 A가 일어나는 상대도수가 일정한 값에 가까워지면 이 일정한 값을 사건 A가 일어날 확률이라고 한다. (2) 사건 A가 일어날 확률 p는 $p=\frac{(\text{사건 A가 일어나는 경우의 수})}{(\text{일어날 수 있는 모든 경우의 수})}$

③ 확률의 성질

확률의 성질	어떤 사건 A가 일어날 확률을 p라고 하면 (1) $0 \le p \le 1$ (2) 절대로 일어날 수 없는 사건의 확률은 0이다. (3) 반드시 일어나는 사건의 확률은 1이다. (4) 사건 A가 일어나지 않을 확률은 $1-p$이다.

④ 확률의 계산

사건 A 또는 B가 일어날 확률	사건 A, B가 동시에 일어나지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p, 사건 B가 일어날 확률을 q라고 하면 (사건 A 또는 B가 일어날 확률)$=p+q$
사건 A와 B가 동시에 일어날 확률	사건 A, B가 서로 영향을 끼치지 않을 때, 사건 A가 일어날 확률을 p, 사건 B가 일어날 확률을 q라고 하면 (사건 A와 B가 동시에 일어날 확률)$=p \times q$

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 사건, 확률

지도 내용

1. 사건과 경우의 수의 의미를 예를 통해 이해하고, 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수와 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구하고 비교할 수 있도록 한다.
2. 확률의 뜻과 성질을 통해 확률의 범위와 사건 A가 일어나지 않을 확률을 이해하고, 사건 A 또는 B가 일어날 확률과 사건 A, B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있도록 한다.

교과서 233 쪽

만화로 보는 수학 이야기

우정의 주먹밥



생각 키/우/기 ○표 카드 2장과 ×표 카드 1장을 주머니에 넣고 뽑았을 때, 만화와 다른 일이 일어나는 경우를 알아보자.

만화로 보는 수학 이야기

만화에서 남학생은 주머니 속에 ○를 표시한 종이 2장을 넣으면서 이 중에서 한 장을 뽑을 때, 반드시 ○가 나올 것을 기대하였다. 이번 단원에서는 확률의 뜻과 성질 등에 대해서 지도하였다.

생각 키/우/기

○표 카드 2장, ×표 카드 1장에서 카드를 먼저 뽑는 사람이 주먹밥을 먹게 될 확률은 $\frac{2}{3}$이다.

대/단/원 평가 문제

1
목표| 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 남자 선수를 뽑는 경우는 6가지이고, 여자 선수를 뽑는 경우는 4가지이므로 구하는 경우의 수는 $6\times4=24$

답 ④

2
목표| 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수와 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 눈의 합이 짝수인 경우는 두 눈이 모두 짝수이거나 두 눈이 모두 홀수일 때 뿐이다. 두 눈이 모두 짝수가 나오는 경우의 수는 $3\times3=9$이고, 두 눈이 모두 홀수가 나오는 경우의 수는 $3\times3=9$이므로
구하는 경우의 수는 $9+9=18$

답 ⑤

교과서 234 쪽

대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 남자 6명, 여자 4명으로 이루어진 탁구 팀에서 한 사람씩 뽑아 혼합 복식 경기에 나갈 수 있는 경우의 수는?

① 10 ② 16 ③ 20
④ 24 ⑤ 36

2 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 눈의 합이 짝수가 되는 경우의 수는?

① 6 ② 9 ③ 12
④ 15 ⑤ 18

3 상자 안에 1에서 4까지의 숫자가 각각 적힌 4장의 카드가 들어 있다. 이 중에서 2장의 카드를 뽑아 만들 수 있는 두 자리 정수는 모두 몇 가지인가?

① 6가지 ② 8가지 ③ 12가지
④ 14가지 ⑤ 16가지

4 A, B, C, D 네 사람이 이어달리기를 하려고 한다. 달리는 순서를 정하는 경우의 수는?

① 4 ② 8 ③ 16
④ 24 ⑤ 32

5 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 12보다 클 확률은?

① 0 ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{3}$
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

6 명중률이 각각 $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$인 두 사격 선수가 차례로 표적을 향해 사격을 할 때, 적어도 한 사람은 명중시킬 확률은?

① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{19}{20}$

7 어느 농구 선수가 지금까지 300번의 자유투를 던져서 168번 성공하였다고 한다. 이 선수가 다음 경기에서 12번의 자유투를 던진다면 몇 번쯤 성공할 수 있겠는가?

① 약 3번 ② 약 5번 ③ 약 7번
④ 약 9번 ⑤ 약 11번

8 한 개의 주사위를 던질 때, 소수 또는 합성수의 눈이 나올 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$
④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

3
목표| 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 십의 자리에 올 수 있는 경우의 수가 4이고, 일의 자리에 올 수 있는 경우의 수가 3이다.
따라서 구하는 정수는 $4\times3=12$(가지)

답 ③

4
목표| 간단한 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 첫 번째로 달릴 선수를 정하는 경우는 A, B, C, D의 4가지이다.
두 번째로 달릴 선수를 정하는 경우는 첫 번째로 달릴 선수를 제외한 3가지이다.
세 번째로 달릴 선수를 정하는 경우는 첫 번째와 두 번째로 달릴 선수를 제외한 2가지, 마지막에 달릴 선수는 첫 번째와 두 번째, 세 번째로 달릴 선수를 제외한 1가지이므로 구하는 경우의 수는 $4\times3\times2\times1=24$

답 ④

5
목표| 확률의 성질을 이해할 수 있게 한다.

풀이| 두 개의 주사위를 던질 때 나오는 두 눈의 합이 가장 큰 경우는 12이므로 두 눈의 합이 12보다 큰 경우는 일어날 수 없다. 따라서 구하는 확률은 0이다.

답 ①

6
목표| 사건 A가 일어나지 않을 확률을 구할 수 있게 한다.

교과서 235 쪽

VI. 확률

9 주머니 속에 1에서 10까지의 숫자가 각각 적힌 10개의 공이 들어 있다. 이 중에서 공을 하나 꺼내 숫자를 확인하고 그 공을 넣은 다음 다시 하나를 꺼낼 때, 처음에는 4의 약수가 나오고 나중에는 4의 배수가 나올 확률은?

① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{3}{50}$ ③ $\frac{3}{10}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

10 A 주머니 속에는 흰 바둑돌이 5개, 검은 바둑돌이 3개 들어 있고, B 주머니 속에는 흰 바둑돌이 2개, 검은 바둑돌이 6개 들어 있다. 두 주머니에서 각각 한 개씩의 바둑돌을 꺼낼 때, 서로 다른 색이 나올 확률은?

① $\frac{3}{32}$ ② $\frac{15}{32}$ ③ $\frac{9}{16}$
④ $\frac{11}{16}$ ⑤ $\frac{15}{16}$

서/답/형

11 효선이네 학교 연극 동아리의 학생 20명 중에서 주연 1명과 조연 1명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

12 학생 음악 경연 대회에 준석이네 반 대표로 준석, 희연, 미선, 은수 4명이 한 팀을 이루어 나가기로 하였다. 4명이 한 줄로 무대에 설 때, 준석이와 희연이가 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

13 A, B 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 A 주사위의 눈을 x, B 주사위의 눈을 y라고 하자. 이때 $x+2y=10$이 될 확률을 구하여라.

|서술형|

14 주머니 속에 빨간 구슬이 x개, 노란 구슬이 8개, 파란 구슬이 y개 들어 있다. 이 중에서 임의로 1개를 꺼낼 때, 빨간 구슬이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$, 파란 구슬이 나올 확률을 $\frac{2}{5}$라고 한다. x, y의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

|서술형|

15 비가 온 날의 다음 날에 비가 올 확률은 $\frac{1}{5}$이고, 비가 오지 않은 날의 다음 날에 비가 올 확률은 $\frac{1}{4}$이라고 한다. 월요일에 비가 내렸다고 할 때, 그 주의 수요일에 비가 올 확률을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

풀이| 두 선수가 명중시키지 못할 확률은 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$이므로 모두 명중시키지 못할 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{20}$이다. 따라서 적어도 한 사람이 명중시킬 확률은

$1-\frac{1}{20}=\frac{19}{20}$

답 ⑤

7

목표| 확률을 이해하고, 이를 활용할 수 있게 한다.

풀이| 이 선수가 300번의 자유투를 던져 168번 성공하였으므로 이 선수의 자유투 성공률은 $\frac{168}{300}=\frac{14}{25}$이다.

따라서 이 선수가 12번의 자유투를 던졌을 때 성공할 횟수는 $12\times\frac{14}{25}=6.72$이므로 약 7번이다.

답 ③

8

목표| 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 소수의 눈이 나오는 경우는 2, 3, 5이므로 소수의 눈이 나올 확률은 $\frac{3}{6}$이다.

합성수의 눈이 나오는 경우는 4, 6이므로 합성수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$

답 ④

9

목표| 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 4의 약수는 1, 2, 4이므로 처음 나온 공이 4의 약수가 될 확률은 $\frac{3}{10}$이고, 4의 배수는 4, 8이므로 나중에 나온 공이 4의 배수가 될 확률은 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{10}\times\frac{1}{5}=\frac{3}{50}$

답 ②

10

목표| 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| A주머니에서 검은 돌, B주머니에서 흰 돌이 나올 확률은 $\frac{3}{8}\times\frac{2}{8}=\frac{3}{32}$

A주머니에서 흰 돌, B주머니에서 검은 돌이 나올 확률은 $\frac{5}{8}\times\frac{6}{8}=\frac{15}{32}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{32}+\frac{15}{32}=\frac{18}{32}=\frac{9}{16}$

답 ③

11

목표| 순서를 생각하여 뽑는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 주연으로 뽑을 수 있는 학생의 경우는 20가지이고, 조연으로 뽑을 수 있는 학생의 경우는 주연으로 뽑은 학생을 제외한 19가지이므로 구하는 경우의 수는

$20\times19=380$

답 380

12

목표| 일렬로 세우는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 준석이와 희연이를 한 명으로 생각하면 3명이 나란히 서는 경우의 수는

$3\times2\times1=6$

이때 준석이와 희연이가 서로 자리를 바꾸는 경우가 있으므로 구하는 경우의 수는

$6\times2=12$

답 12

13

목표| 방정식을 만족시키는 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 개의 주사위를 동시에 던질 때 나올 수 있는 경우의 수는 36이다.

이때 주어진 식을 만족시키는 x, y의 값은 다음과 같다.

x	y
2	4
4	3
6	2

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{3}{36}=\dfrac{1}{12}$

답 $\dfrac{1}{12}$

14

목표| 사건이 일어날 확률을 이용하여 x, y의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 전체 구슬의 수는 $(x+8+y)$개이므로 빨간 구슬이 나올 확률은

$\dfrac{x}{x+8+y}=\dfrac{1}{3}$, $3x=x+8+y$

$2x-y=8$ …㉠

파란 구슬이 나올 확률은

$\dfrac{y}{x+8+y}=\dfrac{2}{5}$, $5y=2x+16+2y$

$2x-3y=-16$ …㉡

두 방정식을 연립하여 풀면 $x=10$, $y=12$ …㉢

답 $x=10$, $y=12$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소	배점
해결 과정	빨간 구슬이 나올 확률을 이용한 방정식 세우기 ㉠	40 %
	파란 구슬이 나올 확률을 이용한 방정식 세우기 ㉡	40 %
답 구하기	x, y의 값 구하기 ㉢	20 %

15

목표| 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률과 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 화요일에는 비가 오고, 수요일에도 비가 올 확률은

$\dfrac{1}{5}\times\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{25}$ …㉠

화요일에는 비가 오지 않고, 수요일에는 비가 올 확률은

$\left(1-\dfrac{1}{5}\right)\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{4}{5}\times\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{5}$ …㉡

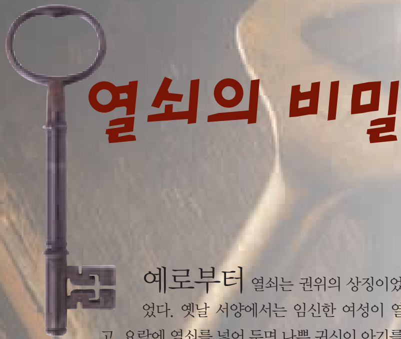
따라서 구하는 확률은 $\dfrac{1}{25}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{6}{25}$ …㉢

답 $\dfrac{6}{25}$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소	배점
해결 과정	화요일에 비가 올 때의 확률 구하기 ㉠	40%
	화요일에 비가 오지 않을 때의 확률 구하기 ㉡	40%
답 구하기	수요일에 비가 올 확률 구하기 ㉢	20%

수학 산책



열쇠의 비밀

예로부터 열쇠는 권위의 상징이었고, 마귀를 물리치는 도구로도 사용되었다. 옛날 서양에서는 임신한 여성이 열쇠를 지니고 있으면 순산한다고 믿었고, 요람에 열쇠를 넣어 두면 나쁜 귀신이 아기를 건드리지 못한다고 믿었다.

우리나라에서 열쇠는 전통적으로 가정에서의 지위를 상징하는 것이었다. 며느리가 들어온 집에서 적당한 시기가 되면 시어머니가 며느리에게 곳간 열쇠를 물려주는데, 이는 며느리가 시어머니의 뒤를 이어 집안일을 위임받는다는 뜻이었다.

오늘날 자물쇠와 열쇠는 그 전통적인 모양에서 많이 바뀌어 비밀번호를 눌러야 열리는 자물쇠, 지문을 인식해야 열리는 자물쇠 등 첨단 장비로 변형되어 가고 있다.

이와 같이 부적과 행운 그리고 권위와 위엄으로 대변되는 열쇠에는 아주 재미있는 수학이 숨어있다.

열쇠의 모양과 종류는 다양한데, 아래 그림과 같이 세 부분을 이용하여 열쇠를 만드는 경우를 생각하여 보자.



먼저 열쇠를 만들 때 열쇠의 긴 막대기 끝 부분의 높낮이에 따라 각각 0, 1, 2의 번호를 붙이는데, 이와 같이 번호를 붙이는 것을 '코드화한다.'고 한다. 이렇게 코드화해서 붙은 번호들을 그 열쇠의 '코드'라고 한다.

위의 그림과 같이 세 부분을 이용하여 열쇠를 만들 때, 높낮이가 모두 다른 열쇠를 몇 개나 만들 수 있을까?

다음과 같이 코드화하여 세 부분의 높낮이가 모두 다른 열쇠를 만들어 보자.

첫 번째 부분의 높낮이	두 번째 부분의 높낮이	세 번째 부분의 높낮이	
0	1	2	코드 012
	2	1	코드 021
1	0	2	코드 102
	2	0	코드 120
2	0	1	코드 201
	1	0	코드 210

위의 그림에서 알 수 있듯이 모두 다른 높낮이를 가진 열쇠는 여섯 가지를 만들 수 있다. 여섯 가지가 나오는 이유는 첫 번째에서 세 가지의 높이를 선택할 수 있고, 두 번째에서는 두 가지, 그리고 마지막은 한 가지밖에 선택할 수 없기 때문이다. 즉, 만들 수 있는 열쇠는 모두 $3\times2\times1=6$(가지)이다. 그러나 같은 높이를 허용한다면 세 군데 각각 세 가지씩을 선택할 수 있으므로 $3\times3\times3=27$(가지)의 서로 다른 열쇠를 만들 수 있다.

이와 같은 사실로부터 재미있는 상상을 할 수 있다.

위와 같이 같은 높이를 허용하여 만든 열쇠와 그 열쇠에 맞는 자물쇠가 28쌍 있다고 하자. 그러면 서로 다른 열쇠와 자물쇠가 나오는 경우의 수는 27가지이므로 28쌍의 자물쇠 중에는 반드시 같은 열쇠로 열리는 것이 있다.



이와 비슷한 이야기로 다음과 같은 '비둘기 집의 원리'가 있다.

> "28마리의 비둘기를 27개의 비둘기 집에 적어도 한 마리씩 넣으려면 2마리 이상 들어간 집이 반드시 있다."

그냥 보기에도 너무 당연한 '비둘기 집의 원리'는 수학에서 매우 중요한 이론으로 어떤 형태의 배열이 항상 있다는 것을 보장하여 준다.

선/택/형

1 서로 다른 소설책 5권과 서로 다른 과학 책 3권이 있는 책꽂이에서 한 권의 책을 꺼낼 때, 꺼내는 방법의 수는? [4점]

① 8 ② 10
③ 12 ④ 15
⑤ 18

2 한 개의 주사위를 던질 때, 3 이하 또는 5 이상의 눈이 나오는 경우의 수는? [5점]

① 2 ② 3
③ 5 ④ 6
⑤ 8

3 500원, 100원, 50원짜리 동전이 각각 2개씩 있다. 각 동전을 1개 이상 사용하여 적당히 물건을 사려고 한다. 이때 지출하는 방법의 수는? [5점]

① 4 ② 6
③ 8 ④ 10
⑤ 12

4 어느 중학교 학생 회장 선거에 출마한 후보 7명 중에서 대의원 2명을 뽑는 경우의 수는? [6점]

① 8 ② 11
③ 14 ④ 21
⑤ 42

5 주머니 속에 1에서 15까지의 숫자가 각각 적힌 모양과 크기가 같은 15개의 구슬이 들어 있다. 주머니 속에서 임의로 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 공에 적힌 숫자가 3의 배수가 나올 확률은? [6점]

① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{4}{15}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

6 1에서 4까지의 숫자가 각각 적힌 4장의 카드 중에서 임의로 2장을 골랐을 때, 그 숫자의 합이 짝수가 될 확률은? [6점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

7 사건 A가 일어날 확률을 p, 일어나지 않을 확률을 q라고 할 때, 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [6점]

보기
ㄱ $0 \le p \le 1$ ㄴ $0 \le q \le 1$
ㄷ $p = 1 - q$ ㄹ $0 < p + q < 1$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ
③ ㄱ, ㄴ, ㄷ ④ ㄱ, ㄴ, ㄹ
⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

8 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 4 미만일 확률은? [6점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$
④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

9 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 동전의 앞면과 주사위의 3의 배수의 눈이 나올 확률은? [6점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{12}$
④ $\frac{1}{18}$ ⑤ $\frac{1}{36}$

10 비가 온 날의 다음 날에 비가 올 확률은 $\frac{1}{6}$이고, 비가 오지 않은 날의 다음 날에 비가 올 확률은 $\frac{1}{5}$이라고 한다. 월요일에 비가 내렸다고 할 때, 그 주의 수요일에 비가 올 확률은? [7점]

① $\frac{1}{30}$ ② $\frac{7}{30}$ ③ $\frac{9}{30}$
④ $\frac{7}{36}$ ⑤ $\frac{9}{36}$

선/택/형

11 A, B, C, D, E 5명이 일렬로 서서 줄넘기를 하려고 한다. C가 맨 앞에 설 확률을 구하여라. [6점]

12 주머니 속에 빨간 구슬이 x개, 노란 구슬이 6개, 파란 구슬이 y개 들어 있다. 이 중에서 임의로 1개를 꺼낼 때, 빨간 구슬이 나올 확률은 $\frac{1}{4}$, 파란 구슬이 나올 확률은 $\frac{3}{5}$라고 한다. x, y의 값을 구하여라. [7점]

13 주사위 한 개를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈을 x, 두 번째 나온 눈을 y라고 할 때, 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점이 일차함수 $y=-2x+8$의 그래프 위에 있을 확률을 구하여라. [7점]

14 어느 버스 정류장에서 오후 2시에 도착 예정인 버스가 정시에 도착할 확률은 $\frac{3}{4}$, 정시보다 늦게 도착할 확률은 $\frac{1}{6}$일 때, 버스가 정시보다 일찍 도착할 확률을 구하여라. [7점]

|서술형|

15 오른쪽 그림과 같이 네 장의 문자 카드를 일렬로 배열하였다. 이들을 잘 섞은 후 임의로 일렬로 배열할 때, 적어도 한 문자는 원래의 위치에 있을 확률을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [8점]

M A T H

|서술형|

16 20개의 제비 중에 5개의 당첨 제비가 있다. 먼저 서현이가 한 개를 뽑고 나머지에서 은수가 한 개를 뽑을 때, 두 사람 모두 당첨될 확률을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [8점]

60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

단 / 원 / 종 / 합 / 평 / 가

하·수준

1 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 5 또는 7이 되는 경우의 수를 구하여라.

2 조간신문 5가지, 석간신문 2가지 중에서 각각 한 가지씩 골라 구독할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

3 주머니 속에 모양과 크기가 같은 빨간 구슬 3개, 파란 구슬 2개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 구슬 한 개를 꺼낼 때, 다음을 구하여라.

(1) 파란 구슬이 나올 확률

(2) 노란 구슬이 나올 확률

(3) 빨간 구슬 또는 파란 구슬이 나올 확률

4 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 6 또는 10이 될 확률을 구하여라.

5 동전 한 개와 주사위 한 개를 동시에 던질 때, 동전은 앞면이 나오고 주사위는 짝수의 눈이 나올 확률을 구하여라.

중·수준

1 주머니 안에 0에서 4까지의 숫자가 각각 적힌 5장의 카드가 들어 있다. 이 중에서 카드를 한 장씩 두 번을 꺼내어 만들 수 있는 두 자리의 자연수는 모두 몇 가지인지 구하여라. (단, 꺼낸 카드는 다시 넣는다.)

2 A, B, C, D, E 5명의 학생이 있을 때, 다음을 구하여라.

(1) 대표 2명을 뽑는 경우의 수

(2) 회장 1명과 부회장 1명을 뽑는 경우의 수

3 서로 다른 2개의 주사위를 던질 때, 두 눈의 차가 2가 될 확률을 구하여라.

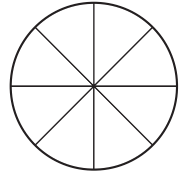
4 주머니 속에 1에서 20까지의 숫자가 각각 적힌 20개의 공이 들어 있다. 이 중에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 숫자가 소수가 아닐 확률을 구하여라.

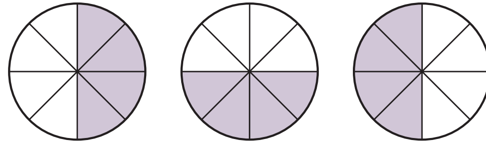
5 주머니 속에 모양과 크기가 같은 파란 공 6개, 노란 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 공을 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 서로 같은 색이 나올 확률을 구하여라.

(단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

상·수준

1 오른쪽 그림과 같이 각 칸의 모양과 크기가 같은 원에서 네 칸을 색칠하는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라. (단, 다음 그림과 같이 회전을 하거나 뒤집어서 얻을 수 있는 것은 모두 같은 경우로 한다.)





2 주머니 속에 모양과 크기가 같은 빨간 공이 a개, 흰 공이 b개, 검은 공이 3개 들어 있다. 이 중에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 빨간 공이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$, 검은 공이 나올 확률은 $\frac{1}{5}$이라고 한다. a, b의 값을 구하여라.

3 두 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 각각 a, b라고 할 때, $3a>b+5$이 될 확률을 구하여라.

4 어느 중학교 2학년 남학생 3명과 여학생 2명이 봉사 활동을 하려고 한다. 이 중에서 대표 2명을 뽑기로 하였을 때, 2명의 대표 중에서 적어도 한 명은 남학생이 될 확률을 구하여라.

5 기상 예보에 의하면 어느 도시에 내일 눈이 올 확률은 40 %, 모레 눈이 올 확률은 60 %라고 한다. 다음을 구하여라.(단, 확률은 백분율로 나타내어라.)

(1) 내일, 모레 이틀 연속 눈이 올 확률

(2) 내일, 모레 중 하루만 눈이 올 확률

1 목표| 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 구하는 방법의 수는 $5+3=8$ 답 ①

2 목표| 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 3 이하의 눈이 나오는 경우는 3가지, 5 이상의 눈이 나오는 경우는 2가지이므로 $3+2=5$

답 ③

3 목표| 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 구하는 방법의 수는 $2\times2\times2=8$ 답 ③

4 목표| 순서를 생각하지 않는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 후보 7명 중에서 대의원 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{7\times6}{2}=21$ 답 ④

5 목표| 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 꺼낸 공에 적힌 숫자가 3의 배수인 경우는 3, 6, 9, 12, 15의 5가지이므로 구하는 확률은 $\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$

답 ④

6 목표| 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 4장의 카드 중에서 2장을 고르는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2}=6$

숫자의 합이 짝수가 되는 경우는 (1, 3), (2, 4)의 2가지이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ 답 ②

7 목표| 확률의 성질을 이해할 수 있게 한다.

풀이| ㄹ $p+q=1$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다. 답 ③

8 목표| 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 합이 2 또는 3이 될 확률은 각각 $\frac{1}{36}$, $\frac{2}{36}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{36}+\frac{2}{36}=\frac{1}{12}$ 답 ⑤

9 목표| 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 동전의 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이고, 주사위의 3의 배수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ 답 ②

10 목표| 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률과 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 화요일에는 비가 오고, 수요일에도 비가 올 확률과 화요일에는 비가 오지 않고, 수요일에는 비가 올 확률은 각각 $\frac{1}{36}$, $\frac{1}{6}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{36}+\frac{1}{6}=\frac{7}{36}$ 답 ④

11 목표| 일렬로 세우는 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 5명이 일렬로 서는 경우의 수는 120이고, C를 제외한 4명이 일렬로 서는 경우의 수는 24이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{120}=\frac{1}{5}$ 답 $\frac{1}{5}$

12 목표| 사건이 일어날 확률을 이용하여 x, y의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 빨간 구슬이 나올 확률은

$\frac{x}{x+6+y}=\frac{1}{4}$, $3x-y=6$

파란 구슬이 나올 확률은

$\frac{y}{x+6+y}=\frac{3}{5}$, $3x-2y=-18$

두 방정식을 연립하여 풀면 $x=10$, $y=24$

답 $x=10$, $y=24$

13 목표| 경우의 수를 이용하여 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| $y=-2x+8$을 만족하는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 6)$, $(2, 4)$, $(3, 2)$의 3가지이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$

답 $\frac{1}{12}$

14 목표| 사건 A가 일어나지 않을 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 버스가 정시보다 일찍 도착할 확률은

$1-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{6}\right)=1-\frac{11}{12}=\frac{1}{12}$

답 $\frac{1}{12}$

15 목표| 경우의 수를 이해하고, 사건 A가 일어나지 않을 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 일렬로 배열하는 경우의 수는

$4\times3\times2\times1=24$ …㉠

원래의 위치와 모두 다른 경우의 수는 9 …㉡

따라서 구하는 확률은 $1-\frac{9}{24}=\frac{15}{24}=\frac{5}{8}$ …㉢

답 $\frac{5}{8}$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	카드를 배열하는 경우의 수 구하기	㉠	2점
	위치가 원래와 다른 경우의 수 구하기	㉡	4점
답 구하기	확률 구하기	㉢	2점

16 목표| 사건 A, B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 서현이가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{1}{4}$ …㉠

은수가 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{4}{19}$ …㉡

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{4}{19}=\frac{1}{19}$ …㉢

답 $\frac{1}{19}$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	서현이가 당첨될 확률 구하기	㉠	3점
	은수가 당첨될 확률 구하기	㉡	3점
답 구하기	두 명이 모두 당첨될 확률 구하기	㉢	2점

하·수준

1 목표| 사건 A 또는 B가 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 나오는 눈의 합이 5 또는 7이 되는 경우의 수는 $4+6=10$

답 10

2 목표| 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 조간신문과 석간신문 중에서 각각 한 가지씩 고르는 방법의 수는 $5\times2=10$

답 10

3 목표| 간단한 확률을 구하고, 확률의 범위를 이해할 수 있게 한다.

풀이| (1) 파란 구슬이 나올 확률은 $\frac{2}{5}$

(2) 노란 구슬이 나올 확률은 0

(3) 빨간 구슬 또는 파란 구슬이 나올 확률은 1

답 (1) $\frac{2}{5}$ (2) 0 (3) 1

4 목표| 사건 A 또는 B가 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주사위의 눈의 합이 6 또는 10이 될 확률은 각각 $\frac{5}{36}$, $\frac{3}{36}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{36}+\frac{3}{36}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

답 $\frac{2}{9}$

5 목표| 사건 A와 B가 동시에 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 동전 한 개를 던질 때, 동전의 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이고, 주사위의 짝수의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

답 $\frac{1}{4}$

중·수준

1 목표| 두 자리의 자연수를 만들 때, 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| 십의 자리에 올 수 있는 숫자는 0을 제외한 4가지이고, 일의 자리에 올 수 있는 숫자는 5가지이므로 자연수는 모두 $4\times5=20$(가지)

답 20가지

2 목표| 순서를 생각하지 않는 경우와 순서를 생각해야 하는 경우 각각에 대하여 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 2명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{5\times4}{2}=10$

(2) 회장 1명과 부회장 1명을 뽑는 경우의 수는 $5\times4=20$

답 (1) 10 (2) 20

3 목표| 어떤 사건이 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 눈의 차가 2가 되는 경우는 (1, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 5), (4, 2), (4, 6), (5, 3), (6, 4)의 8가지이므로 구하는 확률은 $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

답 $\frac{2}{9}$

4 목표| 사건 A가 일어나지 않을 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 공에 적힌 숫자가 소수일 확률은 $\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$이므로 공에 적힌 숫자가 소수가 아닐 확률은

$1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

답 $\frac{3}{5}$

5 목표| 한 번 꺼낸 것을 다시 넣지 않는 경우의 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 번 모두 파란 공이 나올 확률은

$\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}=\frac{30}{90}$

두 번 모두 노란 공이 나올 확률은 $\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}=\frac{12}{90}$

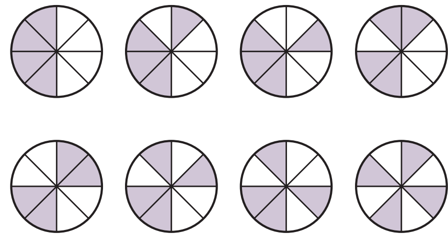
따라서 구하는 확률은 $\frac{30}{90}+\frac{12}{90}=\frac{7}{15}$

답 $\frac{7}{15}$

상·수준

1 목표| 경우의 수를 구할 수 있게 한다.

풀이|



따라서 구하는 방법은 8가지

답 8가지

2 목표| 확률을 이용하여 a, b의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 빨간 공이 나올 확률과 검은 공이 나올 확률을 이용하여 식을 세우면 $2a-b=3$, $a+b=12$

두 식을 연립하여 풀면 $a=5$, $b=7$

답 $a=5$, $b=7$

3 목표| 조건을 만족시키는 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 부등식 $3a>b+5$를 만족시키는 b의 값은 a가 3일 때 3가지, a가 4, 5, 6일 때 각각 6가지이므로 구하는 확률은

$\frac{21}{36}=\frac{7}{12}$

답 $\frac{7}{12}$

4 목표| 사건 A가 일어나지 않을 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| 대표 2명 모두 여학생이 뽑힐 확률은 $\frac{1}{10}$이므로 남학생이 적어도 한 명 뽑힐 확률은

$1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$

답 $\frac{9}{10}$

5 목표| 두 사건이 서로 영향을 끼치지 않는 경우의 두 사건이 일어날 확률을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{40}{100}\times\frac{60}{100}=\frac{24}{100}$

(2) $\frac{16}{100}+\frac{36}{100}=\frac{52}{100}$

답 (1) 24 % (2) 52 %

주머니 속의 바둑돌

주머니 속에 넣은 바둑돌 중에서 흰 돌과 검은 돌의 개수를 알아맞히는 게임을 하여 보아라.

준비물

바둑돌, 주머니, 종이, 연필

게임 규칙

1. A, B 두 사람이 게임을 한다.
2. A는 흰 돌과 검은 돌을 합하여 바둑돌 20개를 주머니 속에 집어넣고 섞는다.
3. B는 주머니에서 바둑돌 5개를 꺼내어 흰 돌과 검은 돌의 개수를 기록한다.
4. A는 바둑돌을 다시 주머니에 넣고 섞는다.
5. B는 주머니에서 바둑돌을 5개씩 꺼내는 시행을 5회 반복한 다음, 그 결과를 이용하여 주머니 속의 흰 돌과 검은 돌의 개수를 예상하여 말한다.
6. 예상한 개수와 실제의 개수를 비교하여 본다.
7. 서로 역할을 바꾸어 게임을 계속한다.
8. 예상한 개수와 실제의 개수의 차가 적은 사람이 이긴다.



천재일우(千載一遇)와 확률

오래전부터 동양의 수학은 서양의 수학보다 경험적이었다. 서양의 수학은 이성을 바탕으로 하여 추론과 연역에 의한 논리 전개 위주였다면, 동양은 실생활에서 경험으로 얻은 사실을 바탕으로 수학을 일반화하였다. 확률도 예외는 아니어서 서양에서는 확률을 수학적으로 엄밀히 정리하고자 노력하였고, 동양에서는 확률에 관한 내용을 수학적으로 엄밀하게 다루지는 않았지만 일상생활에서 빈번하게 사용했다. 확률을 사용한 고사성어 중에 '귀중한 만남이나 그 만남의 기회'를 말할 때 사용하는 '천재일우(千載一遇)'라는 말이 있다. 우선 이 고사성어의 유래를 알아보자.

동진(東晋)의 학자로서 동양태수(東陽太守)를 지낸 원굉(袁宏)은 여러 문집에 시문 300여 편을 남겼다. 특히 그는 "삼국명신서찬(三國名臣序贊)"이라는 책을 썼는데, 이 책은 "삼국지"에 실려 있는 건국 명신 20명을 찬양하는 시와 서문을 쓴 글이다. 원굉은 그중 위나라의 순문약(筍文若)을 찬양한 다음과 같은 글을 남겼다.

여전히 백락(伯樂)을 만나지 못했다면
천년이 지나도 천리마는 없으리라.
만 년에 한 번 기회가 오는 것은
인생의 일반적인 법칙이며,
천 년에 한 번 만나는(千載一遇) 것은
현자와 지혜로운 자의 아름다운 만남이다.
그 만남에는 기쁨이 없을 수 없는데,
그 기회를 잃는다면 어찌 개탄치 아니하리오.

순문약은 삼국시대에 조조의 참모로 활약했으나 조조에게 역심이 있음을 알고 반대하다가 배척당한 강직한 인물이었고, 백락은 주나라 사람으로 명마를 잘 식별하는 인물이었다. 이 글에서 원굉은 백락을 뛰어난 인물을 알아보는 눈을 가진 임금으로 비유하였고, 천리마는 탁월한 능력을 갖춘 명신으로 비유하였다. 원굉은 인물을 알아보는 임금이 탁월한 능력을 갖춘 명신을 만나는 것을 천 년에 한 번이라고 하였다. 단순하게 그런 뛰어난 신하를 만나기 위해 매일 기다린다고 생각할 때 1000년은 365000일이므로 천재일우의 확률은 $\frac{1}{365000}$이라고 할 수 있다.

고사성어 중에서 확률적으로 천재일우보다 좀 더 가능성이 있는 경우를 말하는 것도 있다. 시험을 칠 때 답을 모두 맞히는 경우나 다트 게임을 할 때 모두 맞힌다는 뜻을 가진 백발백중(百發百中)이 그것이다.

그렇다면 화살이 백발백중 다음에 한 대가 빗나갈 확률은 얼마일까?

100발을 쏘아 모두 명중시킨 후 한 발을 더 쏘았을 경우를 생각해 보자. 101발을 쏘아 100발을 명중시킬 확률은 $\frac{100}{101}$이므로 약 0.99이고, 한 발을 명중시키지 못할 확률은 $\frac{1}{101}$이므로 약 0.0099이다. 그런데 소수점 넷째 자리까지 확률을 계산하는 것은 수학적으로 별로 의미가 없기 때문에 0.0099는 반올림하여 0.01, 즉 1%의 확률이 된다. 이 확률은 100발을 쏘아 99발을 명중시키고 1발을 명중시키지 못할 경우의 확률과 같다.

천재일우(千載一遇) 千(일천 천), 載(실을 재), 一(한 일), 遇(만날 우)

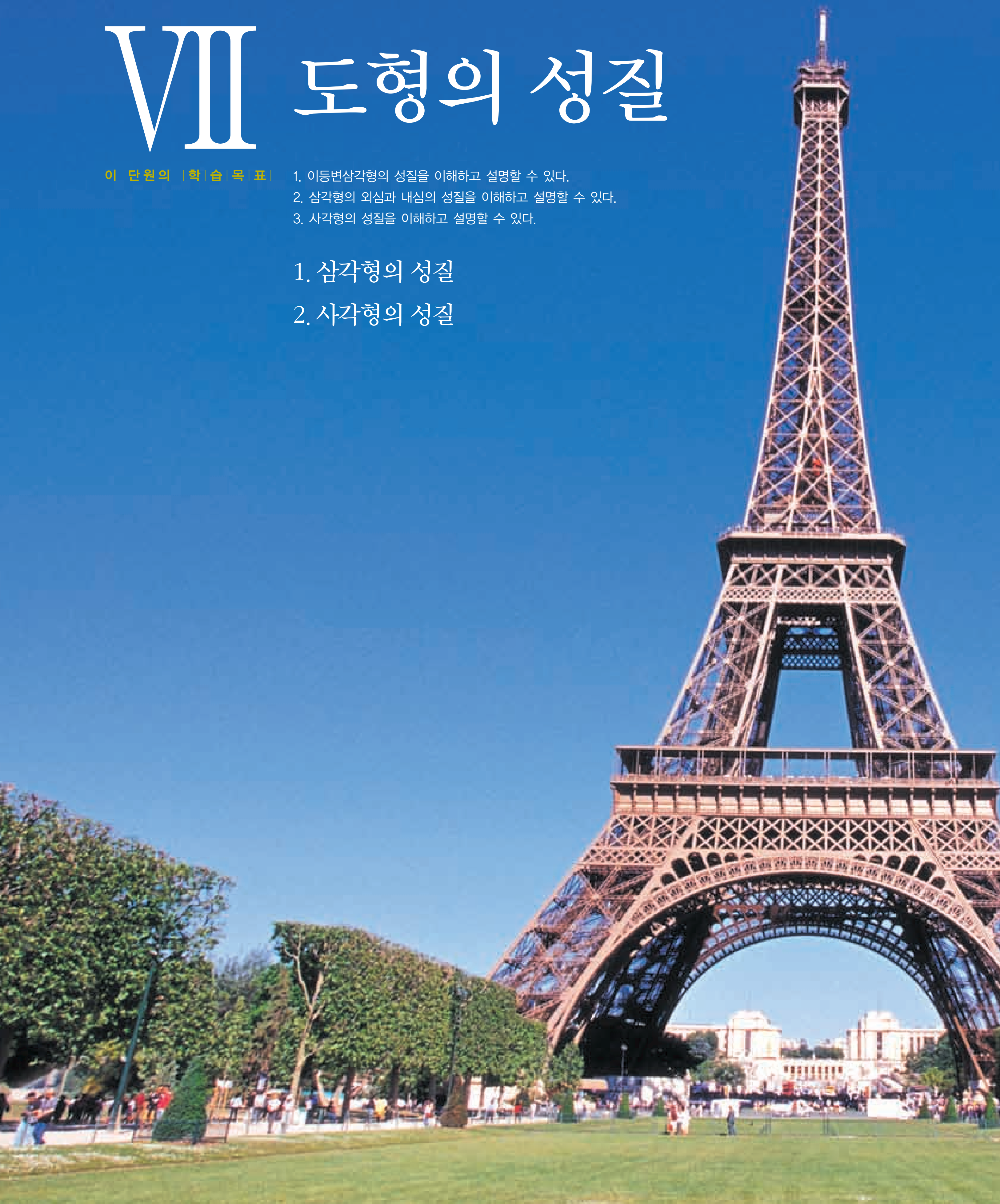
Ⅶ 도형의 성질

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.
2. 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.
3. 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

1. 삼각형의 성질

2. 사각형의 성질



에펠 탑은 1889년 프랑스 혁명 100주년 기념 만국 박람회의 상징으로 세워진 높이 약 320 m의 철탑으로 건축가인 구스타브 에펠(Eiffel, A. G.: 1832～1923)이 설계하였다. 건설 초기에는 파리의 미관을 해친다는 이유로 많은 이들에게 외면을 받기도 했지만 오늘날에는 프랑스뿐만 아니라 유럽을 대표하는 상징물이 되었다.

에펠 탑은 약 6400톤에 이르는 18038개의 금속 부품과 250만 개의 못이 사용되었으며 탑의 각 부분은 많은 삼각형으로 이루어져 있다.

에펠 탑과 같은 거대한 건축물들의 구조가 삼각형인 이유는 삼각형 모양의 구조가 힘을 분산시켜 모양을 바꾸지 않고 안정적이기 때문이다.

단원을 시작하기 전에

건축물이나 다리의 구조는 대칭적이고 안정적인 삼각형, 사각형 등 다양한 도형들로 이루어져 있다. 이 단원에서는 도형의 기본이라 할 수 있는 삼각형 중에서 이등변삼각형의 성질과 직각삼각형의 합동조건, 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해시킨다. 또 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 성질과 이들 사이의 관계를 지도한다.

단원의 지도 목표

1. 삼각형의 성질

① 이등변삼각형의 성질을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.
② 직각삼각형의 합동조건을 알게 하고, 삼각형의 외심과 내심을 설명할 때 활용할 수 있게 한다.
③ 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.

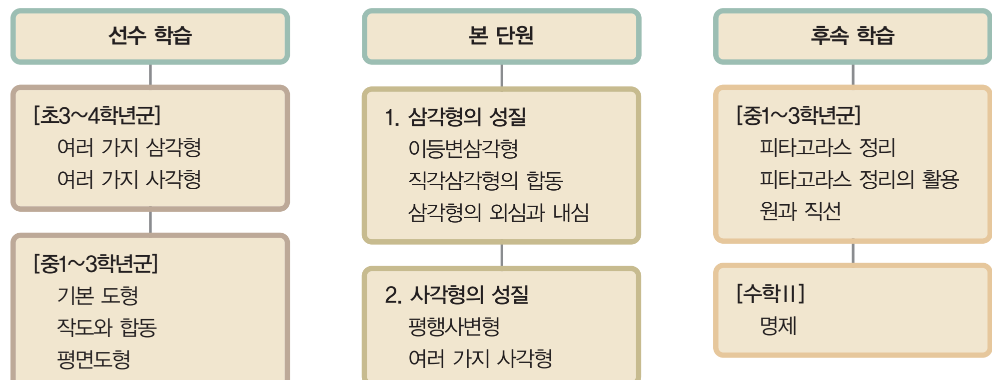
2. 사각형의 성질

① 평행사변형의 성질과 평행사변형이 되는 조건을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.
② 여러 가지 사각형의 성질을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.
③ 여러 가지 사각형 사이의 관계를 알게 하고, 설명할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 삼각형과 사각형의 성질에 대한 설명은 학생의 수준에 따라 그 정도와 방법을 달리한다.
② 사각형의 성질은 대각선에 관한 성질을 위주로 다룬다.
③ 공학적 도구나 다양한 교구를 활용하여 도형의 성질을 추론할 수 있게 한다.
④ 여러 가지 도형의 뜻과 성질을 혼동하지 않도록 지도한다.
⑤ 실생활에서 그 도형이 이용되는 여러 가지 예를 찾아서 그 성질을 확인하여 이해를 돕게 한다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			238~239	• 단원의 개관	
1. 삼각형의 성질	준비 학습		240	• 삼각형의 내각의 크기의 합 • 삼각형의 합동조건 • 각의 크기에 따른 삼각형의 종류	
	1-1 이등변삼각형	1~3	241~246	• 이등변삼각형의 성질 • 이등변삼각형이 되는 조건 • 선분의 수직이등분선	수직이등분선
	1-2 직각삼각형의 합동	4~5	247~249	• 직각삼각형의 합동조건	
	1-3 삼각형의 외심과 내심	6~10	250~258	• 삼각형의 외심 • 원과 한 점에서 만나는 직선의 성질 • 삼각형의 내심	외접, 외접원, 외심, 할선, 접한다, 접선, 접점, 내접, 내접원, 내심
	수준별 학습	11	259~261	• 중단원 확인 학습 문제	
2. 사각형의 성질	준비 학습		262	• 평행선의 성질 • 대변과 대각 • 삼각형의 합동조건	
	2-1 평행사변형	12~14	263~268	• 평행사변형의 성질 • 평행사변형이 되는 조건	□ABCD
	2-2 여러 가지 사각형	15~19	269~276	• 직사각형의 성질 • 마름모와 정사각형의 성질 • 여러 가지 사각형 사이의 관계 • 평행선과 넓이의 관계	
	수준별 학습	20	277~279	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		21~22	280~289	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 컴퓨터의 활용 • 수학 산책	

 학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 수학적 논리

논리란 타당하지 않은 논증과 타당한 논증을 구별하는 데 필요한 원리와 방법을 말한다. 논리는 참과 거짓을 판별할 수 있는 서술문인 명제로부터 시작되는데, 이러한 명제에는 단순명제와 합성명제가 있다.

수학이나 논리에서의 정리(theorem)는 참인 명제 중에서 중요한 명제를 말하며, 이러한 참인 명제의 정당성을 밝히는 것을 증명(proof)이라고 한다.

항상 참인 명제를 항진명제(tautology)라 하고 항상 거짓인 명제를 모순명제(contradiction)라고 한다. 조건부 $p \longrightarrow q$가 항진이면 함의(implication)라고 하며 $p \Longrightarrow q$로 나타내고, 항진인 쌍조건부 $p \longleftrightarrow q$이면 동치(equivalent)라고 하며 $p \Longleftrightarrow q$로 나타낸다. 단순명제 또는 합성명제 p, q에 대하여 모든 논리적 가능성 그 각각의 경우에 진릿값이 같으면 두 명제 p, q는 동치(equivalent)라 하고, 이것을 $p \equiv q$ 또는 $p \Longleftrightarrow q$로 나타낸다.

가정(hypothesis) 명제로부터 결론(conclusion) 명제를 논리적으로 유도하는 과정을 논증(argument)이라고 하며, 이 논증의 타당성(validity)을 보이기 위해 명제의 모든 가능성, 즉 논리적 가능성을 참(T), 거짓(F)으로 나타내는 방법을 진리표(truth table)에 의한 증명법이라고 한다.

한편 간접증명법에는 결론을 부정하여 모순을 유도해 내는 증명법과 '소크라테스는 사람이다. 사람은 죽는다. 고로 소크라테스는 죽는다.'와 같은 삼단논법, 그리고 자연수 n에 관한 수학적 명제 $p(n)$의 타당성을 증명하는 데 매우 유용하게 쓰이는 수학적 귀납법이 있다.

2. 기하학과 유클리드 "원론"

기하학의 기원은 기원전 2500년경까지 거슬러 올라가며 아메스파피루스와 이집트 피라미드가 그 좋은 예이다. 아메스파피루스는 정사각형, 직사각형, 이등변삼각형, 등변사다리꼴의 넓이와 각뿔에 관한 내용, 닮은 도형에 관한 내용이 들어 있다.

그리스의 탈레스(Thales: ? B.C. 624~? B.C. 546)는 이집트의 실용적 기하학을 이론적 기하학으로 바꾸어 기하학의 기초를 만들었다.

피타고라스(Pythagoras: ? B.C. 569~? B.C. 475)를 중심으로 한 학파에서는 논증 기하학을 발전시켜 유명한 피타고라스 정리를 발견하였으며 평행선 이론, 정다면체 이론 등을 논증하였다. 이들의 독특한 방법은 기하학과 산술과의 연계를 꾀한 것으로 산술적인 문제를 기하학적으로 해결하려 한 것이다.


피타고라스

기하학의 논리적 체계와 학문의 기초를 다진 수학자는 그리스의 유클리드(Euclid: ? B.C. 325~? B.C. 265)였다. 유클리드의 "원론(element)"은 모두 13권으로 되어 있으며 각 권의 내용은 다음과 같다.


유클리드

제I권은 기본이 되는 정의와 설명, 기하학적 내용을 다룬 5개의 공준, 일반적으로 통하는 5개의 공리, 23개의 정의, 48개의 명제로 되어 있으며 처음 26개의 명제는 주로 삼각형의 성질과 세 개의 합동 정리를 다루고 있다. 또 6개의 명제는 평행에 관한 명제와 삼각형의 내각의 크기의 합이 180°라는 것이 증명되어 있으며,

그 이외의 나머지 명제들은 평행사변형, 삼각형, 정사각형 등의 넓이 문제를 다루고 있다. 특히 48개의 명제 중에서 마지막 두 개는 피타고라스 정리와 그 정리의 역이다.

제Ⅱ권은 넓이의 변환과 피타고라스 학파의 기하적 대수를 다루고 있으며, 총 14개의 명제로 되어 있다.

제Ⅲ권은 39개의 명제로 이루어져 있으며 원, 현, 할선, 접선과 각의 측정에 관한 정리가 수록되어 있다.

제Ⅳ권은 16개의 명제로 이루어져 있으며 3, 4, 5, 6, 15개의 변을 갖는 정다각형을 주어진 원에 자와 컴퍼스를 가지고 내접 또는 외접시키는 작도 문제를 다루고 있다.

제Ⅴ권은 에우독소스(Eudoxos: ? B.C. 400∼? B.C. 350)의 비율 이론에 관한 것이다.

제Ⅵ권은 에우독소스의 비율 이론을 닮은 도형의 연구에 응용하고 있다. 여기에는 닮은 삼각형에 관한 기본 정리, 제3비례항, 제4비례항, 비례중항의 작도, 이차방정식의 기하학적 해, 피타고라스 정리의 일반화와 그 이외 몇 개의 명제들이 실려 있다.

제Ⅶ권은 두 개 이상의 정수에 대한 최대공약수를 구하는 '호제법(Euclidean algorithm)'을 다루고 있다. 또한 피타고라스 학파의 비례에 관한 수치 이론의 해설이 실려있으며, 수에 대한 기본적인 많은 성질들이 소개되어 있다.

제Ⅷ권은 연비례와 관련된 등비수열을 다루고 있다. 예를 들면 연비례 $a:b=b:c=c:d$ 이면 a, b, c, d는 등비수열을 이룬다.

제Ⅸ권은 '산술의 기본 정리'로 불리는 다음의 명제가 수록되어 있다.

'1보다 큰 임의의 정수는 반드시 소수의 곱으로 표현될 수 있으며, 그 방법은 근본적으로 한 가지이다.'

또한 '소수의 개수는 무한하다.'는 사실에 대한 증명이 있고, 등비수열의 첫 n개 항의 합에 대한 공식을 기하학적으로 유도했으며 짝수인 완전수를 만드는 공식이 증명되어 있다.

제Ⅹ권은 무리수에 관한 것이다. 사실 이 책은 "원론" 중 가장 읽기 힘든 내용의 책이다. 그러나 많은 학자들은 "원론" 중에서 가장 경탄스러운 책으로 꼽고 있다. 또한 이 책에는 피타고라스보다 천 년 전의 고대 바빌로니아인들이 이미 알고 있었을 것으로 믿어지는 피타고라스 3쌍을 만드는 공식이 있다.

제XI권은 공간에서의 직선과 평면에 대한 정의와 정리 그리고 평행육면체를 다루고 있다.

제XII권은 입체의 부피를 다루고 있고, 제XIII권은 원론의 마지막 권으로 한 구에 다섯 종류의 정다면체를 내접시키는 작도 문제를 다루고 있다.

기하학의 대상은 도형이므로 그 연구에 공간적 직관이 쓰이는 것은 당연하다. 그러나 직관은 객관성을 잃을 염려가 있으므로 명확하게 표현된 정의와 공리에서 직관이 배제된 순수한 논리로 기하학을 구성하려는 사상은 고대 그리스에서 시작되었고 유클리드의 "원론"도 이 사상을 토대로 이루어진 것이다.

교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원	Ⅶ. 도형의 성질	쪽수	교과서 252~253쪽
소단원	1. 삼각형의 성질 1-3 삼각형의 외심과 내심	차시	6/22
학습 목표	삼각형의 외접원과 외심의 뜻을 이해한다.		

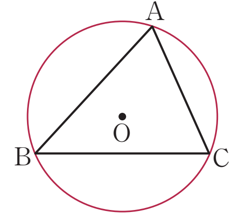
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◎ 삼각형의 세 꼭짓점을 지나는 원을 그려 보게 한다. ◎ 학습 목표를 제시한다. • 삼각형의 외접원과 외심의 뜻을 이해한다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	개념 학습 문제 해결	◎ 학습 내용 설명 (1) 삼각형의 외접원: 삼각형의 세 꼭짓점을 지나는 원 (2) 삼각형의 외심: 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점 ⇨ 외접원의 중심 (3) 외심에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다. (4) 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형인지에 따라 외심의 위치가 삼각형의 내부, 빗변의 중점, 삼각형의 외부로 달라진다. ◎ 문제 1, 2, 3, 문제 해결 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◎ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 오른쪽 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$의 외심일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라. 답 5 cm ◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다. ◎ 다음 차시를 예고한다. • 원과 한 점에서 만나는 직선에 대하여 알아본다.	

수준별 학습지 (기초)

대단원	Ⅶ. 도형의 성질	쪽수	교과서 252~253쪽
소단원	1. 삼각형의 성질 1-3 삼각형의 외심과 내심	차시	6/22
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

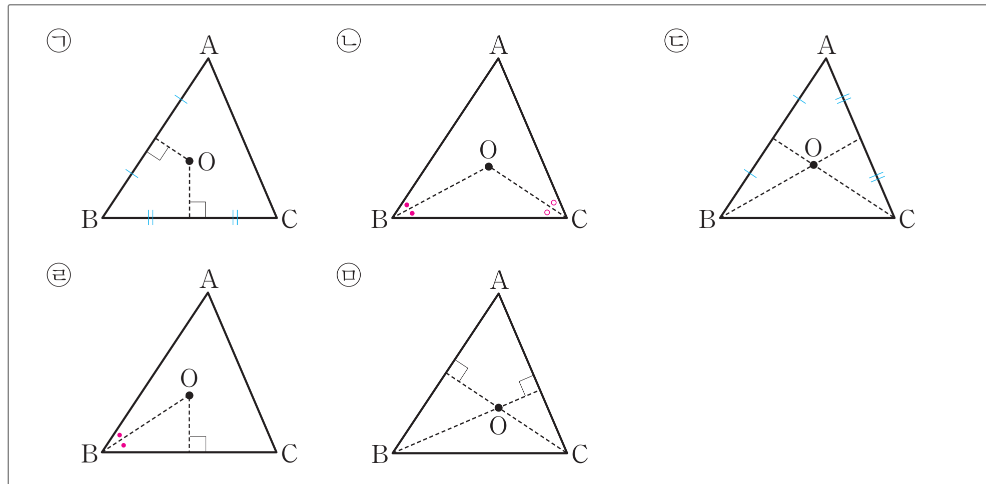
1 오른쪽 그림을 보고, □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

△ABC의 세 꼭짓점을 지나는 원 O는 △ABC의 □이고, 점 O는 △ABC의 □의 중심인 □이다.



답 외접원, 외접원, 외심

2 다음 중에서 △ABC의 외심을 작도한 것을 찾아라.



답 ㉠

3 다음 중에서 삼각형의 외심에 대한 설명이 아닌 것을 찾아라.

ㄱ. 삼각형의 외접원의 중심이다.
ㄴ. 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이다.
ㄷ. 삼각형의 세 변까지의 거리가 같은 점이다.
ㄹ. 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점이다.
ㅁ. 둔각삼각형의 외심은 삼각형의 외부에 있다.

답 ㄷ

교수 · 학습 과정안 (기본)

대단원	Ⅶ. 도형의 성질	쪽수	교과서 252~253쪽
소단원	1. 삼각형의 성질　1-3 삼각형의 외심과 내심	차시	6/22
학습 목표	삼각형의 외접원과 외심의 뜻을 이해한다.		

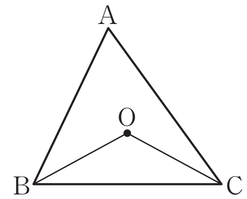
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 삼각형의 세 꼭짓점을 지나는 원을 그려 보게 한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 삼각형의 외접원과 외심의 뜻을 이해한다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	개념 학습 문제 해결	◐ 학습 내용 설명 (1) 삼각형의 외접원: 삼각형의 세 꼭짓점을 지나는 원 (2) 삼각형의 외심: 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점 ⇨ 외접원의 중심 (3) 외심에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다. (4) 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형인지에 따라 외심의 위치가 삼각형의 내부, 빗변의 중점, 삼각형의 외부로 달라진다. ◐ 문제 1, 2, 3, 문제 해결 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 오른쪽 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$의 외심일 때, 다음 물음에 답하여라. (1) $\overline{OA}$의 길이를 구하여라. (2) $\triangle OBC$는 어떤 삼각형인가? 답 (1) 5 cm (2) 이등변삼각형 ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 원과 한 점에서 만나는 직선에 대하여 알아본다.	

수준별 학습지 (기본)

대단원	Ⅶ. 도형의 성질	쪽수	교과서 252~253쪽
소단원	1. 삼각형의 성질　1-3 삼각형의 외심과 내심	차시	6/22
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다. 옳은 것을 모두 찾아라.

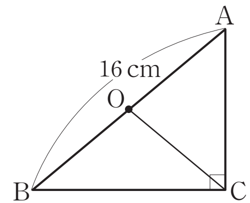
ㄱ. ∠OBA=∠OBC가 성립한다.
ㄴ. ∠OBC=∠OCB가 성립한다.
ㄷ. 점 O에서 세 변에 이르는 거리는 모두 같다.
ㄹ. $\overline{OA}$는 ∠A의 이등분선이다.
ㅁ. $\overline{AB}$의 수직이등분선은 점 O를 지난다.



답 ㄴ, ㅁ

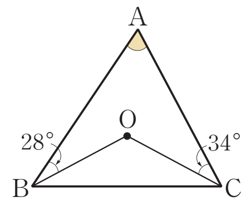
2 오른쪽 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이다. $\overline{AB}$=16 cm일 때, $\overline{OC}$의 길이를 구하여라.

답 8 cm



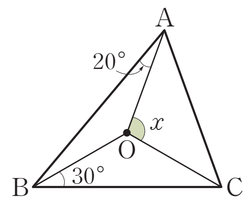
3 오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다. ∠OBA=28°, ∠OCA=34°일 때, ∠A의 크기를 구하여라.

답 62°



4 오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다. ∠BAO=20°, ∠OBC=30°일 때, ∠x의 크기를 구하여라.

답 100°



교수 · 학습 과정안 (실력)

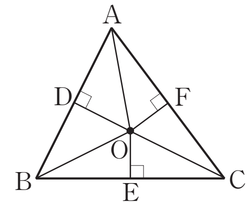
대단원	Ⅶ. 도형의 성질	쪽수	교과서 252~253쪽
소단원	1. 삼각형의 성질 1-3 삼각형의 외심과 내심	차시	6/22
학습 목표	삼각형의 외접원과 외심의 뜻을 이해한다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 삼각형의 세 꼭짓점을 지나는 원을 그려 보게 한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 삼각형의 외접원과 외심의 뜻을 이해한다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	개념 학습 문제 해결	◐ 학습 내용 설명 (1) 삼각형의 외접원: 삼각형의 세 꼭짓점을 지나는 원 (2) 삼각형의 외심: 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점 ⇨ 외접원의 중심 (3) 외심에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다. (4) 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형인지에 따라 외심의 위치가 삼각형의 내부, 빗변의 중점, 삼각형의 외부로 달라진다. ◐ 문제 1, 2, 3, 문제 해결 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OAC=50^\circ$일 때, $\angle AOC$의 크기를 구하여라. 답 80° ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 원과 한 점에서 만나는 직선에 대하여 알아본다.	

수준별 학습지 (실력)

대단원	Ⅶ. 도형의 성질	쪽수	교과서 252~253쪽
소단원	1. 삼각형의 성질 1-3 삼각형의 외심과 내심	차시	6/22
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다. 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 찾아라.



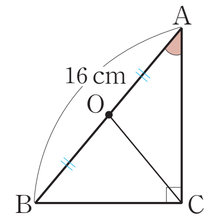
ㄱ $\overline{OA}=\overline{OB}$　　ㄴ $\overline{OE}=\overline{OF}$

ㄷ $\overline{AF}=\overline{CF}$　　ㄹ △OBE≡△OCE

ㅁ △OAD≡△OAF

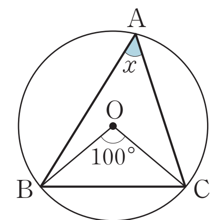
답 ㄴ, ㅁ

2 오른쪽 그림에서 점 O는 ∠C=90°인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. ∠AOC : ∠BOC=5 : 4일 때, ∠A의 크기를 구하여라.



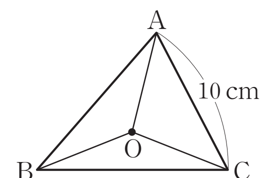
답 40°

3 오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다. ∠x의 크기를 구하여라.



답 50°

4 오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다.
$\overline{AC}$=10 cm이고, △AOC의 둘레의 길이가 24 cm일 때, △ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하여라.



답 7 cm

1 삼각형의 성질

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 이등변삼각형의 성질을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.

② 직각삼각형의 합동조건을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.

③ 삼각형의 외심과 그 성질을 이해하게 한다.

④ 원과 한 점에서 만나는 직선의 성질을 이해하게 한다.

⑤ 삼각형의 내심과 그 성질을 이해하게 한다.

중단원의 구성

소단원명	학습 내용
1-1 이등변삼각형	이등변삼각형의 성질
	이등변삼각형이 되는 조건
	선분의 수직이등분선
1-2 직각삼각형의 합동	직각삼각형의 합동조건
1-3 삼각형의 외심과 내심	삼각형의 외심
	원과 한 점에서 만나는 직선의 성질
	삼각형의 내심
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 240 쪽

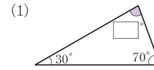
1 삼각형의 성질

준 | 비 | 학 | 습

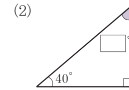
삼각형의 내각의 크기의 합
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이다.

1 다음 그림에서 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1)

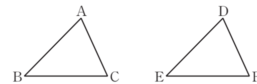


(2)



삼각형의 합동조건
두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.
- 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때
- 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때
- 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

2 다음 그림에서 △ABC≡△DEF가 되도록 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.



(1) $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=$□, $\overline{AC}=$□

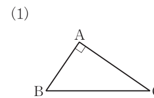
(2) $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=$□, $\angle B=$□

(3) $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\angle B=$□, $\angle C=$□

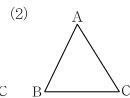
각의 크기에 따른 삼각형의 종류
- 예각삼각형: 세 내각이 모두 예각인 삼각형
- 직각삼각형: 한 내각이 직각인 삼각형
- 둔각삼각형: 한 내각이 둔각인 삼각형

3 다음 삼각형을 각의 크기에 따라 분류하여 각각의 이름을 말하여라.

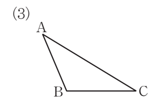
(1)



(2)



(3)



준비 학습의 해설

1

목표| 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°임을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\square^{\circ}+30^{\circ}+70^{\circ}=180^{\circ}$

$\square=\mathbf{80}$

(2) $\square^{\circ}+40^{\circ}+90^{\circ}=180^{\circ}$

$\square=\mathbf{50}$

2

목표| 삼각형의 합동조건을 알게 한다.

풀이| (1) 세 변의 길이가 각각 같을 때

$\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\boxed{\mathbf{EF}}$, $\overline{AC}=\boxed{\mathbf{DF}}$

(2) 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때

$\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\boxed{\mathbf{EF}}$, $\angle B=\boxed{\angle\mathbf{E}}$

(3) 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

$\overline{BC}=\overline{EF}$, $\angle B=\boxed{\angle\mathbf{E}}$, $\angle C=\boxed{\angle\mathbf{F}}$

3

목표| 각의 크기에 따른 삼각형의 종류를 알 수 있게 한다.

풀이| (1) 한 내각이 직각이므로 **직각삼각형**이다.

(2) 세 내각이 모두 예각이므로 **예각삼각형**이다.

(3) 한 내각이 둔각이므로 **둔각삼각형**이다.

교과서 241 쪽

1-1 이등변삼각형

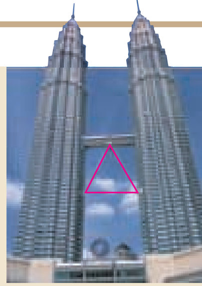
● 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

이등변삼각형에는 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기

페트로나스 트윈 타워

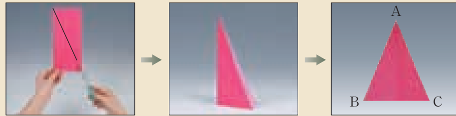
말레이시아의 수도인 쿠알라룸푸르에 있는 페트로나스 트윈 타워는 41층에 두 건물을 연결하는 구름다리가 있다. 이 구름다리를 지탱하는 두 지지대를 오른쪽 그림과 같이 선으로 이어 보면 이등변삼각형 모양을 찾을 수 있다.



탐구 활동

●준비물
색종이, 가위

다음 그림과 같이 색종이를 반으로 접은 후 대각선을 따라 가위로 오려서 만들어진 △ABC에 대하여 물음에 답하여 보자.



1 두 변 AB와 AC의 길이를 비교하여 보자.

2 △ABC는 어떤 삼각형인가?

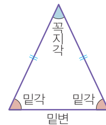
3 ∠ABC와 ∠ACB의 크기를 비교하여 보자.

❶ 변삼각형은

'두 변의 길이가 같은 삼각형'

이다. 이때 길이가 같은 두 변이 이루는 각을 꼭지각, 꼭지각의 대변을 밑변, 밑변의 양 끝 각을 밑각이라고 한다.

위의 사실을 이용하여 이등변삼각형의 여러 가지 성질을 알아보자.



2. 이등변삼각형의 성질을 추론할 때, 서로 다른 여러 가지 모양의 이등변삼각형을 만들어 공통된 성질을 찾아본 후 정당화할 수 있도록 한다.

3. 학생의 수준에 따라 이등변삼각형의 성질을 이해시키는 방법과 정당화하는 방법을 달리 할 수 있다.

새로 나온 용어와 기호

• 수직이등분선(垂直二等分線, perpendicular bisector)

창의력 기르기 참/고/자/료

페트로나스 트윈 타워는 1999년에 건립된 초고층 쌍둥이 빌딩이다. 전체 높이는 452 m로, 지하 6층, 지상 88층이며 88층부터 4개 층이 하나의 층을 이루는 중층 구조로 되어 있어 이 4개 층을 합하면 지상 92층이 된다.

1-1 이등변삼각형

소단원 지도 목표

① 이등변삼각형의 뜻을 알게 한다.

② 삼각형의 합동조건을 이용하여 이등변삼각형의 성질을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.

③ 삼각형의 합동조건을 이용하여 이등변삼각형이 되는 조건을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.

④ 선분의 수직이등분선의 의미를 알게 하고, 이를 이용하여 이등변삼각형의 성질을 설명할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 이등변삼각형의 성질을 찾을 때에는 삼각형의 세 변, 세 각에서 항상 성립하는 관계를 찾을 수 있도록 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 이등변삼각형을 만들어 보고, 두 밑각의 크기를 비교하여 봄으로써 이등변삼각형의 성질을 알게 하려는 것이다.

준비물 • 색종이, 가위

1. 두 변 AB와 AC의 길이는 **같다**.

2. △ABC는 두 변의 길이가 같으므로 **이등변삼각형**이다.

3. ∠ABC와 ∠ACB의 크기는 **같다**.

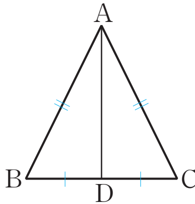
본문 해설

❶ 이등변삼각형은 두 변의 길이가 같고, 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다. 용어의 뜻이나 정당화가 필요 없는 사실은 다른 성질을 정당화하기 위해 알고 있어야 함을 강조한다.

본문 해설

❶ 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같다는 성질을 SSS 합동을 이용하여 다음과 같이 정당화할 수도 있다.

다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 △ABC에서 $\overline{BC}$의 중점을 D라고 하자.



△ABD와 △ACD에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$ ...... ①

$\overline{BD}=\overline{CD}$ ...... ②

$\overline{AD}$는 공통 ...... ③

①, ②, ③에서 세 쌍의 대응하는 변의 길이가 같으므로 △ABD≡△ACD

∠B=∠C

교과서 242 쪽

❶ 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 알아보자.

$\overline{AB}=\overline{AC}$인 △ABC에서

∠A의 이등분선과 밑변 BC의 교점을 D라고 하면

△ABD와 △ACD에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$ ...... ①

∠BAD=∠CAD ...... ②

$\overline{AD}$는 공통 ...... ③

①, ②, ③에서 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로

△ABD≡△ACD

이다.

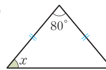
따라서 ∠B=∠C임을 알 수 있다.

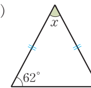
이상에서 다음과 같은 성질을 알 수 있다.

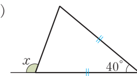
∠XOY가 반직선 OP에 의하여 크기가 같은 두 개의 각으로 나누어질 때, 반직선 OP를 ∠XOY의 이등분선이라고 한다.

이등변삼각형의 성질 [1]
이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

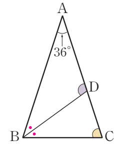
문제 1 다음 그림에서 ∠x의 크기를 구하여라.

(1)


(2)


(3)


발전 문제 2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 ∠B의 이등분선과 변 AC의 교점을 D라고 하자. ∠A=36°일 때, ∠C와 ∠BDA의 크기를 구하여라.



1

목표| 이등변삼각형의 성질[1]을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로 다른 한 밑각의 크기도 ∠x이다.

$\angle x+\angle x+80°=180°$

$\angle x=$ **50°**

(2) 이등변삼각형의 한 밑각의 크기가 62°이므로 다른 한 밑각의 크기도 62°이다.

$\angle x+62°+62°=180°$

$\angle x=$ **56°**

(3) 이등변삼각형의 한 밑각의 크기는 $\dfrac{180°-40°}{2}=70°$이고, 평각의 크기는 180°이므로 $\angle x+70°=180°$

$\angle x=$ **110°**

2

목표| 이등변삼각형의 성질[1]을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

∠ABC=∠C

$\angle C=\dfrac{1}{2}(180°-\angle A)=\dfrac{1}{2}(180°-36°)=$ **72°**

$\angle ABD=\dfrac{1}{2}\angle ABC=\dfrac{1}{2}\times 72°=36°$이므로

△ABD에서

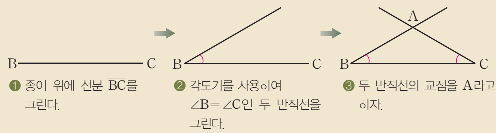
$\angle BDA=180°-(\angle BAD+\angle ABD)$

$=180°-(36°+36°)=$ **108°**

두 내각의 크기가 같은 삼각형은 어떤 삼각형인가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 그려 보고, 물음에 답하여 보자.

● 준비물
종이, 자, 각도기

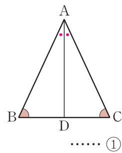


❶ 종이 위에 선분 $\overline{BC}$를 그린다.
❷ 각도기를 사용하여 ∠B=∠C인 두 반직선을 그린다.
❸ 두 반직선의 교점을 A라고 하자.

1 자를 이용하여 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 길이를 비교하여 보자.
2 삼각형 ABC는 어떤 삼각형이라고 할 수 있는가?

❶ 두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형임을 알아보자.

∠B=∠C인 △ABC에서 ∠A의 이등분선과 밑변 BC의 교점을 D라고 하면



△ABD와 △ACD에서

∠B=∠C

∠BAD=∠CAD ······ ①

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

∠ADB=∠ADC ······ ②

$\overline{AD}$는 공통 ······ ③

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

△ABD≡△ACD

따라서 $\overline{AB}=\overline{AC}$임을 알 수 있다.

이상에서 다음을 알 수 있다.

이등변삼각형이 되는 조건
두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 두 내각의 크기가 같은 삼각형을 그려 보고, 이 삼각형의 두 변의 길이가 같음을 측정함으로써 두 내각의 크기가 같은 삼각형이 이등변삼각형임을 알게 하려는 것이다.
준비물 • 종이, 자, 각도기

1. 자를 이용하여 길이를 측정하면 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다.

2. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 **이등변삼각형**이다.

본문 해설

❶ 이등변삼각형이 되는 조건을 정당화하는 과정에서
'이등변삼각형의 두 내각의 크기는 같다.' ($\overline{AB}=\overline{AC}$, ∠B=∠C)
를 주어진 조건으로 생각하고 이때의 결론을 합동으로 끝내는 경우가 있다.
이는 주어진 조건과 설명하고자 하는 결론이 무엇인지 모르는 상태에서 두 삼각형이 합동임을 보이려는 것에만 집중하는 데서 발생한다. 따라서 '두 밑각의 크기가 같다.' (∠B=∠C)를 주어진 조건으로 이용하여 설명하고, 이때의 결론은 '두 변의 길이가 같다'이다. 즉, 이등변삼각형임을 알 수 있도록 한다.

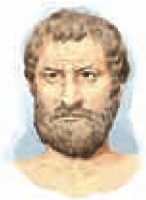
지/도/자/료 보조선과 정당화

도형의 성질을 정당화하기 위해서 보조선이 많이 사용된다. 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 정당화하기 위해서도 보조선을 사용하였다. 보조선을 통해서 그림을 부분으로 나누어 볼 수 있게 되고, 이러한 부분 그림에서 추론이 정확하게 이루어진다. 따라서 보조선을 어떻게 그려야 하는지를 찾는 것 자체가 도형의 성질을 수학적으로 정당화하는 한 부분임을 지도한다.

읽/기/자/료 수학의 아버지 탈레스

기원전 600년경 그리스의 밀레토스에서 태어난 탈레스는 상인이 되어 이집트를 방문했을 때, 수학과 천문학에 대한 책을 접하게 되면서 이를 탐독하고 연구하여 세계 최초의 수학자라고 일컬어지게 되었다.

또 탈레스는 '맞꼭지각은 서로 같다.'
'이등변삼각형의 두 밑각은 서로 같다.'
'원은 지름에 의하여 이등분된다.'
등 도형의 성질을 최초로 정당화함으로써 수학의 아버지로 불리기도 하였다.



탈레스는 천문학에도 관심이 많아서 최초로 일식을 예언했다고도 한다.

3

목표| 이등변삼각형이 되는 조건을 이용하여 주어진 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle C$ …… ①

$\angle B=\angle ABD+\angle DBC=2\angle DBC$ …… ②

$\angle C=\angle ACD+\angle DCB=2\angle DCB$ …… ③

①, ②, ③에서 $2\angle DBC=2\angle DCB$

$\angle DBC=\angle DCB$

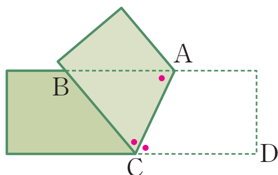
따라서 $\triangle DBC$는 이등변삼각형이므로

$\overline{CD}=\overline{BD}=3(\mathrm{cm})$

창의 UP

|출제 의도| 평행선의 성질과 이등변삼각형이 되는 조건을 이용하여 주어진 삼각형이 이등변삼각형임을 설명할 수 있게 하기 위한 문제이다.

풀이|



$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로 $\angle BAC=\angle ACD$ (엇각)

$\angle ACD=\angle ACB$이므로 $\angle BAC=\angle ACB$

따라서 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

읽/기/자/료 도형의 성질과 유클리드

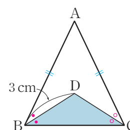


고대 이집트에는 해마다 나일 강이 범람하여 토지의 경계선이 없어져 개인의 토지 소유권에 대한 분쟁이 자주 발생하였다. 따라서 토지의 넓이를 이전과 같게 나누기 위하여 다시 측량해야 했고, 그 결과 여러 가지 도형의 성질이 알려지게 되었다고 한다.

그러나 도형의 성질이 체계적으로 정리되기 시작한 것은 지금으로부터 약 2300년 전에 그리스의 수학자 유클리드가 13권의 책 "원론(Element)"을 펴낸 후부터이다.

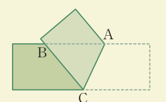
교과서 244 쪽

문제 3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 D라고 하자. $\overline{BD}=3\,\mathrm{cm}$일 때, $\overline{CD}$의 길이를 구하여라.



창의 UP

오른쪽 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, 겹쳐진 부분의 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다. 그 이유를 설명하여라.

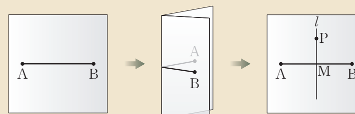


선분의 수직이등분선이란 무엇인가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 투명 종이 위에 점과 선을 그린 후, 물음에 답하여 보자.

● 준비물
투명 종이, 자

❶ 투명 종이 위에 선분 AB를 그린다.
❷ 점 A와 점 B가 포개어지도록 접은 후 다시 편다.
❸ 접힌 선을 따라 직선 l을 긋고, 직선 l 위에 한 점 P를 잡은 후 직선 l과 선분 AB의 교점을 M이라고 한다.



1 선분 AM과 선분 BM의 길이를 비교하여 보자.
2 $\angle AMP$와 $\angle BMP$의 크기를 비교하여 보자.
3 선분 PA와 선분 PB를 그리고, 그 길이를 비교하여 보자.

탐구 활동의 이해

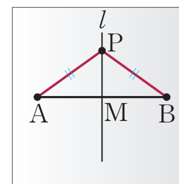
활동 목표 • 투명 종이 위에 그려진 선분을 접어 직선을 그려 보고, 이때 주어진 선분의 중점을 지나면서 선분에 수직인 직선이 그 선분의 수직이등분선임을 알게 하려는 것이다.

준비물 • 투명 종이, 자

1. 접었을 때 겹쳐지므로 $\overline{\mathbf{AM}}=\overline{\mathbf{BM}}$이다.

2. 평각을 이등분하였으므로 $\angle \mathbf{AMP}=\angle \mathbf{BMP}=\mathbf{90}^\circ$이다.

3. 선분 PA와 선분 PB는 겹쳐지므로 그 길이는 같다.
즉, $\overline{\mathbf{PA}}=\overline{\mathbf{PB}}$이다.

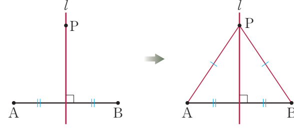


참고| $\triangle AMP$와 $\triangle BMP$에서

$\overline{AM}=\overline{BM}$, $\angle AMP=\angle BMP=90^\circ$, $\overline{MP}$는 공통이므로 $\triangle AMP\equiv\triangle BMP$ (SAS 합동)

따라서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이다.

탐구 활동에서 직선 l은 선분 AB의 중점을 지나고, 선분 AB에 수직임을 알 수 있다. 또 $\overline{PA}=\overline{PB}$임을 알 수 있다.



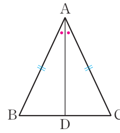
이와 같이 주어진 선분의 중점을 지나면서 선분에 수직인 직선을 그 선분의 **수직이등분선**이라고 한다.

예 제 1

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 ∠A의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 이등변삼각형의 성질을 이용하여 △ABD≡△ACD임을 설명하여라.

(2) (1)의 결과를 이용하여 $\overline{AD}$가 $\overline{BC}$를 수직이등분함을 설명하여라.



종이 위에 이등변삼각형을 그리고 오린 다음 꼭지각을 반으로 접어서 확인할 수 있다.

풀이 (1) △ABD와 △ACD에서

$\overline{AB}=\overline{AC}$ ······ ①

∠BAD=∠CAD ······ ②

△ABC는 이등변삼각형의 성질에 의하여 두 밑각의 크기가 같으므로

∠ABD=∠ACD ······ ③

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

△ABD≡△ACD

(2) △ABD≡△ACD이므로

$\overline{BD}=\overline{CD}$ ······ ①

∠ADB=∠ADC이고, ∠ADB+∠ADC=180°이므로

∠ADB=∠ADC=90°

$\overline{AD}\perp\overline{BC}$ ······ ②

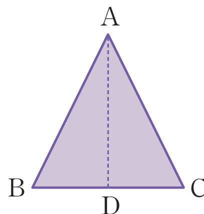
①, ②에서 $\overline{AD}$는 $\overline{BC}$를 수직이등분한다.

지/도/자/료 여러 가지 정당화 교수 · 학습 방법

다음과 같이 학생의 수준에 따라 정당화 방법을 달리하여 교수 · 학습할 수 있다.

1. 연역적인 정당화를 포함하지 않는 발문식 방법

오른쪽 그림과 같이 이등변삼각형의 꼭짓점 A를 지나 다른 두 변 AB와 AC가 포개어지도록 접었을 때, 삼각형 ABD와 삼각형 ACD는 완전히 포개어지는가?



① 위에서 추측할 수 있는 사실을 말해 보아라.

② 이등변삼각형에서 꼭짓점 A를 지나 다른 두 변 AB와 AC가 포개어지도록 접는 방법을 생각해 보아라.

③ ②의 방법으로 접었을 때 점 D가 선분 BC의 중점인지 추측해 보고, 그 이유를 설명해 보아라.

④ ②의 방법으로 접었을 때, ∠ADB와 ∠ADC의 크기는 같은지 추측해 보고, 그 이유를 설명해 보아라.

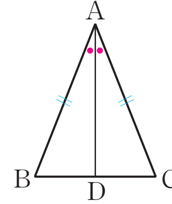
⑤ ②의 방법으로 접었을 때, 추측할 수 있는 부분들을 정리하여 보자.

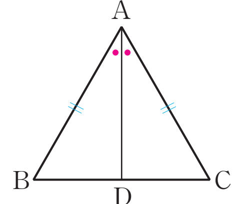
⑥ ⑤의 추측을 그림으로 표현해 보아라.

⑦ ⑤의 내용을 기호로 표현해 보아라.

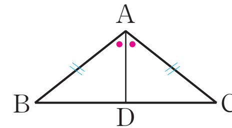
2. 연역적인 정당화 과정을 포함하는 발문식 방법

① $\overline{AB}=\overline{AC}>\overline{BC}$ ② $\overline{AB}=\overline{AC}=\overline{BC}$





③ $\overline{AB}=\overline{AC}<\overline{BC}$

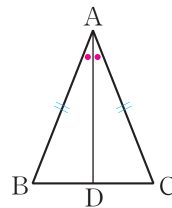


①, ②, ③과 같이 여러 가지 모양의 이등변삼각형을 만들어 공통된 성질을 찾아본 후 다음과 같이 공통된 발문을 할 수 있다.

'이등변삼각형에서 ∠A의 이등분선과 $\overline{BC}$가 만나는 점을 D라고 할 때, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$의 길이의 비는 어떠한가? 그리고 ∠ADB와 ∠ADC의 크기는 서로 어떠한가?'

발문으로부터 어떤 이등변삼각형이든지 항상 $\overline{BD}=\overline{CD}$이고, ∠ADB=∠ADC라는 사실을 발견할 수 있다. 이 사실로부터 '이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.'는 성질을 알 수 있다.

3. 연역적인 정당화를 포함하는 형식적인 방법



$\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC의 ∠A의 이등분선과 밑변 BC가 만나는 점을 D라고 할 때, $\overline{AD}$는 $\overline{BC}$를 수직이등분한다. 이를 설명하여라.

4

목표| 이등변삼각형의 성질[2]를 이용하여 변의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 8$

$=\mathbf{4(cm)}$

(2) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\angle ADB=90^{\circ}$

$\triangle ABD$에서

$\angle BAD=180^{\circ}-(\angle ABD+\angle ADB)$

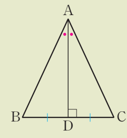
$=180^{\circ}-(65^{\circ}+90^{\circ})$

$=\mathbf{25^{\circ}}$

교과서 246 쪽

이상에서 다음과 같은 성질을 얻는다.

이등변삼각형의 성질 [2]
이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.



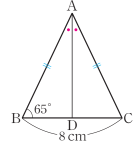
문제 4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라고 하자.

$\angle B=65^{\circ}$, $\overline{BC}=8$ cm

일 때, 다음을 구하여라.

(1) $\overline{BD}$의 길이

(2) $\angle BAD$의 크기

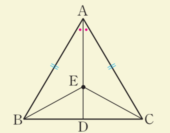


창의 UP

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선과 밑변 BC의 교점을 D라고 할 때, $\overline{AD}$ 위의 한 점 E에 대하여

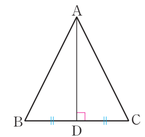
$\overline{BE}=\overline{CE}$

임을 설명하여라.





추론 오른쪽 그림을 보고 '이등변삼각형에서 밑변을 수직이등분하는 직선은 꼭지각을 이등분한다.'는 것을 설명하여 보자.



창의 UP

|출제 의도| 이등변삼각형의 성질[2]를 이해하고, 삼각형의 합동조건을 이용하여 $\overline{BE}$와 $\overline{CE}$의 길이가 같음을 설명할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선은 밑변 BC를 수직이등분하므로 $\triangle EBD$와 $\triangle ECD$에서

$\overline{BD}=\overline{CD}$

$\angle BDE=\angle CDE=90^{\circ}$

$\overline{ED}$는 공통

이므로 $\triangle EBD\equiv\triangle ECD$(SAS 합동)

$\overline{BE}=\overline{CE}$

추/론

|출제 의도| '이등변삼각형의 밑면의 수직이등분선은 꼭지각을 이등분한다.'는 것을 알게 하고, 그것을 설명할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 선분의 수직이등분선 위의 임의의 점에서 선분의 양 끝 점까지의 거리는 같으므로 이등변삼각형의 밑변 BC의 수직이등분선은 꼭짓점 A를 지난다.

$\triangle ABD$와 $\triangle ACD$에서

$\overline{BD}=\overline{CD}$

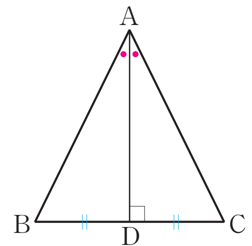
$\angle ADB=\angle ADC=90^{\circ}$

$\overline{AD}$는 공통

이므로

$\triangle ABD\equiv\triangle ACD$ (SAS 합동)

$\angle BAD=\angle CAD$



교과서 247 쪽

1-2 직각삼각형의 합동

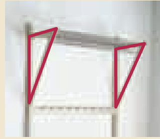
● 직각삼각형의 합동을 이해한다.

직각삼각형은 어떤 경우에 합동이 되는가?

창의력 기르기

까치발

나무 · 돌 · 금속 등으로 만들어진 선반이나 탁자 등의 받침대를 까치발이라고 한다. 까치발은 수평 방향과 수직 방향으로 힘을 분산시킬 수 있도록 직각삼각형 모양이 일반적이나 요즈음은 미적 효과를 고려하여 다양한 모양이 사용되기도 한다.



탐 구 활 동

● 준비물
투명 종이, 자, 각도기

투명 종이 위에 $\overline{AB}=8\text{ cm}$, $\angle A=30^\circ$, $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC를 그린 후, 다음 물음에 답하여 보자.

1 각자 그린 삼각형을 서로 겹쳐 보자.

2 **1**에서 겹쳐 본 두 삼각형은 서로 합동이라고 할 수 있는가?

직각삼각형은 한 예각의 크기가 정해지면 다른 예각의 크기도 정해진다. 이를 이용하여 두 직각삼각형에서 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으면 서로 합동임을 알아보자.

● 직각삼각형에서 직각의 대변을 빗변이라고 한다.

빗변

❶ [illegible]$=\angle F=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\angle A=\angle D$인 두 [illegible]삼각형 ABC와 DEF에서

$\overline{AB}=\overline{DE}$ ……①

$\angle A=\angle D$ ……②

● 크기가 같은 각을 ∠B와 ∠E로 놓고 설명하여도 마찬가지 결론을 얻는다.

직각을 뺀 두 내각의 크기의 합은 90°이므로

$\angle B=90^\circ-\angle A=90^\circ-\angle D=\angle E$ ……③

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$

창의력 기르기 참/고/자/료

까치발은 벽에 돌출해 있거나 벽 위에 걸쳐져서 무게를 받쳐주는 것으로 대개 직각삼각형 모양이다. 까치발은 윗 모서리를 따라서 바깥쪽으로 힘이 미치고 동시에 벽을 따라서 밑으로 힘이 작용하여 수직방향을 지탱하는데, 이는 직각삼각형 모양의 성질에 기인한다. 최근 공간을 효율적으로 사용하기 위해 변형된 형태의 까치발을 이용하는 경우도 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두 직각삼각형을 겹쳐 봄으로써 직각삼각형의 합동조건을 알게 하려는 것이다.
준비물 • 투명 종이, 자, 각도기

1. 각자 주어진 조건에 맞게 직각삼각형 ABC를 그린 후 겹쳐 보면 두 삼각형은 완전히 포개어 진다.

2. 두 삼각형은 서로 **합동이다.**

1-2 직각삼각형의 합동

소단원 지도 목표

① 직각삼각형의 합동조건을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.
② 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 여러 가지 도형의 성질을 정당화할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 직각삼각형의 합동조건은 다른 도형의 성질을 추론하거나 설명하는 데 자주 이용되므로 명확히 이해하여 활용할 수 있도록 지도한다.

2. 직각삼각형의 합동조건에서는 한 내각의 크기가 직각이라는 조건을 포함하고 있으므로 도형의 성질을 정당화할 때 빠뜨리지 않도록 유의하게 한다.

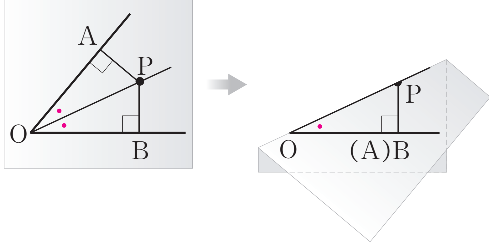
3. 한 가지 사실에 대하여 다양한 정당화 방법이 있을 수 있다는 것을 이해하게 한다.

본문 해설

❶ 삼각형의 6요소(세 각, 세 변) 중에서 삼각형의 합동조건에서는 세 쌍의 대응 요소가 각각 같은데, 직각삼각형의 합동조건에서는 두 쌍의 대응하는 요소만 같으면 합동이 되는 것으로 오해할 수 있다. 그러나 직각삼각형의 합동조건에는 한 쌍의 대응하는 각이 직각으로 같다는 조건이 이미 포함되어 있으므로 두 직각삼각형이 합동이기 위해서는 세 쌍의 대응하는 요소가 같아야 함을 이해하도록 한다. 따라서 직각삼각형이 합동임을 보일 때, 직각의 조건을 빠뜨리지 않도록 유의하게 한다.

목표| 두 직각삼각형에서 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으면 서로 합동임을 이용하여 주어진 두 직각삼각형이 합동임을 설명할 수 있게 한다.

풀이| (1)



(2) $\triangle OAP$와 $\triangle OBP$에서

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$ ······ ①

$\angle AOP=\angle BOP$ ······ ②

$\overline{OP}$는 공통 ······ ③

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle OAP\equiv\triangle OBP$

교과서 248 쪽

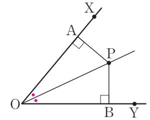
문제 |

∘ 투명 종이 위에 오른쪽 그림을 그린 다음 $\overrightarrow{OP}$를 중심으로 접어서 확인할 수 있다.

$\angle XOY$의 이등분선 위의 한 점 P에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$에 내린 수선의 발을 각각 A, B라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 투명 종이를 이용하여 $\triangle OAP\equiv\triangle OBP$임을 확인하여라.

(2) $\triangle OAP\equiv\triangle OBP$인 이유를 설명하여라.



∘ 길이가 같은 변을 $\overline{BC}$와 $\overline{EF}$로 놓고 설명하여도 마찬가지 결론을 얻는다.

이제 두 직각삼각형에서 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 서로 합동임을 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 $\angle C=\angle F=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$인 두 직각삼각형 ABC와 DEF에서

$\angle C=\angle F=90^\circ$ ······①

$\overline{AB}=\overline{DE}$ ······②

❶ $\triangle DEF$를 뒤집은 후, 길이가 같은 두 변 $\overline{AC}$와 $\overline{DF}$가 겹쳐지도록 놓으면

$\angle BCE=\angle C+\angle F=180^\circ$

따라서 세 점 B, C(F), E는 한 직선 위에 있다.

한편 $\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로 이등변삼각형의 성질[1]에 의해서

$\angle B=\angle E$ ······③

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle ABC\equiv\triangle DEF$

이상에서 다음과 같은 직각삼각형의 합동조건을 얻는다.

직각삼각형의 합동조건

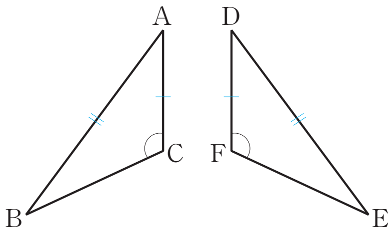
두 직각삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.

(1) 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같을 때

(2) 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같을 때

본문 해설

❶ 직각삼각형의 합동조건을 설명할 때 한 쪽의 직각삼각형을 뒤집어서 이등변삼각형을 만든 다음 그 성질을 이용한다. 이는 합동변환의 설명이 전제되어야 하지만 중등 교육과정에서는 무리한 설명이므로 직접 종이에 두 직각삼각형을 만들어서 설명 과정을 따라 하는 활동을 통해 직관적으로 이해할 수 있도록 한다.



위의 그림과 같이 $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서 $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$이지만, $\angle C$와 $\angle F$가 직각이 아니면 $\overline{AC}$와 $\overline{DF}$를 겹치게 놓아도 이등변삼각형이 되지 않으므로 $\overline{AB}=\overline{DE}$임을 이용할 수 없다.

따라서 세 점 B, C(F), E가 한 직선 위에 있어야 $\triangle ABE$가 이등변삼각형이 되고, 이때 $\overline{AB}=\overline{DE}$를 이용하여 합동을 설명할 수 있음을 이해하게 한다.

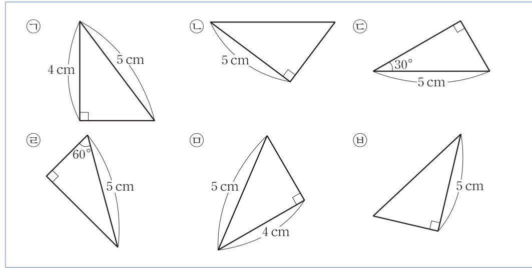
읽/기/자/료 합동변환

한 평면 위의 두 도형이 합동이라 함은 이들 도형 사이에 일대일 대응이 정해지고, 한 쪽 도형의 임의의 두 점을 잇는 선분과 이에 대응하는 다른 쪽 도형의 두 점을 잇는 선분이 항상 같게 할 수 있음을 뜻한다.

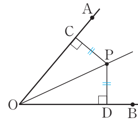
이와 같은 대응을 합동변환(Congruent Transformation)이라고 한다. 합동변환은 길이가 변하지 않는 변환이다.

교과서 249 쪽

문제 2 다음에서 서로 합동인 직각삼각형을 찾고, 이때 사용한 직각삼각형의 합동조건을 말하여라.



문제 3 오른쪽 그림의 ∠AOB에서 두 반직선 OA, OB로부터 같은 거리에 있는 점 P가 ∠AOB의 이등분선 위에 있음을 설명하여라.

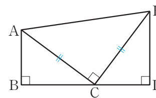




문제 4 오른쪽 그림에서 $\overline{AC}=\overline{CE}$이고

$\angle ABC=\angle ACE=\angle CDE=90^\circ$

일 때, $\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{BD}$임을 설명하여라.





추론 두 변의 길이가 각각 같은 두 직각삼각형이 항상 합동이 될 수 있는지 설명하여 보자.

2

목표| 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 서로 합동인 직각삼각형을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 같은 두 직각삼각형 ㉠, ㉤은 서로 합동이다.

직각삼각형 ㉢에서 한 예각이 30°이므로 다른 예각의 크기는 60°이다. 따라서 빗변의 길이와 다른 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형 ㉢, ㉣은 서로 합동이다.

3

목표| 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 도형의 성질을 설명할 수 있게 한다.

풀이| △POC와 △POD에서

$\angle PCO=\angle PDO=90^\circ$ …… ①

$\overline{OP}$는 공통 …… ②

$\overline{PC}=\overline{PD}$ …… ③

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로

$\triangle POC\equiv\triangle POD$, $\angle POC=\angle POD$

따라서 점 P는 ∠AOB의 이등분선 위에 있다.

4

목표| 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°임과 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 문제를 설명할 수 있게 한다.

풀이| △ABC와 △CDE에서

$\overline{AC}=\overline{CE}$ …… ①

$\angle ABC=\angle CDE=90^\circ$ …… ②

$\angle BAC+\angle ACB=90^\circ$,

$\angle DCE+\angle ACB=90^\circ$

이므로 $\angle BAC=\angle DCE$ …… ③

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

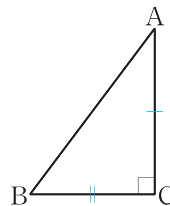
$\triangle ABC\equiv\triangle CDE$

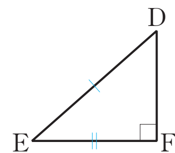
따라서 $\overline{AB}+\overline{DE}=\overline{CD}+\overline{BC}=\overline{BD}$이다.

추/론

|출제 의도| 두 직각삼각형의 두 변의 길이가 각각 같으면 합동이라고 생각하는 오류를 범하지 않게 하기 위한 문제이다.

풀이| 다음 두 직각삼각형에서 $\overline{AC}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$이지만 두 직각삼각형 ABC와 DEF는 합동이 아니다. 따라서 직각삼각형의 합동조건은 반드시 빗변의 길이가 같다는 조건이 포함된다.





1-3 삼각형의 외심과 내심

소단원 지도 목표

① 삼각형의 외접원과 외심의 뜻을 알고, 외심의 성질을 이해하게 한다.
② 삼각형의 내접원과 내심의 뜻을 알고, 내심의 성질을 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 삼각형의 외심과 내심 등의 용어의 뜻을 그림을 통해 직관적으로 이해할 수 있도록 지도한다.

2. 작도나 종이접기를 통해 여러 가지 삼각형의 외심의 위치를 확인할 수 있도록 한다.

3. 삼각형의 내심은 삼각형의 종류에 관계없이 항상 삼각형의 내부에 있음을 작도나 종이접기를 통해 확인할 수 있도록 한다.

4. 삼각형의 외심의 성질과 내심의 성질을 혼동하여 바꾸어 적용하지 않도록 한다.

교과서 250 쪽

1-3 삼각형의 외심과 내심

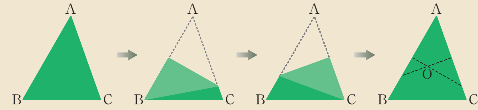
● 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

삼각형의 외심이란 무엇인가?

탐 구 활 동

●준비물
색종이, 가위, 컴퍼스, 자

다음 그림과 같이 색종이로 △ABC를 만든 후 꼭짓점 A와 B가 포개어지도록 접었다가 펼친다. 또 꼭짓점 A와 C가 포개어지도록 접었다가 펼친 후 나타난 두 선의 교점을 O라고 할 때, 물음에 답하여 보자.



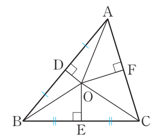
1 꼭짓점 B와 C가 포개어지도록 접었다가 펼쳤을 때, 나타난 선은 점 O를 지나는지 알아보자.

2 점 O에서 세 꼭짓점 A, B, C에 이르는 거리를 비교하여 보자.

3 △ABC를 다른 종이에 붙인 다음 점 O를 중심으로 하고, 선분 OA를 반지름으로 하는 원을 그려 보자.

삼각형에서 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만나고, 그 점에서 세 꼭짓점에 ...는 거리는 같음을 알아보자.

❶ ...C에서 변 AB, BC의 중점을 각각 D, E라 하고, ...B, BC의 수직이등분선의 교점을 O라고 하자. 또 점 O에서 변 AC에 내린 수선의 발을 F라고 하자.



△ADO와 △BDO에서

$\overline{AD}=\overline{BD}$ ······ ①

$\angle ADO=\angle BDO=90^\circ$ ······ ②

$\overline{OD}$는 공통 ······ ③

①, ②, ③에서 삼각형의 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로

$$\triangle ADO\equiv\triangle BDO,\ \overline{OA}=\overline{OB}$$

새로 나온 용어와 기호

- 외접(外接, circumscription)
- 외접원(外接圓, circumscribed circle)
- 외심(外心, circumcenter)
- 할선(割線, secant line)
- 접한다(contact)
- 접선(接線, tangent line)
- 접점(接點, point of contact)
- 내접(內接, inscription)
- 내접원(內接圓, inscribed circle)
- 내심(內心, incenter)

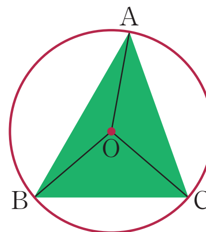
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 삼각형의 두 꼭짓점이 포개어지도록 접었다가 펼치는 종이접기 활동을 통하여 삼각형의 외심과 외접원을 이해하게 하려는 것이다.
준비물 • 색종이, 가위, 컴퍼스, 자

1. 꼭짓점 B와 C가 포개어지도록 접었다가 펼쳤을 때, 나타난 선은 점 O를 **지난다**.

2. 점 O에서 세 꼭짓점 A, B, C에 이르는 거리는 **같다**.

3.



마찬가지로

$$\triangle BEO \equiv \triangle CEO,\ \overline{OB}=\overline{OC}$$

따라서 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$이다.

한편 △AFO와 △CFO에서

$\overline{OA}=\overline{OC}$ …… ④

$\angle AFO=\angle CFO=90^\circ$ …… ⑤

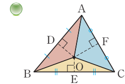
$\overline{OF}$는 공통 …… ⑥

④, ⑤, ⑥에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로

$$\triangle AFO \equiv \triangle CFO$$

$$\overline{AF}=\overline{CF}$$

따라서 $\overline{OF}$는 $\overline{AC}$의 수직이등분선이다.



△OAD≡△OBD
△OBE≡△OCE
△OAF≡△OCF

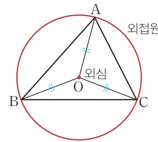
이상에서 △ABC의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O에서 만나고, 점 O에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같음을 알 수 있다.

즉,

$$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$$

이므로 점 O를 중심으로 하고, $\overline{OA}$를 반지름으로 하는 원을 그리면 이 원은 세 꼭짓점 A, B, C를 지난다.

❷ 원 O는 △ABC에 **외접**한다고 하며, 원 O를 △ABC의 **외접원**이라고 한다. 또 점 O를 △ABC의 **외심**이라고 한다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

삼각형의 외심
삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점(외심)에서 만나고, 이 점에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리는 같다.

본문 해설

❶ 구체적인 설명을 하기에 앞서 다음과 같이 정당화 과정을 간략하게 제시한 다음 자세한 설명을 하는 것도 학생의 이해를 도울 수 있다.

(1) △ABC의 두 변 AB, BC의 수직이등분선을 그어 그 교점을 O라고 한다.

(2) 수직이등분선의 성질을 통해 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$임을 밝힌다.

(3) 점 O에서 변 AC에 수선을 긋고 그 교점을 F라고 한다.

(4) $\overline{AF}=\overline{CF}$임을 밝힌다.

❷ 삼각형의 외심을 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점이라고 약속하기도 하지만 삼각형의 외접원의 중심으로 약속하여 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점과 일치하는 것으로 알게 한다.

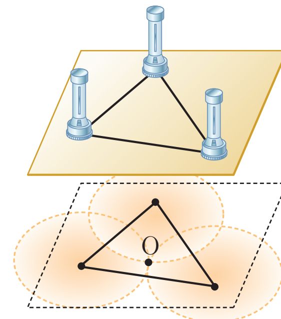
지/도/자/료

1. 삼각형의 외심의 성질을 논리적인 설명으로 도입하기보다는 먼저 구체적인 측정(길이나 각의 크기 등)을 통하여 이해하도록 지도한다.

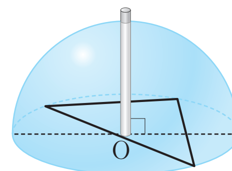
2. 한 점에서 직선이나 선분에 이르는 거리는 그 점에서 직선이나 선분에 그은 수선의 길이임을 알게 한 후 정당화하도록 한다.

읽/기/자/료 삼각형의 외심 찾기

• 삼각형의 외심은 세 꼭짓점에서 같은 거리에 있으므로 각 꼭짓점을 중심으로 하고 반지름이 같은 세 원이 한 점에서 만나면 그 점이 외심이다.
따라서 삼각형의 세 꼭짓점의 수직 상공에 각각 손전등을 매달아 세 손전등의 높이가 같도록 유지하면서 위 아래로 움직여 손전등 빛이 만드는 원의 크기를 조절하여 세 원이 한 점에서 만나게 한다.
이때 생기는 점이 외심이다.



• 외심은 외접원의 중심이므로 확대 또는 축소 조작하여 삼각형의 세 꼭짓점이 지나는 원을 만들어 중심을 찾으면 된다.
평면 위에 그려진 삼각형에 비누방울을 떨어뜨린 다음 빨대로 바람을 불어넣으며 크기와 위치를 조절하여 바닥에 만드는 원이 삼각형의 세 꼭짓점과 일치하게 하면, 비눗방울의 가장 윗부분에서 평면에 내린 수선의 발이 외심이 된다.



본문 해설

❶ 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만나고, 이 점은 삼각형의 외심이므로 외심을 작도하려면 실제로 삼각형의 두 변의 수직이등분선을 작도하여 그 교점을 찾는다.

❷ 세 변 중 임의의 두 변을 선택하고 각각의 수직이등분선을 작도하여 그 교점을 찾으면 이 점이 삼각형의 외심이다.
외심을 중심으로 하고, 세 꼭짓점 중 임의의 한 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그리면 외접원이 그려진다.

지/도/자/료

인터넷 브라우저를 통해 www.mathzone.pe.kr에 접속하면 여러 가지 작도에 대한 영상을 볼 수 있다. 특히 다음 순서로 클릭하면 수직이등분선의 작도, 삼각형의 외심의 작도 영상을 확인할 수 있다.

① '플래시로 배우는 도형의 작도' 클릭

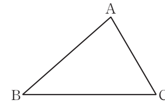


② '선분의 수직이등분선의 작도' 또는 '삼각형의 외심의 작도' 클릭

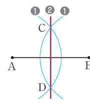


교과서 252 쪽

예제 1 오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC의 외심을 찾고, 외접원을 작도하여라.

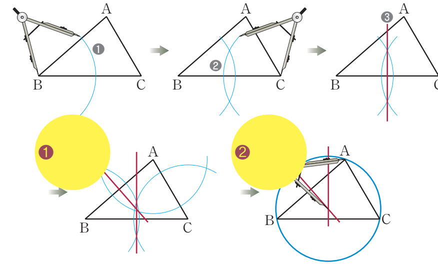


선분의 수직이등분선의 작도



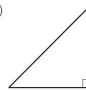
풀이 자와 컴퍼스를 이용하여 다음 순서대로 외접원을 작도하자.

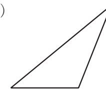
❶ 점 B를 중심으로 하고, 반지름의 길이가 $\overline{BC}$의 $\frac{1}{2}$보다 큰 원을 그린다.
❷ 점 C를 중심으로 하고, ❶에서 그린 원과 반지름의 길이가 같은 원을 그린다.
❸ 두 원의 교점을 이어 $\overline{BC}$의 수직이등분선을 그린다.
❹ 마찬가지로 $\overline{AB}$의 수직이등분선을 그린다.
❺ 두 선분의 수직이등분선의 교점을 찾고, 그 교점을 중심으로 하며 세 꼭짓점 A, B, C를 지나는 원을 그린다.



이때 두 선분의 수직이등분선의 교점이 삼각형 ABC의 외심이고, 세 꼭짓점을 지나는 원이 삼각형 ABC의 외접원이다.

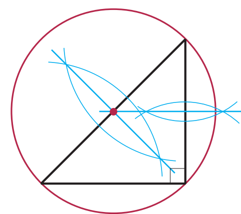
문제 1 다음 삼각형의 외심을 찾고, 외접원을 작도하여라.

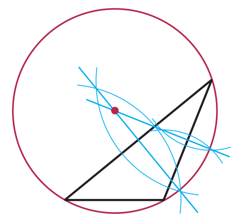
(1)


(2)


목표 | 직각삼각형, 둔각삼각형에서 외심을 찾고, 외접원을 작도할 수 있게 한다.

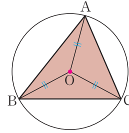
풀이 | 삼각형의 두 변의 수직이등분선의 교점을 찾고, 그 점을 중심으로 삼각형의 한 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

(1)


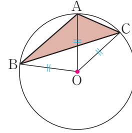
(2)


교과서 253 쪽

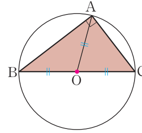
❶ [illegible] 위치는 삼각형의 모양에 따라 달라진다. 예각삼각형의 외심은 삼각형 [illegible]에, 둔각삼각형의 외심은 삼각형 외부에 위치한다.
특히 직각삼각형은 외심의 위치가 빗변의 중점이다.



예각삼각형

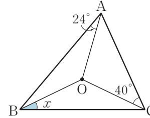


둔각삼각형

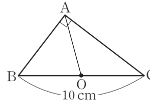


직각삼각형

문제 2 오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OAB=24^\circ$, $\angle OCA=40^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



문제 3 오른쪽 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 외심이다. $\overline{BC}=10\,\text{cm}$일 때, $\overline{AO}$의 길이를 구하여라.



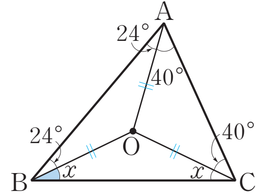
문제해결 오른쪽 그림은 유적 발굴 현장에서 발견된 기와의 일부이다. 이 기와의 원래 모양이 원이라고 할 때, 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 기와의 모양을 복원하여 보자.



2

목표| 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같음을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
따라서 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$는 모두 이등변삼각형이다.
$2(24^\circ+\angle x+40^\circ)=180^\circ$
$\angle x=\mathbf{26^\circ}$



3

목표| 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점임을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이므로
$\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OA}$
$\overline{BC}=10(\text{cm})$이므로
$\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\mathbf{5(cm)}$

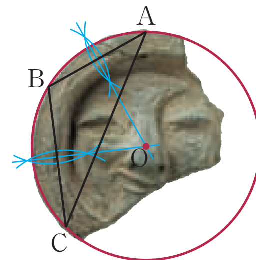
본문 해설

❶ 여러 가지 삼각형에서 외심의 위치에 대한 설명은 종이접기나 작도와 같은 활동을 통해 어떤 삼각형이라도 세 변의 수직이등분선은 한 점에서 만난다는 사실과 삼각형의 모양에 따라 외심의 위치는 달라진다는 사실을 학생들이 직관적으로 이해한 후 정리할 수 있도록 한다.
특히 종이접기를 통해 둔각삼각형의 외심을 찾고자 할 때에는 세 변의 수직이등분선을 접은 삼각형을 큰 종이에 붙인 뒤, 변의 수직이등분선을 연장하여 하나의 점에서 만나고 외부에 위치함을 확인할 수 있도록 한다.

문/제/해/결

|출제 의도| 원 모양의 기와의 일부에서 원을 완성하는 실생활 문제를 통하여 삼각형의 외심의 성질과 삼각형의 외접원을 작도하는 방법을 확인하기 위한 문제이다.

풀이| ❶ 호 위에 세 점 A, B, C를 정하고, 삼각형 ABC를 만든다.
❷ 삼각형 ABC의 외심 O를 찾는다.
❸ 점 O를 중심으로 하고, 선분 OA를 반지름으로 하는 원을 그린다.



창의력 기르기 참 / 고 / 자 / 료

해돋이 또는 일출(日出)은 새벽에 태양의 윗부분이 지평선에 접하는 순간부터 점차 보이는 것을 말하는 것이다. 반대로 태양이 지는 것을 해넘이 또는 일몰이라고 하는데, 해돋이와 해넘이의 시각은 계절에 따라 변한다. 새벽에 태양의 윗부분이 지평선에 접해서 보이는 순간 지구를 둘러싼 대기의 밀도로 인하여 태양광선은 대기를 통과할 때 굴절되어 보여 장관을 연출한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 생활 주변에서 일어나는 현상을 통하여 원과 직선이 접하는 상황을 이해하게 하려는 것이다.
준비물 • 각도기

1. 점 P

2. 90°

교과서 254 쪽

원과 한 점에서 만나는 직선은 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기 해돋이

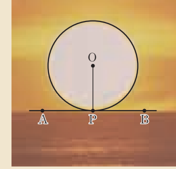
동해 정동진, 여수 향일암, 포항 호미곶, 해남 땅끝 마을은 해돋이로 유명한 곳이다. 바닷가에서 해돋이를 관찰하면 수면 아래에 잠겨 있던 태양이 수면을 붉게 물들이며 서서히 떠오르는 모습을 볼 수 있다.

탐구 활동

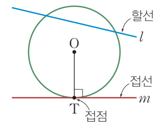
●준비물 각도기

오른쪽의 그림에서 태양을 원, 수평선을 직선이라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

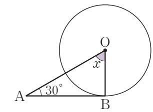
1 원과 직선이 만나는 점을 그림에서 찾아보자.
2 오른쪽 그림에서 각도기를 이용하여 $\angle OPA$의 크기를 말하여 보자.



❶ ...쪽 그림과 같이 원 O와 직선 l이 두 점에서 만날 ... 직선 l을 원 O의 **할선**이라고 한다.
또 원 O와 직선 m이 한 점에서 만날 때, 직선 m은 원 ...**접한다**고 한다.
❷ ... 직선 m을 원 O의 **접선**이라 하고, 원 O와 접선 ... 만나는 점 T를 **접점**이라고 한다.
특히 접선 m은 접점을 지나는 반지름 OT와 서로 수직이다.

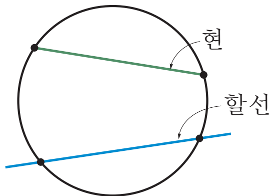


문제 4 오른쪽 그림에서 선분 AB는 원 O의 접선이고 점 B는 접점일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

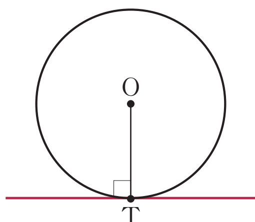


본문 해설

❶ 원과 두 점에서 만나는 선분을 현이라 하고, 원과 두 점에서 만나는 직선을 할선이라고 한다.



❷ 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름과 수직이고, 원 위의 한 점을 지나고 그 점을 지나는 반지름과 수직인 직선은 그 원의 접선이다.



4

목표 | 원의 접선과 반지름 사이의 관계를 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이 | 원 O의 접선 AB는 접점을 지나는 반지름 OB와 서로 수직이므로 $\angle OBA=90^\circ$이다.
따라서 $\triangle OAB$의 내각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle x+30^\circ+90^\circ=180^\circ$
$\angle x=\mathbf{60^\circ}$

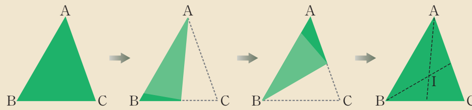
교과서 255 쪽

삼각형의 내심이란 무엇인가?

탐 구 활 동

● 준비물
색종이, 가위, 컴퍼스, 자

다음 그림과 같이 색종이로 △ABC를 만든 후 변 AB와 AC가 포개어지도록 접었다가 펼친다. 또 변 AB와 BC가 포개어지도록 접었다가 펼친 후 나타난 두 선의 교점을 I라고 할 때, 물음에 답하여 보자.



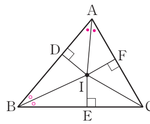
1 변 AC와 BC가 포개어지도록 접었다가 펼쳤을 때, 나타난 선은 점 I를 지나는지 알아보자.

2 점 I에서 변 AB, BC, CA에 이르는 거리를 비교하여 보자.

3 △ABC를 다른 종이에 붙인 다음 점 I를 중심으로 하고, 수선의 발을 이용하여 점 I에서 변 AB에 이르는 거리를 반지름으로 하는 원을 그려 보자.

❶ 형에서 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만나고, 그 점에서 세 변에 이르는 … 같음을 알아보자.

❷ C에서 ∠A, ∠B의 이등분선의 교점을 I라 …, 점 I에서 변 AB, BC, CA에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F라고 하자.



△ADI와 △AFI에서

$$\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ \quad \cdots\cdots ①$$

$$\angle IAD = \angle IAF \quad \cdots\cdots ②$$

$$\overline{IA}\text{는 공통} \quad \cdots\cdots ③$$

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

$$\triangle ADI \equiv \triangle AFI,\ \overline{ID} = \overline{IF}$$

마찬가지로

$$\triangle BDI \equiv \triangle BEI,\ \overline{ID} = \overline{IE}$$

따라서 $\overline{ID} = \overline{IE} = \overline{IF}$이다.

본문 해설

❶ 한 점에서 선분에 이르는 거리는 그 점에서 선분에 그은 수선의 길이임을 알게 한 후 지도하도록 한다.

❷ '삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점 I에서 만나므로 삼각형은 내심이 존재한다.'를 밝히기 위한 과정임을 강조하고, 구체적인 설명을 하기에 앞서 다음과 같이 정당화 과정을 간략하게 제시한 다음 자세한 설명을 할 수 있도록 한다.

(1) 두 내각 ∠A, ∠B의 이등분선을 그어 그 교점을 I라고 한다.

(2) 각의 이등분선의 성질을 이용하여 각 변에 이르는 거리가 같음을 보인다.

(3) 점 I에서 꼭짓점 C를 연결한다.

(4) ∠ICE=∠ICF임을 밝혀 선분 CI가 ∠C의 이등분선임을 밝힌다.

탐구 활동의 이해

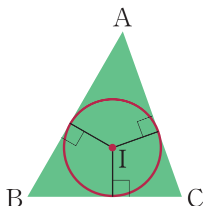
활동 목표 • 삼각형의 두 변이 포개어지도록 접었다가 펼치는 종이접기 활동을 통하여 삼각형의 내심과 내접원을 이해하게 하려는 것이다.

준비물 • 색종이, 가위, 컴퍼스

1. 변 AC와 BC가 포개어지도록 접었다가 펼쳤을 때, 나타난 선은 점 I를 **지난다**.

2. 점 I에서 변 AB, BC, CA에 이르는 거리는 **같다**.

3.



지/도/자/료 삼각형의 오심

다음과 같이 다섯 가지의 삼각형의 중심을 삼각형의 오심이라고 한다.

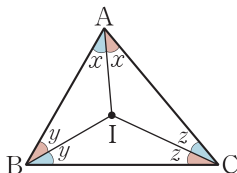
- 외심: 세 변의 수직이등분선의 교점(외접원의 중심)
- 내심: 세 내각의 이등분선의 교점(내접원의 중심)
- 무게중심: 세 중선(한 꼭짓점과 그 꼭짓점의 대변의 중점을 연결한 선)의 교점
- 수심: 세 수선(꼭짓점에서 대변 또는 그 연장선에 수직으로 내린 선)의 교점
- 방심: 한 내각의 이등분선과 나머지 두 외각의 이등분선의 교점(삼각형의 외부에 세 개가 있다.)

삼각형의 오심 중에서 수심과 방심은 중학교 교육과정에서 지도하지 않는다.

5

목표| 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이 내심임을 이용하여 주어진 세 각의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이



점 I는 △ABC의 내심이므로

$\angle BAI=\angle CAI=\angle x$

$\angle ABI=\angle CBI=\angle y$

$\angle BCI=\angle ACI=\angle z$

$2(\angle x+\angle y+\angle z)=180^{\circ}$

$\angle x+\angle y+\angle z=90^{\circ}$

교과서 256 쪽

한편 △CEI와 △CFI에서

$\angle CEI=\angle CFI=90^{\circ}$ …… ①

$\overline{IE}=\overline{IF}$ …… ②

$\overline{IC}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로

△CEI≡△CFI

$\angle ICE=\angle ICF$

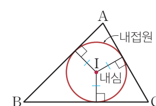
따라서 $\overline{IC}$는 ∠C의 이등분선이다.

이상에서 △ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점 I에서 만나고, 점 I에서 세 변에 이르는 거리가 같음을 알 수 있다.

즉,

$\overline{ID}=\overline{IE}=\overline{IF}$

이므로 점 I를 중심으로 하고, $\overline{ID}$를 반지름으로 하는 원을 그리면 이 원은 세 변 AB, BC, CA와 접한다.



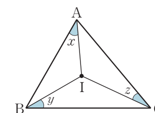
△AID≡△AIF
△BID≡△BIE
△CIE≡△CIF

이때 원 I는 △ABC에 **내접**한다고 하며, 원 I를 △ABC의 **내접원**이라고 한다. 또 점 I를 △ABC의 **내심**이라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

> **삼각형의 내심**
> 삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점(내심)에서 만나고, 이 점에서 삼각형의 세 변에 이르는 거리는 같다.

문제 5 오른쪽 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이다. $\angle x+\angle y+\angle z$의 크기를 구하여라.



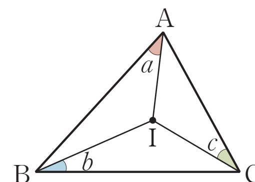
지/도/자/료 외심과 내심의 교수 · 학습 방법

1. 외심과 내심을 명확하게 구분하지 못하고 혼동하여 삼각형의 내부의 한 점에서 세 꼭짓점에 연결된 직선은 모두 각을 이등분한다고 생각하거나 길이가 같다고 생각할 수 있다. 또는 외심과 내심을 명확히 따지지 않고 내부의 한 점에서 각 변에 이르는 거리는 같다고 생각하는 경우가 있다. 이런 오류는 특히 외심이나 내심을 이용하여 각의 크기나 길이를 구할 때 주로 많이 나타난다. 따라서 외심과 내심의 뜻과 성질을 비교하여 명확히 이해할 수 있도록 한다.

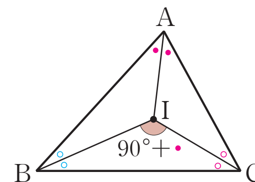
	삼각형의 외심	삼각형의 내심
뜻	삼각형의 외접원의 중심	삼각형의 내접원의 중심
성질	외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다.	내심에서 세 변에 이르는 거리가 같다.
작도	삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점	삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점

2. 내심의 성질

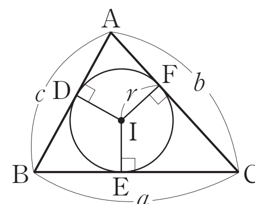
(1) $\angle a+\angle b+\angle c=90^{\circ}$



(2) $\angle BIC=90^{\circ}+\frac{1}{2}\angle A$

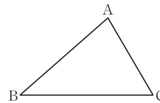


(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}r(a+b+c)$

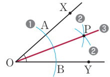


교과서 257 쪽

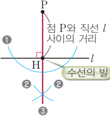
예 제 2 오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC의 내심을 찾고, 내접원을 작도하여라.



각의 이등분선의 작도



수선의 발 작도



풀이 자와 컴퍼스를 이용하여 다음 순서대로 내접원을 작도하자.

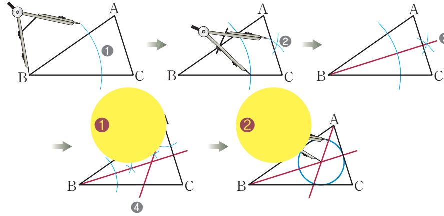
❶ 점 B를 중심으로 하는 원을 그린다.

❷ 원과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$가 만나는 교점에서 각각 반지름의 길이가 같은 원을 그린다.

❸ 점 B와 두 원의 교점을 이어 ∠B의 이등분선을 그린다.

❹ 같은 방법으로 ∠A의 이등분선을 그린다.

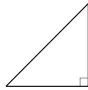
❺ 두 내각의 이등분선의 교점을 찾고, 수선의 발을 이용하여 그 교점을 중심으로 변 AB에 이르는 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.



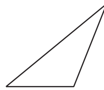
이때 두 내각의 이등분선의 교점이 삼각형 ABC의 내심이고, 삼각형에 내접하는 원이 삼각형 ABC의 내접원이다.

문제 6 다음 삼각형의 내심을 찾고, 내접원을 작도하여라.

(1)



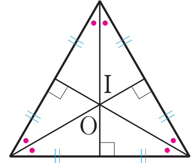
(2)



지/도/자/료 다각형의 외심과 내심

1. 정삼각형의 내심과 외심

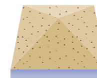
정삼각형은 이등변삼각형이므로 내각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다. 따라서 외심을 작도할 때 그리는 변의 수직이등분선의 교점과 내심을 작도할 때 그리는 각의 이등분선이 일치하므로 내심과 외심은 일치한다.

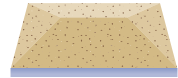


2. 다각형의 내심 찾기

정사각형, 정오각형 등 정다각형은 내접원을 갖고 있으므로 내접원의 중심을 찾을 수 있다.

다음과 같이 정사각형의 경우 모래산을 만들면 모래가 흘러내리며 모래산의 능선을 만들고, 모든 능선이 한 점에서 만난다. 이때 이 점이 내접원의 중심이 된다. 그러나 직사각형과 같이 내접원을 갖지 않는 다각형에 모래를 부어 만든 모래산의 능선은 한 점에서 만나지 않고 두 점에서 만나게 된다.





본문 해설

❶ 삼각형의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만나고, 이 점은 삼각형의 내심이므로 내심을 작도하려면 실제로 삼각형의 두 각의 이등분선을 작도해서 그 교점을 찾는다.

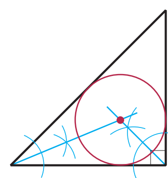
❷ 세 각 중 임의의 두 각을 선택하고 각각의 이등분선을 작도하여 그 교점을 찾으면 이 점이 삼각형의 내심이다.
내심을 중심으로 하고, 세 변 중 임의의 한 변까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그리면 내접원이 그려진다.

6

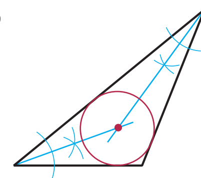
목표| 직각삼각형, 둔각삼각형의 내심을 찾고, 내접원을 작도할 수 있게 한다.

풀이| 삼각형의 두 내각의 이등분선의 교점을 찾고, 그 점을 중심으로 삼각형의 한 변에 이르는 거리를 반지름으로 하는 원을 그린다.

(1)



(2)

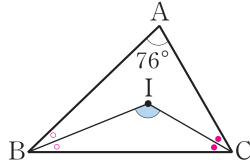


7

목표 | 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점임을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이 | $\angle A=76^\circ$이므로 $\angle B+\angle C=104^\circ$

점 I는 △ABC의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 △IBC에서

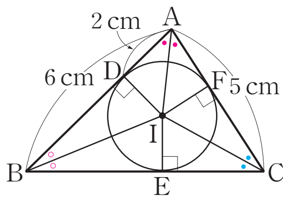


$$\angle BIC=180^\circ-\frac{1}{2}(\angle B+\angle C)$$
$$=180^\circ-\frac{1}{2}\times104^\circ=\mathbf{128^\circ}$$

8

목표 | 삼각형의 내심의 성질과 직각삼각형의 합동 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이 |



△IAD≡△IAF이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=2(\text{cm})$

△IBD≡△IBE이므로

$\overline{BE}=\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=4(\text{cm})$

△ICE≡△ICF이므로

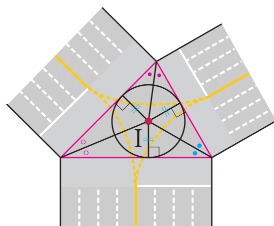
$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=3(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=4+3=\mathbf{7(cm)}$

9

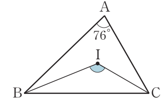
목표 | 삼각형의 내심을 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | 삼거리에 나타낸 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점인 내심 I를 찾는다.



교과서 258 쪽

문제 7 오른쪽 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이다. $\angle A=76^\circ$일 때, $\angle BIC$의 크기를 구하여라.

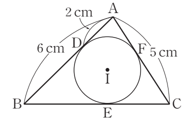




문제 8 오른쪽 그림에서 원 I는 △ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다.

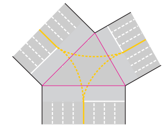
$\overline{AB}=6\text{ cm}$, $\overline{AC}=5\text{ cm}$, $\overline{AD}=2\text{ cm}$

일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.





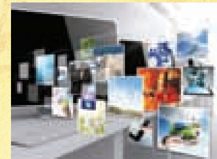
문제 9 오른쪽 그림과 같은 삼거리가 있다. 각 도로의 빨간 선에서 같은 거리에 있는 지점에 교통 신호등을 설치하려고 한다. 그 지점을 찾는 방법을 설명하여라.



수학이 만난 세상 속 직업 이야기

가상 현실 전문가

21세기의 핵심 기술로 떠오른 가상 현실(Virtual Reality)은 컴퓨터로 창조한 가상 공간에서 인간이 현실감을 느낄 수 있게 하는 것이다. 가상 현실을 인공 현실, 가상 환경, 가상 인식, 인조 두뇌 공간이라고도 부르는데, 이와 같은 가상 현실을 실현하는 사람을 가상 현실 전문가라고 한다. 가상 현실 전문가는 사용자가 원하는 가상 세계가 무엇인지 파악하여 시스템을 개발한다. 시스템은 3차원 컴퓨터 그래픽 제어 기술을 활용하여 만들어지는데, 도형의 성질을 잘 이용할수록 사용자가 실제와 똑같은 느낌을 가질 수 있는 가상 현실 시스템을 만들 수 있다.



직/업/관/련/자/료 가상 현실 전문가

근무 환경 ● 기업에 소속되거나 프리랜서로서 3차원(3D) 모델링 및 가상 현실 모델링 언어(VRML) 등의 기술을 이용하여 가상의 시공간에서 가상 시스템을 개발하는 일을 한다.

관련 학과 ● 전문대학이나 대학교에서 전자공학과, 정보통신공학과, 전파통신공학과, 컴퓨터정보통신공학과 등을 졸업하는 것이 유리하다.

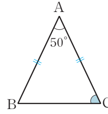
적성 및 흥미 ● 가상 현실 전문가는 사용자의 요구에 맞는 시스템을 개발해야 하기 때문에 전산 능력이 많이 요구된다. 그리고 가상 현실 세계를 구현할 수 있는 디자인에 대한 지식은 물론이고, 인간 공학, 기계에 대한 지식도 요구된다.

교과서 259 쪽

중/단/원 기초

이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다.

1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A=50^\circ$일 때, $\angle C$의 크기를 구하여라.

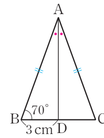


2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 꼭지각의 이등분선과 밑변 BC의 교점을 D라고 하자.

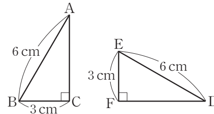
$\angle B=70^\circ$, $\overline{BD}=3\text{ cm}$

일 때, 다음을 구하여라.

(1) $\overline{BC}$의 길이 (2) $\angle BAC$의 크기

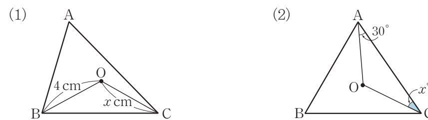


3 오른쪽 그림과 같은 합동인 두 삼각형의 합동조건을 말하고 기호로 나타내어라.



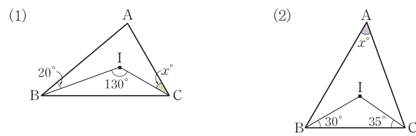
삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점을 삼각형의 외심이라고 한다.

4 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$의 외심일 때, x의 값을 구하여라.



삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점을 삼각형의 내심이라고 한다.

5 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, x의 값을 구하여라.



중/단/원 기초

1

목표| 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로

$\angle B=\angle C$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$50^\circ+\angle B+\angle C=180^\circ$, $50^\circ+2\angle C=180^\circ$

$2\angle C=130^\circ$, $\angle C=\mathbf{65^\circ}$

2

목표| 이등변삼각형의 성질을 이용하여 변의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로 $\overline{BC}=2\overline{BD}=2\times3=\mathbf{6(cm)}$

(2) 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같으므로 $\angle C=\angle B=70^\circ$

$\angle BAC=180^\circ-(\angle B+\angle C)$

$=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=\mathbf{40^\circ}$

3

목표| 직각삼각형의 합동조건을 알고, 합동인 두 삼각형을 기호로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$에서

$\angle C=\angle F=90^\circ$ ······①

$\overline{AB}=\overline{DE}=6(\text{cm})$ ······②

$\overline{BC}=\overline{EF}=3(\text{cm})$ ······③

①, ②, ③에서 **두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같다.**

따라서 $\mathbf{\triangle ABC\equiv\triangle DEF}$

4

목표| 삼각형의 외심에서 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같음을 이용하여 변의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\overline{OC}=\overline{OB}$이므로 $x=\mathbf{4}$

(2) $\triangle OCA$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로

$\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$, $x=\mathbf{30}$

5

목표| 삼각형의 내심은 세 각의 이등분선의 교점임을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\overline{IB}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

$\angle IBC=\angle IBA=20^\circ$

$\overline{IC}$는 $\angle C$의 이등분선이므로

$\angle ICB=\angle ICA=x^\circ$

$\triangle IBC$에서 $130^\circ+20^\circ+x^\circ=180^\circ$

$x=\mathbf{30}$

(2) $\overline{IB}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

$\angle IBA=\angle IBC=30^\circ$

$\overline{IC}$는 $\angle C$의 이등분선이므로

$\angle ICA=\angle ICB=35^\circ$

$\triangle ABC$에서 $x^\circ+(30^\circ+30^\circ)+(35^\circ+35^\circ)=180^\circ$

$x=\mathbf{50}$

중/단/원 기본

1

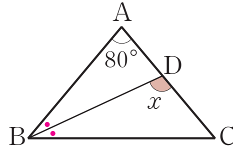
목표| 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\angle ABC=\angle C$

$=\dfrac{180^\circ-80^\circ}{2}=50^\circ$

$\angle ABD=25^\circ$

$\angle x=80^\circ+25^\circ=\mathbf{105^\circ}$



(2) $\angle B=\angle C=\dfrac{180^\circ-68^\circ}{2}=56^\circ$

$\angle x=\angle B=\mathbf{56^\circ}$

2

목표| 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle B=\angle C=\dfrac{180^\circ-64^\circ}{2}=58^\circ$

$\angle BED=\angle CEF=\dfrac{180^\circ-58^\circ}{2}=61^\circ$

$\angle DEF=180^\circ-(61^\circ+61^\circ)=\mathbf{58^\circ}$

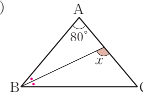
교과서 260쪽

중/단/원 기본

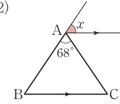
이등변삼각형의 성질

1 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)



(2)

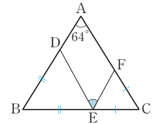


이등변삼각형의 성질

2 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

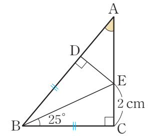
$\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$, $\angle A=64^\circ$

일 때, $\angle DEF$의 크기를 구하여라.



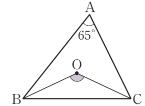
직각삼각형의 합동조건

3 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$이고 $\overline{AB}\perp\overline{DE}$일 때, $\overline{DE}$의 길이와 $\angle A$의 크기를 구하여라.



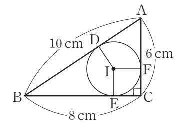
삼각형의 외심

4 오른쪽 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 $\angle A=65^\circ$일 때, $\angle BOC$의 크기를 구하여라.



삼각형의 내심

5 오른쪽 그림에서 점 I는 직각삼각형 ABC의 내심일 때, 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



3

목표| 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 선분의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle DBE$와 $\triangle CBE$에서

$\angle BDE=\angle C=90^\circ$, $\overline{BE}$는 공통, $\overline{BD}=\overline{BC}$

따라서 $\triangle DBE\equiv\triangle CBE$이므로 $\overline{DE}=\overline{CE}=\mathbf{2(cm)}$

$\angle DBE=\angle CBE=25^\circ$이므로

$\angle A=180^\circ-(25^\circ+25^\circ+90^\circ)=\mathbf{40^\circ}$

4

목표| 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle BOD=2\angle BAO$,

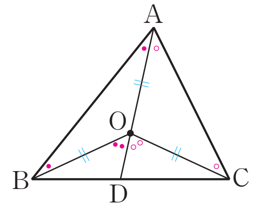
$\angle COD=2\angle CAO$이므로

$\angle BOC=\angle BOD+\angle COD$

$=2\angle BAO+2\angle CAO$

$=2\angle BAC=2\times65^\circ$

$=\mathbf{130^\circ}$



5

목표| 직각삼각형의 내심의 성질을 이용하여 내접원의 반지름의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하자.

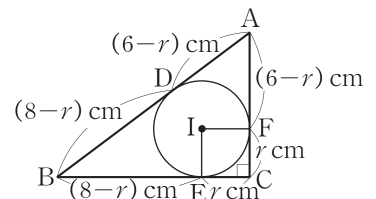
$\overline{AD}=\overline{AF}=6-r(\text{cm})$

$\overline{BD}=\overline{BE}=8-r(\text{cm})$

$\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}$이므로

$10=(6-r)+(8-r)$

$r=\mathbf{2(cm)}$

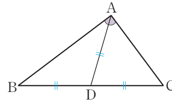


교과서 261 쪽

중/단/원 실력

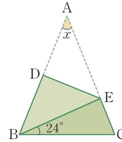
• 이등변삼각형의 두 밑각의 크기가 같음을 이용한다.

1 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하여라.



• $\angle A=\angle DBE$임을 이용한다.

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 모양의 색종이를 꼭짓점 A와 B가 일치하도록 접었다. $\angle EBC=24^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

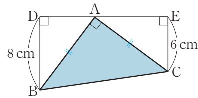


• 사다리꼴 BCED의 넓이를 먼저 구한다.

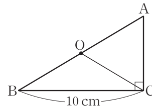
3 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다.

$\angle D=\angle E=90^\circ$
$\overline{BD}=8\text{ cm}$
$\overline{CE}=6\text{ cm}$

일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.



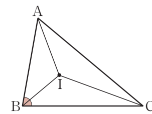
4 오른쪽 그림에서 점 O는 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 외심이다. $\overline{BC}=10\text{ cm}$이고 $\triangle OBC$의 넓이가 15 cm^2일 때, $\overline{AC}$의 길이를 구하여라.



5 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고

$\angle AIB : \angle BIC : \angle AIC=11 : 12 : 13$

일 때, $\angle ABC$의 크기를 구하여라.



2

목표| 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle A=\angle DBE$, $\angle DBC=\angle C$이므로

$\angle A+\angle ABC+\angle C=180^\circ$에서

$\angle x+(\angle x+24^\circ)+(\angle x+24^\circ)=180^\circ$

$\angle x=\mathbf{44^\circ}$

3

목표| 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle ABD=\angle CAE$, $\angle D=\angle E=90^\circ$,

$\overline{AB}=\overline{CA}$이므로 $\triangle ABD\equiv\triangle CAE$

$\overline{AD}=\overline{CE}=6(\text{cm})$, $\overline{AE}=\overline{BD}=8(\text{cm})$

$\overline{DE}=6+8=14(\text{cm})$

따라서 사다리꼴 BCED의 넓이는 98 cm^2 이고, $\triangle ABD$와 $\triangle CAE$의 넓이는 각각 24 cm^2 이므로

$\triangle ABC=98-24-24=\mathbf{50(cm^2)}$

중/단/원 실력

1

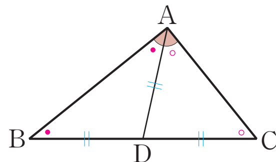
목표| 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AD}=\overline{BD}$이므로

$\angle BAD=\angle B$

$\overline{AD}=\overline{CD}$이므로

$\angle DAC=\angle C$



$\triangle ABC$에서

$\angle BAD+\angle DAC+\angle B+\angle C=180^\circ$이므로

$2\angle B+2\angle C=180^\circ$

$\angle BAC=\angle B+\angle C=\mathbf{90^\circ}$

4

목표| 직각삼각형에서 외심의 성질을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{OA}=\overline{OB}$이고, 높이는 공통이므로

$\triangle OBC=\triangle OAC=15(\text{cm}^2)$

$\triangle ABC=2\triangle OBC=\dfrac{1}{2}\times10\times\overline{AC}=30(\text{cm}^2)$

$\overline{AC}=\mathbf{6(cm)}$

5

목표| 삼각형의 내심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle AIC=360^\circ\times\dfrac{13}{11+12+13}=130^\circ$이므로

$\triangle ICA$에서 $\angle IAC+\angle ICA=180^\circ-130^\circ=50^\circ$

$\angle BAC+\angle BCA=2(\angle IAC+\angle ICA)=2\times50^\circ=100^\circ$

$\angle ABC=180^\circ-100^\circ=\mathbf{80^\circ}$

2 사각형의 성질

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 평행사변형의 성질과 평행사변형이 되는 조건을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.

② 직사각형의 성질을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.

③ 마름모와 정사각형의 성질을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.

④ 여러 가지 사각형 사이의 관계를 이해하고, 설명할 수 있게 한다.

⑤ 평행선과 넓이 사이의 관계를 이용하여 넓이 문제를 해결할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
2-1 평행사변형	평행사변형의 성질
	평행사변형이 되는 조건
2-2 여러 가지 사각형	직사각형의 성질
	마름모와 정사각형의 성질
	여러 가지 사각형 사이의 관계
	평행선과 넓이의 관계
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 262 쪽

2 사각형의 성질



준|비|학|습

평행선의 성질
평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각의 크기는 각각 서로 같다.

대변, 대각
△ABC에서 ∠A와 마주 보는 변 BC를 ∠A의 대변, ∠A를 변 BC의 대각이라고 한다.

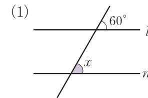
삼각형의 합동조건
두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다.
- 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때
- 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때
- 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

1 다음 용어의 뜻을 말하여라.

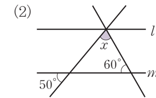
(1) 사다리꼴 (2) 평행사변형
(3) 마름모 (4) 정사각형

2 다음 그림에서 $l \parallel m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

(1)

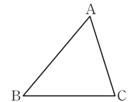


(2)



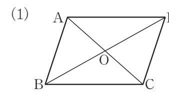
3 오른쪽 그림과 같은 삼각형 ABC에서 다음을 말하여라.

(1) $\overline{AB}$의 대각
(2) ∠B의 대변

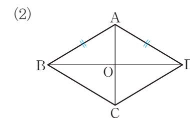


4 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 합동인 삼각형을 모두 찾아라.

(1)



(2)



준비 학습의 해설

1

목표| 여러 가지 사각형의 뜻을 알게 한다.

풀이| (1) 사다리꼴: **한 쌍의 대변이 평행한 사각형**

(2) 평행사변형: **두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형**

(3) 마름모: **네 변의 길이가 모두 같은 사각형**

(4) 정사각형: **네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형**

2

목표| 평행선의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\angle x = \mathbf{60^\circ}$

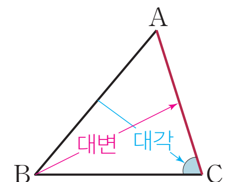
(2) $50^\circ + \angle x + 60^\circ = 180^\circ$, $\angle x = \mathbf{70^\circ}$

3

목표| 삼각형에서 대변과 대각을 알게 한다.

풀이| (1) $\overline{AB}$의 대각은 **∠C**이다.

(2) ∠B의 대변은 $\overline{\mathbf{AC}}$이다.



4

목표| 삼각형의 합동조건을 이용하여 평행사변형에서 합동인 두 삼각형을 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) **△ABC≡△CDA, △ABD≡△CDB**

△AOB≡△COD, △AOD≡△COB

(2) **△ABD≡△CDB**

△ABC≡△CDA

△AOB≡△COB≡△COD≡△AOD

교과서 263 쪽

2-1 평행사변형

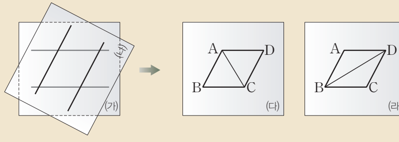
● 평행사변형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

평행사변형에는 어떤 성질이 있는가?

탐구 활동

●준비물
투명 종이, 자

다음 그림과 같이 투명 종이 ㈎와 ㈏ 위에 평행선을 각각 그리고, ㈎ 위에 ㈏를 올려놓는다. 이때 만들어지는 도형을 투명 종이 ㈐와 ㈑ 위에 각각 따라 그린 후 물음에 답하여 보자.



1 투명 종이 ㈐와 ㈑ 위에 그린 도형 ABCD의 이름을 말하여 보자.

2 투명 종이 ㈐와 ㈑ 위에 그린 도형 ABCD를 각각 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$를 따라 자른 후 대변의 길이와 대각의 크기를 각각 비교하여 보자.

삼각형 ABC를 기호로 △ABC와 같이 나타내듯이 사각형 ABCD를 기호로

□ABCD

와 같이 나타낸다.

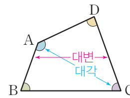
□ABCD에서 마주 보는 변

$\overline{AB}$와 $\overline{CD}$, $\overline{AD}$와 $\overline{BC}$

를 대변이라 하고, 마주 보는 각

∠A와 ∠C, ∠B와 ∠D

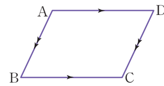
를 대각이라고 한다.



평행사변형은

'두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형'

이다.



● 오른쪽 그림에서 같은 방향의 화살표는 표시된 두 선분이 각각 평행함을 의미한다.
⇨ $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

새로 나온 용어와 기호

• □ABCD

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 투명 종이 위의 평행선을 이용하여 평행사변형을 만들어 본 후 직접 자르고 비교해 봄으로써 평행사변형의 성질을 알게 하려는 것이다.

준비물 • 투명 종이, 자

1. 평행사변형

2. 대변의 길이와 대각의 크기는 각각 **같다.**
즉, $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$이고, ∠B=∠D, ∠A=∠C이다.

2-1 평행사변형

소단원 지도 목표

① 평행사변형의 뜻과 평행사변형의 성질을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.

② 평행사변형이 되는 조건을 이해하고, 이를 이용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

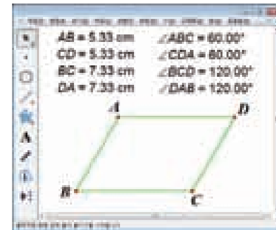
1. 삼각형의 합동조건을 이용하여 평행사변형의 성질을 이해하게 하고, 이를 정당화할 수 있도록 한다.

2. 평행사변형의 뜻과 성질을 혼동하지 않도록 주의한다.

3. 평행사변형의 성질을 정당화할 때에는 평행선의 성질이 자주 이용되므로 평행선의 성질을 이해한 후 정당화할 수 있도록 지도한다.

지/도/자/료 탐구형 기하 소프트웨어의 활용

탐구형 기하 소프트웨어를 이용하면 측정을 통해 평행사변형의 성질을 알아볼 수 있다.



❶ $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$를 그린 다음 점 A를 지나고 $\overline{BC}$에 평행한 직선을 그린다. 또 점 C를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선을 그린다.

❷ 두 직선의 교점 D를 잡고 $\overline{CD}$와 $\overline{DA}$를 그린다.

❸ 평행사변형 ABCD의 네 변의 길이와 네 각의 크기를 각각 측정한다.

❹ 두 쌍의 대변의 길이와 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은지 확인한다.

본문 해설

❶ '평행사변형 ABCD에서 두 쌍의 대변의 길이와 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.'는 성질을 알아볼 때, 먼저 이 성질을 기호와 수식으로 표현하게 하고, 주어진 조건과 결론으로 나누어 정당화할 수 있도록 한다.

조건: □ABCD가 평행사변형이다.
($\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$)

결론: 두 쌍의 대변의 길이와 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
($\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$
$\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$)

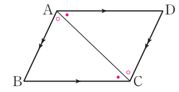
또 이 과정에서 평행선과 엇각의 성질, 삼각형의 합동조건이 이용됨을 알게 한다.

교과서 264 쪽

❶ 형의 합동을 이용하여 평행사변형의 여러 가지 성질을 알아보자.
서 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같고 두 쌍의 대각의 크기도 각각 같음을 알아보자.

대각선, 연장선, 선분 등의 적절한 보조선을 이용하면, 설명할 때 편리하다.

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 평행사변형 ABCD에 대각선 AC를 그으면



△ABC와 △CDA에서

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로

$\angle BAC=\angle DCA$ (엇각) …… ①

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle BCA=\angle DAC$ (엇각) …… ②

$\overline{AC}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

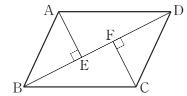
따라서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\angle B=\angle D$이다.

또 ①, ②에서

$\angle A=\angle BAC+\angle DAC$
$=\angle DCA+\angle BCA$
$=\angle C$

그러므로 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$, $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$임을 알 수 있다.

문제 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 할 때, $\overline{AE}=\overline{CF}$이다. 그 이유를 설명하여라.



목표 | 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다는 성질과 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 문제를 설명할 수 있게 한다.

풀이 | △ABE와 △CDF에서

$\angle AEB=\angle CFD=90^\circ$ …… ①

$\overline{AB}=\overline{CD}$ …… ②

$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$이므로

$\angle ABE=\angle CDF$ (엇각) …… ③

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

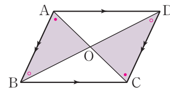
$\overline{AE}=\overline{CF}$

지/도/자/료

1. 학생들은 문장으로 표현되어 있는 것은 이해하면서도 기호와 수식으로 표현된 것에 대한 이해는 어려워한다. 따라서 문장으로 표현된 성질을 기호와 수식으로, 기호와 수식으로 표현된 것을 해석하여 문장으로 표현하는 과정을 연습하여 익숙해질 수 있도록 지도한다.

2. 도형의 정당화에서는 적당한 보조선이 필요함을 인식하게 하고, 정당화를 하는 과정에서 적당한 보조선을 찾을 수 있도록 지도한다.

❶ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 알아보자.



$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 평행사변형 ABCD에서 두 대각선 AC와 BD의 교점을 O라고 하자.

△ABO와 △CDO에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$ …… ①

∠ABO=∠CDO (엇각) …… ②

∠BAO=∠DCO (엇각) …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

△ABO≡△CDO

따라서 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$임을 알 수 있다.

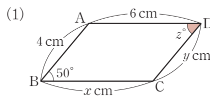
❷ O≡△CBO임을 … 설명할 수도 있다.

이상에서 다음과 같은 성질을 얻는다.

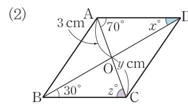
평행사변형의 성질
(1) 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.
(2) 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.
(3) 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

문제 2 다음 평행사변형 ABCD에서 x, y, z의 값을 각각 구하여라.

(1)

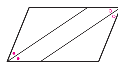


(2)





추론 평행사변형에서 한 쌍의 대각의 이등분선을 각각 그으면 두 이등분선은 평행하다. 그 이유를 설명하여 보자.



2

목표| 평행사변형의 성질을 이용하여 변의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같으므로

$x=6$, $y=4$

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같으므로

$z=50$

(2) $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

∠ADB=∠DBC(엇각)

∠DAC=∠ACB(엇각)

$x=30$, $z=70$

평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$y=3$

본문 해설

❶ '평행사변형 ABCD에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.'는 주어진 조건과 결론으로 나누어 정당화할 수 있도록 한다.

조건: □ABCD가 평행사변형이다.
($\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$)

결론: 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
($\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$)

또 이 과정에서 평행선과 엇각의 성질, 삼각형의 합동조건이 이용됨을 알게 한다.

❷ △ADO와 △CBO에서

$\overline{AD}=\overline{CB}$ …… ①

∠ADO=∠CBO (엇각) …… ②

∠DAO=∠BCO (엇각) …… ③

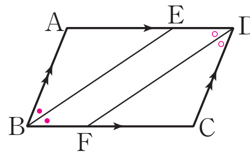
①, ②, ③에서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로 △ADO≡△CBO

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

추/론

|출제 의도| 평행사변형에서 한 쌍의 대각의 이등분선이 서로 평행함을 설명할 수 있게 하기 위한 문제이다.

풀이|



□ABCD는 평행사변형이므로 ∠B=∠D

∠ABE=∠CBE, ∠ADF=∠CDF이므로

$\angle EBF=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{2}\angle D$

=∠EDF …… ①

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

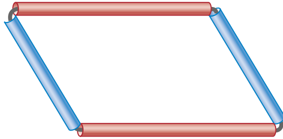
∠AEB=∠EBF (엇각) …… ②

①, ②에서 ∠AEB=∠EDF

따라서 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{BE}/\!/\overline{FD}$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 길이가 긴 빨대 한 쌍과 짧은 빨대 한 쌍을 연결하여 사각형을 만들어 봄으로써 주어진 사각형이 평행사변형이 되는 조건을 직관적으로 알게 하려는 것이다.

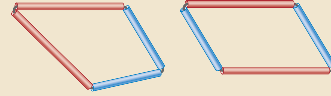


1. 두 쌍의 대각의 크기가 같은 사각형은 **평행사변형이라고 할 수 있다.**
2. 두 쌍의 대변의 길이가 같은 사각형은 **평행사변형이라고 할 수 있다.**

교과서 266 쪽

평행사변형이 되기 위한 조건은 무엇인가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 길이가 같은 긴 빨대 한 쌍과 짧은 빨대 한 쌍을 실로 연결하여 각각 다른 모양의 사각형을 만들었다. 물음에 답하여 보자.



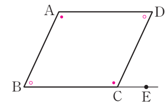
1 두 사각형 중에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 것을 찾아보고, 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형이라고 할 수 있는지 말하여 보자.

2 두 사각형 중에서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 것을 찾아보고, 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이라고 할 수 있는지 말하여 보자.

[illegible] 사각형이 어떤 조건을 만족시키면 평행사변형이 되는지를 알아보자.

❶ [illegible] 쌍의 대각의 크기가 각각 같은 사각형은 평행사변형임을 알아보자.

[illegible]$=\angle C$, $\angle B=\angle D$인 □ABCD에서



$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=360^\circ$이므로

$$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D$$
$$=\angle C+\angle D+\angle C+\angle D=360^\circ$$
$$\angle C+\angle D=180^\circ \quad \cdots\cdots ①$$

또 $\overline{BC}$의 연장선 위에 점 E를 잡으면

$$\angle BCD+\angle DCE=180^\circ \quad \cdots\cdots ②$$

①, ②에서 $\angle D=\angle DCE$

즉, 엇각의 크기가 같으므로

$$\overline{AD}/\!/\overline{BC} \quad \cdots\cdots ③$$

한편 $\angle B=\angle D$이므로 $\angle B=\angle DCE$

즉, 동위각의 크기가 같으므로

$$\overline{AB}/\!/\overline{DC} \quad \cdots\cdots ④$$

③, ④에서 □ABCD는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각 또는 엇각의 크기가 서로 같으면 두 직선은 평행하다.

본문 해설

❶ '□ABCD에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으면 평행사변형이다.' 의 주어진 조건과 결론은 다음과 같다.

조건: 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
($\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$)

결론: 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
($\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$)

'평행하다'는 결론을 이끌어 내기 위해서는 평행선과 동위각, 엇각의 성질이 이용됨을 이해하게 한다.

❷ '□ABCD에서 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으면 평행사변형이다'의 주어진 조건과 결론은 다음과 같다.

조건: 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
($\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$)

결론: 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
($\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$)

'평행하다'는 결론을 이끌어 내기 위해서는 평행선과 엇각의 성질이 이용됨을 이해하게 한다.

지/도/자/료

1. 평행사변형의 성질 중의 하나인 '평행사변형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.'를 거꾸로 생각하면 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.'이다. 이를 이용하여 평행사변형이 되는 조건을 추론해 볼 수 있다. 이와 같이 평행사변형의 성질에서 평행사변형이 되는 조건을 추론해 볼 수 있도록 지도한다.

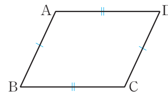
2. 주어진 사각형이 평행사변형임을 정당화하기 위해서는 주어진 조건 외에 평행선과 동위각, 엇각의 성질을 이용할 수 있도록 지도한다. 또 정당화하고자 하는 것과 이미 알고 있는 사실을 명확하게 구별하도록 지도한다.

문제 3 ❷ D에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

이면 □ABCD는 평행사변형이다. 그 이유를 설명하여라.

대각선 AC를 그어 △ABC≡△CDA임을 이용한다.

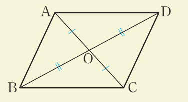


창의 UP

오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 두 대각선 AC, BD의 교점을 O라고 하자.

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

일 때, □ABCD가 평행사변형인 이유를 설명하여라.



한 쌍의 대변이 평행하므로 나머지 한 쌍의 대변이 평행함을 설명하면 충분하다.

한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형임을 알아보자.

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$인 □ABCD에서 대각선 AC를 그으면

△ABC와 △CDA에서

∠ACB=∠CAD (엇각) ······ ①

$\overline{BC}=\overline{DA}$ ······ ②

$\overline{AC}$는 공통 ······ ③

①, ②, ③에서 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로

△ABC≡△CDA

∠BAC=∠DCA

즉, 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

❸ □ABCD는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

창의 UP

|출제 의도| 삼각형의 합동조건과 평행선과 엇각의 성질을 이용하여 문제를 설명해 봄으로써 평행사변형이 되는 조건을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| △AOB와 △COD에서

∠AOB=∠COD, $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 △AOB≡△COD

∠BAO=∠DCO

즉, 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$ ······①

마찬가지로 △AOD≡△COB이므로

∠DAO=∠BCO

즉, 엇각의 크기가 같으므로

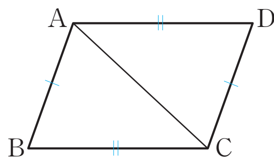
$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$ ······②

①, ②에서 □ABCD는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

3

목표| 삼각형의 합동조건과 평행선의 성질을 이용하여 평행사변형임을 설명할 수 있게 한다.

풀이| □ABCD에서 대각선 AC를 그으면 △ABC와 △CDA에서



$\overline{AB}=\overline{CD}$ ······①

$\overline{BC}=\overline{DA}$ ······②

$\overline{AC}$는 공통 ······③

①, ②, ③에서 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로

△ABC≡△CDA

이때 ∠BAC=∠DCA로 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$

또 ∠ACB=∠CAD로 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

따라서 □ABCD는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.

본문 해설

❸ 일반적으로 평행사변형이 되는 조건을 알아볼 때에는 평행사변형의 뜻, 즉 '두 쌍의 대변이 평행하다.' ($\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$)를 이용하여 평행사변형임을 밝힌다. 그러나 그것이 어렵거나 복잡한 경우에는 이미 알고 있는 평행사변형이 되는 조건으로 설명하여도 충분하다. 따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형임을 다음과 같이 설명할 수 있다.

(1) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으면 평행사변형임이 정당화되었다면 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$임을 밝히는 것으로도 평행사변형임을 설명할 수 있다.

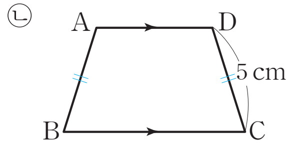
(2) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하면 평행사변형임이 정당화되었다면 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)임을 밝히는 것으로도 평행사변형임을 설명할 수 있다.

4

목표| 평행사변형이 되는 조건을 이용하여 평행사변형을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

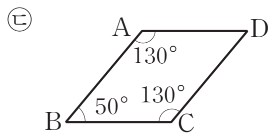
㉡



$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=5\text{ cm}$

이지만 □ABCD는 평행사변형이 아니다.

㉢



사각형의 네 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle D=50^\circ$, $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$

따라서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

㉣ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

따라서 □ABCD가 평행사변형인 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

교과서 268 쪽

이상에서 다음을 얻는다.

평행사변형이 되는 조건

사각형은 다음 조건 중에서 어느 하나를 만족시키면 평행사변형이 된다.

(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행할 때
(2) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같을 때
(3) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같을 때
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분할 때
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같을 때

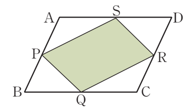
문제 4 다음 중에서 □ABCD가 평행사변형인 것을 모두 찾아라.

□ABCD를 그려서 생각한다.

㉠ $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=7\text{ cm}$
㉡ $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=5\text{ cm}$
㉢ $\angle A=130^\circ$, $\angle B=50^\circ$, $\angle C=130^\circ$
㉣ $\overline{AB}=\overline{DC}=10\text{ cm}$, $\overline{AD}=\overline{BC}=8\text{ cm}$

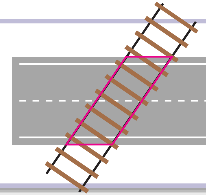


문제 5 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 각 변의 중점을 각각 P, Q, R, S라고 할 때, 사각형 PQRS는 평행사변형이다. 그 이유를 설명하여라.





오른쪽 그림과 같이 우리 주변에서 평행사변형 모양이 되는 것을 찾고, 그것이 평행사변형이 되는 이유를 설명하여 보자.



5

목표| 평행사변형이 되는 조건을 이용하여 문제를 설명할 수 있게 한다.

풀이| △APS와 △CRQ에서

$\overline{AP}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\overline{CR}$ ……①

$\overline{AS}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{CQ}$ ……②

$\angle PAS=\angle RCQ$ ……③

①, ②, ③에서 △APS≡△CRQ이므로 $\overline{PS}=\overline{RQ}$

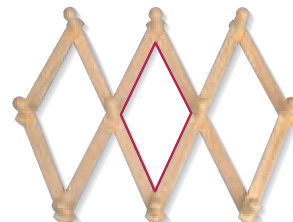
마찬가지로 △BQP≡△DSR이므로 $\overline{PQ}=\overline{RS}$

따라서 □PQRS는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

문/제/해/결

|출제 의도| 생활 주변에서 평행사변형이 되는 것을 찾고, 그것이 평행사변형이 되는 이유를 생각해 봄으로써 평행사변형이 되는 조건을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 다음과 같은 벽걸이형 옷걸이는 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.



교과서 269 쪽

2-2 여러 가지 사각형

● 여러 가지 사각형의 성질과 관계를 이해하고, 설명할 수 있다.

직사각형에는 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기

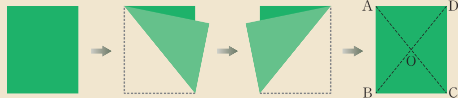
방패연

정월 대보름날 사람들은 액운을 떠나보내고, 복을 맞이한다는 의미로 '송액영복(送厄迎福)'이라는 글씨를 쓴 연을 바람에 날려 보냈다고 한다. 연에는 여러 가지 모양이 있는데 그중에서 방패연은 직사각형 모양으로 가운데에는 원 모양의 구멍이 뚫려 있다.

탐구 활동

●준비물
종이, 자

방패연의 한가운데에 원 모양의 구멍을 뚫기 위해서는 종이를 다음 그림과 같이 접었다가 펼쳐서 두 대각선의 교점을 찾아야 한다. 물음에 답하여 보자.



1 직사각형 ABCD에서 두 대각선 AC와 BD의 길이를 비교하여 보자.

2 직사각형 ABCD에서 $\overline{AO}$와 $\overline{CO}$, $\overline{BO}$와 $\overline{DO}$의 길이를 각각 비교하여 보자.



직사각형은

'네 내각의 크기가 모두 같은 사각형'

이다.

따라서 직사각형은 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형임을 알 수 있다.

그러므로 직사각형은 평행사변형의 특별한 경우이고, 평행사변형의 성질을 모두 만족시키므로 직사각형의 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같고, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

방패연은 우리나라의 대표적인 연으로, 직사각형의 가운데에 구멍이 있는 것이 특징이다. 이 구멍은 센 바람을 흡수하여 연을 잘 뜨게 하며 조종을 자유롭게 한다. 방패연은 몸체의 여러 가지 무늬, 그림, 글씨나 몸체에 붙인 색지의 문양과 그 색에 따라 꼭지연, 반달연, 치마연, 동이연, 박이연, 초연, 발연 등 다양한 종류로 나누어진다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 직사각형 모양의 종이를 접었다가 펼치는 종이접기 활동을 통하여 직사각형의 성질을 알게 하려는 것이다.
준비물 • 종이, 자

1. 두 대각선 AC와 BD의 길이는 서로 **같다.**

2. $\overline{AO}$와 $\overline{CO}$, $\overline{BO}$와 $\overline{DO}$의 길이는 각각 **같다.**

2-2 여러 가지 사각형

소단원 지도 목표

① 직사각형의 성질을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.
② 마름모와 정사각형의 성질을 이해하고, 설명할 수 있게 한다.
③ 여러 가지 사각형 사이의 관계를 이해하고, 설명할 수 있게 한다.
④ 평행선의 성질을 이용하여 넓이가 같은 여러 가지 도형을 찾을 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 여러 가지 사각형의 뜻과 성질을 구분할 수 있도록 하여 이들 사이의 관계를 이해할 수 있도록 한다.

2. 평행선의 성질을 이용하면 도형의 넓이를 유지하면서 도형의 모양을 바꿀 수 있음을 이해하여 넓이가 같은 삼각형이나 사각형을 찾아낼 수 있도록 한다.

지/도/자/료 직사각형이 활용되는 예

책상, 칠판, 창문 등은 대부분 직사각형 모양이다. 이는 직사각형 모양의 물체의 옆면이 지면과 수직을 이루고, 윗면은 지면과 평행하므로 공간을 보다 넓게 활용할 수 있고, 같은 모양의 물체를 얹거나 연결하여 새로운 모양을 만들기에도 편리하기 때문이다.





1

목표| 직사각형의 성질을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 직사각형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

$\overline{CO}=\overline{AO}=\mathbf{4(cm)}$

(2) 직사각형의 두 대각선의 길이는 서로 같으므로

$\overline{BD}=\overline{AC}=4+4=\mathbf{8(cm)}$

교과서 270 쪽

이제 직사각형의 두 대각선의 길이는 서로 같음을 알아보자.

□ABCD가 직사각형이라고 하면

$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$

직사각형은 평행사변형이므로 평행사변형의 성질에 의하여

$\overline{AB}=\overline{DC}$ …… ①

△ABC와 △DCB에서

$\overline{BC}$는 공통 …… ②

$\angle ABC=\angle DCB$ …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로

$\triangle ABC\equiv\triangle DCB$

따라서 $\overline{AC}=\overline{DB}$이다.

이상에서 다음과 같은 성질을 얻는다.

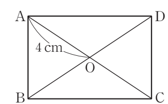
평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

직사각형의 성질

직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.

문제 1 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 두 대각선 AC와 BD의 교점을 O라고 하자. $\overline{AO}=4$ cm일 때, 다음을 구하여라.

(1) $\overline{CO}$의 길이 (2) $\overline{BD}$의 길이





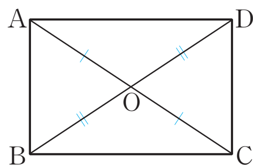
문제 2 사각형에서 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하면 그 사각형은 직사각형이다. 그 이유를 설명하여라.

추론 평행사변형에서 한 내각의 크기가 90°일 때, 그 사각형은 어떤 사각형이 되는지 설명하여 보자.

2

목표| 두 대각선의 길이가 서로 같고, 서로 다른 것을 이등분하는 사각형은 직사각형임을 설명할 수 있게 한다.

풀이| □ABCD는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.



△ABC와 △DCB에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$

$\overline{AC}=\overline{DB}$

$\overline{BC}$는 공통

이므로 △ABC≡△DCB (SSS 합동)

$\angle B=\angle C$ …… ①

□ABCD는 평행사변형이므로

$\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$ …… ②

①, ②에서

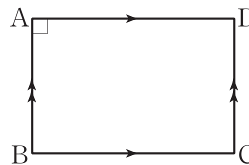
$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$

따라서 □ABCD는 직사각형이다.

추/론

|출제 의도| 한 내각의 크기가 90°인 평행사변형은 직사각형임을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이|



평행사변형 ABCD에서

$\angle A=90°$이므로 $\angle C=\angle A=90°$ …… ①

$\angle A+\angle B=180°$이므로 $\angle B=90°$ …… ②

$\angle D=\angle B=90°$ …… ③

①, ②, ③에서 $\angle A=\angle B=\angle C=\angle D$

따라서 □ABCD는 직사각형이다.

교과서 271 쪽

마름모에는 어떤 성질이 있는가?

창의력 기르기

마름모의 유래

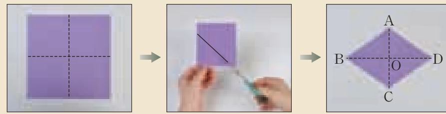
'마름'이란 연못이나 저수지 등에서 자라는 한해살이 풀이다. 마름모에서 마름이라는 이름은 이 풀의 모양에서 비롯되었다고 한다.



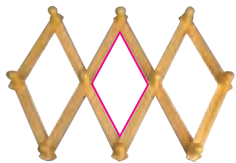
탐구 활동

●준비물
색종이, 가위, 자, 각도기

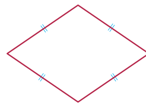
다음 그림과 같이 색종이를 두 번 접어서 가위로 오렸을 때, 만들어지는 □ABCD에 대하여 물음에 답하여 보자.



1 □ABCD의 네 변의 길이가 모두 같은가?
2 □ABCD에서 $\overline{AO}$와 $\overline{CO}$, $\overline{BO}$와 $\overline{DO}$의 길이를 각각 비교하여 보자.
3 □ABCD에서 두 대각선은 서로 수직인지 말하여 보자.



마름모는
'네 변의 길이가 모두 같은 사각형'



❶ 마름모는 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형임을 알 수 있다.

그러므로 마름모는 평행사변형의 특별한 경우이고, 평행사변형의 성질을 모두 만족시키므로 마름모의 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같고, 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 색종이를 두 번 접어서 가위로 오리는 활동을 통하여 마름모의 성질을 알게 하려는 것이다.
준비물 • 색종이, 가위, 자, 각도기

1. □ABCD의 네 변의 길이는 **모두 같다.**
2. $\overline{AO}$와 $\overline{CO}$, $\overline{BO}$와 $\overline{DO}$의 길이는 각각 **같다.**
3. □ABCD에서 두 대각선은 서로 **수직이다.**

본문 해설

❶ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다. 따라서 네 변의 길이가 모두 같은 마름모는 두 쌍의 대변의 길이가 모두 같으므로 평행사변형임을 이해하게 한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

마름은 한해살이 풀로서 진흙 속에 뿌리를 내리며 줄기는 물 속에서 길게 자라 물 위에 뜬다. 잎은 마름모꼴의 삼각형으로 빽빽하게 나와 있는데, 잎자루에는 공기가 들어있는 주머니가 있어서 뜰 수 있게 되어 있다.
마름모는 rhombus를 번역한 능형(菱形)을 한글로 쓴 말이다. 능(菱)은 한해살이 풀 '마름'을 뜻하고, 모는 두부를 네모나게 만든다고 할 때의 모와 같은 뜻이다.

지/도/자/료 마름모가 활용되는 예

① 농구 골대의 그물망이나, 고기를 잡을 때 쓰이는 마름모 그물망이 있다.
② 미술에서 구도를 잡을 때, 마름모 구도가 있다. 마름모 구도는 동적인 느낌을 주며 변화감과 안정감을 동시에 준다.
③ 높은 곳의 작업을 용이하게 해주는 이동식 작업대인 고소 작업대의 높이를 조정해 주는 부분은 마름모 모양이다.





본문 해설

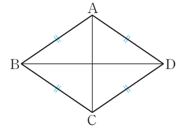
❶ 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분함을 알고 이를 정당화할 수 있도록 한다. 또 평행사변형의 두 대각선이 서로 수직으로 만난다는 조건이 있으면 마름모임을 이해할 수 있도록 한다.

교과서 272 쪽

이제 마름모의 두 대각선은 서로 수직임을 알아보자.

□ABCD가 마름모라고 하면

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$



△ABC와 △ADC에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$ …… ①

$\overline{BC}=\overline{DC}$ …… ②

$\overline{AC}$는 공통 …… ③

①, ②, ③에서 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로

△ABC≡△ADC, ∠BAC=∠DAC

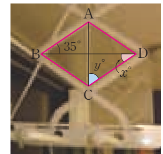
❶ 라서 $\overline{AC}$는 이등변삼각형 ABD의 꼭지각인 ∠A의 이등분선이 되어 밑변 D를 수직이등분하므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이다.

이상에서 다음과 같은 성질을 얻는다.

마름모의 성질

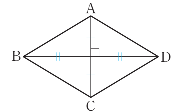
마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

문제 3 오른쪽 그림의 마름모 ABCD에서 x, y의 값을 구하여라.





문제 4 사각형에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하면 그 사각형은 마름모이다. 그 이유를 설명하여라.



3

목표| 마름모의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AB}/\!/\overline{CD}$이므로

∠ABD=∠CDB

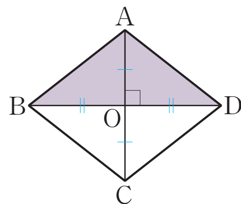
$x=\mathbf{35}$

$90^\circ+35^\circ+y^\circ=180^\circ$이므로 $y=\mathbf{55}$

4

목표| 사각형에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하면 그 사각형은 마름모임을 설명할 수 있게 한다.

풀이| □ABCD는 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이다.



△ABO와 △ADO에서

$\overline{BO}=\overline{DO}$

$\overline{AO}$는 공통

∠AOB=∠AOD

이므로 △ABO≡△ADO

$\overline{AB}=\overline{AD}$

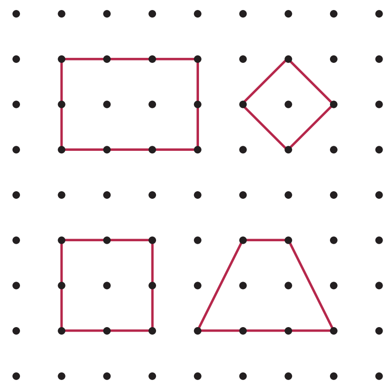
□ABCD는 평행사변형이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DA}$

따라서 □ABCD는 마름모이다.

지/도/자/료 기하판을 이용한 도형의 성질 교수 · 학습

기하판을 만들어 고무줄로 직사각형, 마름모, 정사각형, 사다리꼴 등을 만들어 보도록 하고, 각 도형의 공통점과 차이점을 비교해 보는 조작 활동을 통해 여러 가지 사각형의 뜻과 성질을 탐구할 수 있도록 한다.

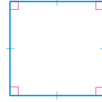


교과서 273 쪽

정사각형은

'네 변의 길이가 모두 같고,
네 내각의 크기가 모두 같은 사각형'

이다.



따라서 정사각형은 네 변의 길이가 모두 같으므로 마름모이고, 또 네 내각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이다.

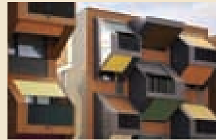
그러므로 정사각형은 직사각형인 동시에 마름모이므로 다음과 같은 성질을 얻는다.

정사각형의 성질
정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.

여러 가지 사각형 사이에는 어떤 관계가 있는가?

창의력 기르기 사각형으로 이루어진 아파트

오른쪽 그림은 슬로베니아 이졸라 시의 외곽에 있는 아파트로 독특한 디자인 때문에 보는 이들에게 즐거움을 주고 있다. 또 공간을 효과적으로 사용하여 거주자들에게 보다 넓은 실내 공간을 제공하고 있으며 빛의 사용에 있어서도 매우 효율적으로 지어진 건물이다.



탐구 활동 창의력 기르기의 그림을 보고 다음 물음에 답하여 보자.

1 사다리꼴을 찾아보자.
2 1에서 찾은 사다리꼴에서 평행한 변을 찾아보자.

사다리꼴은

'한 쌍의 대변이 평행한 사각형'

이다.

지금까지 살펴본 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형과 사다리꼴 사이의 관계를 알아보자.

창의력 기르기 참/고/자/료

슬로베니아는 유럽의 발칸 반도 북서부에 있는 나라로 정식 명칭은 슬로베니아 공화국이고 수도는 류블랴나이다.



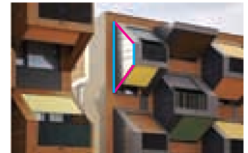
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 사다리꼴을 찾는 활동을 통하여 사다리꼴의 모양과 뜻을 알게 하려는 것이다.

1.

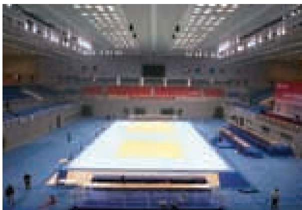


2. 오른쪽 그림에서 파란색 선이 사다리꼴에서 평행한 변이다.



지/도/자/료 정사각형이 활용되는 예

태권도, 권투 등의 경기장은 정사각형 모양이다. 정사각형은 네 각의 크기가 같고, 네 변의 길이가 같으므로 경기를 펼치는 선수가 경기장의 어느 곳에 서서 경기를 해도 같은 조건이 되기 때문에 정사각형 모양으로 경기장을 만든다.





지/도/자/료 여러 가지 도형의 뜻

우리는 이미 다음과 같이 도형의 뜻을 약속하였다. 그러나 이러한 뜻과 성질을 혼동하고 있는 경우가 많이 있다. 따라서 다음과 같은 여러 가지 도형의 뜻을 다시 한 번 정리하여, 여러 가지 사각형 사이의 관계를 이해할 수 있도록 한다.

(1) 다각형: 선분으로만 둘러싸인 도형
(2) 정다각형: 변의 길이가 모두 같고 각의 크기가 모두 같은 다각형
(3) 사다리꼴: 마주 보는 한 쌍의 변이 서로 평행한 사각형
(4) 평행사변형: 마주 보는 두 쌍의 변이 각각 평행한 사각형
(5) 직사각형: 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형
(6) 마름모: 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
(7) 정사각형: 네 내각의 크기가 모두 같고, 네 변의 길이가 모두 같은 사각형

5

목표| 여러 가지 사각형의 성질을 이해하고, 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모와 정사각형이므로 ㉢, ㉣이다.

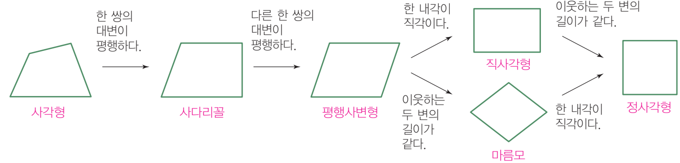
교과서 274 쪽

사다리꼴 중에서 또 다른 한 쌍의 대변이 평행한 것이 평행사변형이다.

또 평행사변형 중에서 한 내각이 직각인 것이 직사각형이고, 이웃하는 두 변의 길이가 같은 것이 마름모이다.

그리고 직사각형 중에서 이웃하는 두 변의 길이가 같은 것이 정사각형이고, 마름모 중에서 한 내각이 직각인 것도 정사각형이다.

따라서 여러 가지 사각형 사이의 관계를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



문제 5 다음 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것을 모두 찾아라.

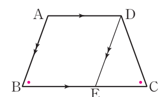
㉠ 평행사변형	㉡ 직사각형
㉢ 마름모	㉣ 정사각형

❶ 꼴 중에서 아랫변 각의 크기가 같은 사다리꼴을 등변사다리꼴이라고 한다.

이제 사다리꼴에 대하여 좀 더 알아보자.

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\angle B = \angle C$이면 $\overline{AB} = \overline{DC}$임을 알아보자.

점 D를 지나고, $\overline{AB}$에 평행한 직선을 그어 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하면



$$\angle B = \angle DEC \text{ (동위각)}$$

한편 $\angle B = \angle C$이므로

$$\angle DEC = \angle C$$

따라서 $\triangle DEC$는 이등변삼각형이므로

$$\overline{DE} = \overline{DC} \quad \cdots\cdots ①$$

지/도/자/료 여러 가지 사각형 사이의 관계

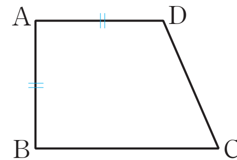
1. 여러 가지 사각형 사이의 관계를 제대로 인식하지 못하여 정사각형은 직사각형이 아니라고 생각하거나, 직사각형은 평행사변형이 아니라고 생각하는 경우가 있다. 이는 학생들이 기본적으로 평행사변형은 ▱모양, 직사각형은 ▭ 모양, 마름모는 ◇모양, 정사각형은 □모양이라는 고정관념을 가지고 있기 때문이다. 여러 가지 사각형 사이의 관계를 설명할 때에는 학생들이 모양에 의존하지 않고 도형의 뜻과 성질을 이용할 수 있도록 지도한다.

2. 각각의 특징이 여러 가지 사각형의 뜻과 성질 중 어떤 것을 의미하는지 구별할 수 있도록 하며, 여러 가지 사각형 사이의 관계를 알게 한다.

성질	사다리꼴	평행사변형	직사각형	마름모	정사각형
두 쌍의 대변이 각각 평행하다.	×	○	○	○	○
두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.	×	○	○	○	○
두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.	×	○	○	○	○
두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.	×	○	○	○	○
두 대각선이 서로 수직이다.	×	×	×	○	○
두 대각선의 길이가 같다.	×	×	○	×	○

본문 해설

❶ 대부분 도형의 이름은 그 뜻에 따라 정해지나 등변사다리꼴은 예외이다.



그림과 같이 이웃하는 변이 등변인 사다리꼴은 등변사다리꼴은 아니다. 즉, 등변사다리꼴은 마주 보는 대변이 등변이어야 한다.
따라서 혼동이 없도록 하기 위해 등변사다리꼴은 '밑변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴'이라고 말한다. 따라서 도형의 이름에만 의존하여 그 뜻을 추측하지 않도록 해야 한다.

교과서 275 쪽

또 □ABED는 평행사변형이므로

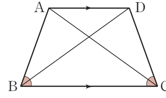
$\overline{AB}=\overline{DE}$ ······ ②

①, ②에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$

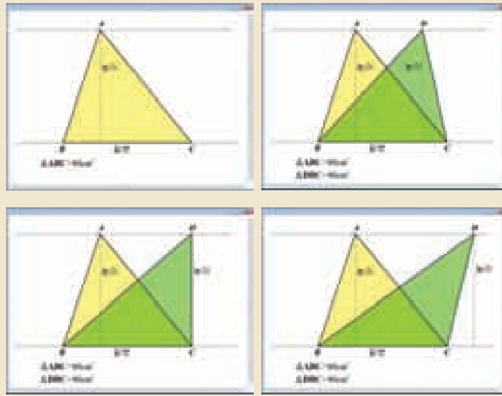
이다.

문제 6 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 ∠B=∠C일 때, 두 대각선 AC와 BD의 길이가 같다. 그 이유를 설명하여라.



평행선과 넓이는 어떤 관계가 있는가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 컴퓨터 프로그램을 이용하여 넓이가 같은 삼각형을 여러 형태로 변형하여 보았다. 물음에 답하여 보자.



1 삼각형을 여러 형태로 변형하였을 때, 변하지 않는 것을 모두 말하여 보자.

2 위의 삼각형들의 넓이가 같은 이유를 설명하여 보자.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 두 평행선 사이에 있는 삼각형은 높이가 일정하므로 넓이가 항상 일정하다는 것을 알게 하려는 것이다.

1. 탐구 활동에서 삼각형의 밑변 BC의 길이는 변하지 않는다.
평행한 두 직선 사이의 거리는 일정하므로 삼각형의 높이는 변하지 않는다.
탐구 활동에서 삼각형의 넓이는 변하지 않는다.
따라서 삼각형의 **밑변**, **높이**, **넓이**는 변하지 않는다.

2. 삼각형의 밑변과 높이가 변하지 않으므로 삼각형들의 넓이는 같다.

6

목표| 등변사다리꼴의 성질과 삼각형의 합동조건을 이용하여 두 대각선의 길이가 같음을 설명할 수 있게 한다.

풀이| △ABC와 △DCB에서

$\overline{AB}=\overline{DC}$ ······ ①

$\overline{BC}$는 공통 ······ ②

∠ABC=∠DCB ······ ③

①, ②, ③에서 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 △ABC≡△DCB

따라서 $\overline{AC}=\overline{BD}$이다.

읽/기/자/료 ∠과 △의 유래

각을 나타내는 기호 ∠는 각의 모양을 형상화한 것으로 1644년 프랑스의 수학자 에리곤네가 사용하였다. 그는 <라는 기호도 사용하였는데 1657년에 오트레드(Oughtred, W.: 1574～1660)가 기호 ∠를 다시 사용한 이래로 이 기호가 일반화되었다.

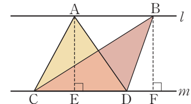
삼각형을 나타내는 기호 △는 4세기경 파포스(Pappos: ? 290～? 350)가 ▽, △를 삼각형 기호로 사용한 적이 있고, 프랑스의 에리곤네가 1644년에 △abc와 같은 기호를 사용하였다. 이후 1850년 카르노(Carnot, L. N. M.: 1753～1823)가 기호 △ABC를 사용하면서 정착된 것으로 보인다.

본문 해설

❶ 넓이는 도형이 아니라 값이므로 넓이가 같다는 표현은 등호 '='를 이용하여 표현함을 알게 하고, 삼각형의 합동 '≡'과 혼동하여 사용하지 않도록 한다. 또 두 삼각형이 합동이면 넓이는 같지만, 두 삼각형이 넓이가 같다고 합동은 아니라는 것을 알게 한다.

교과서 276 쪽

오른쪽 그림과 같이 평행한 두 직선 l, m 위에 각각 두 점 A, B와 C, D가 있다. △ACD와 △BCD는 모두 밑변이 $\overline{CD}$이고, 높이가 각각 $\overline{AE}$, $\overline{BF}$인 삼각형이므로



$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{AE}$ …… ①

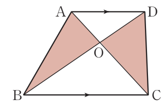
$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{BF}$ …… ②

한편 □AEFB는 직사각형이므로 $\overline{AE}=\overline{BF}$이다.

따라서 ①, ②에서 △ACD=△BCD임을 알 수 있다.

예제 1

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD의 두 대각선의 교점이 O이고, $\triangle ABO=12\text{ cm}^2$일 때, △DCO의 넓이를 구하여라.



풀이 □ABCD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 △ABC와 △DBC의 밑변을 $\overline{BC}$라고 하면 높이가 같으므로

❶ =△DBC

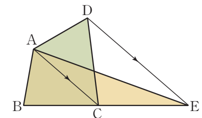
이다. 따라서

△DCO=△DBC−△OBC
=△ABC−△OBC
=△ABO=12(cm²)

답 12 cm²

문제 7 오른쪽 그림에서 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$일 때, □ABCD의 넓이와 △ABE의 넓이가 같다. 그 이유를 설명하여라.

□ABCD =△ABC+△ACD



7

목표| 밑변의 길이와 높이가 각각 같은 두 삼각형의 넓이가 같음을 이용하여 주어진 도형의 넓이가 같음을 설명할 수 있게 한다.

풀이| □ACED에서 $\overline{AC}/\!/\overline{DE}$이므로 △ACD와 △ACE의 밑변을 $\overline{AC}$라고 하면 높이가 같으므로

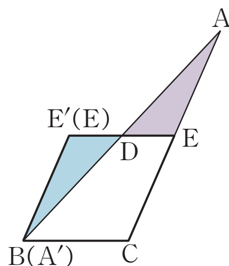
△ACD=△ACE

□ABCD=△ABC+△ACD
=△ABC+△ACE
=△ABE

읽/기/자/료 다각형의 등적 변형

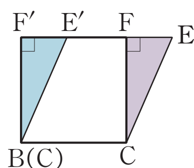
넓이가 바뀌지 않도록 도형의 모양을 바꾸는 것을 등적 변형이라고 한다. 모든 다각형은 그 넓이를 유지하면서 다른 다각형으로 변형할 수 있다.

(1) 삼각형을 직사각형으로 바꾸는 등적변형



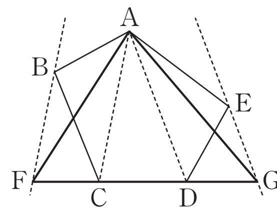
① $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점 D, E를 따라 자른 △ADE를 회전시켜 $\overline{AD}$를 $\overline{BD}$에 포갠다.

② 평행사변형 E′BCE에서 점 C를 지나 $\overline{DE}$에 수직인 $\overline{CF}$를 그어 자른 △CEF를 왼쪽으로 옮겨 $\overline{CE}$와 $\overline{BE'}$을 포갠다.



③ □F′BCF는 직사각형이고 넓이는 원래의 △ABC의 넓이와 같다.

(2) 오각형을 삼각형으로 만드는 등적 변형



① $\overline{CD}$의 연장선과 점 B를 지나 $\overline{AC}$에 평행한 $\overline{BF}$를 그어 만나는 점 F를 잡는다.

② 선분 AF를 그어 △ABC와 넓이가 같은 △AFC를 얻는다. 같은 방법으로 △AED와 넓이가 같은 △AGD를 얻는다.

③ △AFG의 넓이는 오각형 ABCDE의 넓이와 같다.

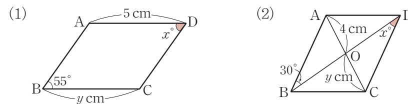
교과서 277 쪽

중 / 단 / 원 기초

> 평행사변형에서
> • 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.
> • 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다.
> • 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

1 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 x, y의 값을 구하여라.

(1) (2)



> $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$일 때, 사각형 ABCD는 평행사변형이다.

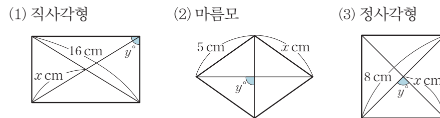
2 다음 중에서 □ABCD가 평행사변형인 것을 모두 찾아라.

㉠ $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$
㉡ $\angle A=\angle B$, $\angle C=\angle D$
㉢ $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}$
㉣ $\overline{AC}=\overline{BD}$, $\overline{AB}=\overline{BC}$

> • 직사각형: 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형
> • 마름모: 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
> • 정사각형: 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형

3 다음 그림과 같은 사각형에 대하여 x, y의 값을 구하여라.

(1) 직사각형 (2) 마름모 (3) 정사각형



4 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾아라.

ㄱ. 직사각형은 평행사변형이다.
ㄴ. 평행사변형은 마름모이다.
ㄷ. 마름모는 정사각형이다.
ㄹ. 정사각형은 직사각형이다.

중/단/원 기초

1

목표| 평행사변형의 성질을 이용하여 각의 크기와 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

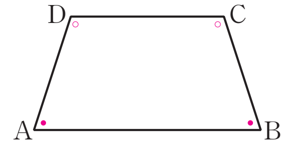
풀이| (1) $\angle B=\angle D$이므로 $x=\mathbf{55}$
$\overline{AD}=\overline{BC}$이므로 $y=\mathbf{5}$
(2) $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 $\angle CDB=\angle ABD$ (엇각)
$x=\mathbf{30}$
$\overline{AO}=\overline{CO}$이므로 $y=\mathbf{4}$

2

목표| 평행사변형이 되는 조건을 알고, 이를 이용하여 평행사변형을 찾을 수 있게 한다.

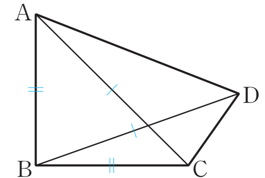
풀이| ㉠ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

㉡ □ABCD가 오른쪽 그림과 같은 경우 $\angle A=\angle B$, $\angle C=\angle D$이지만 평행사변형이 아니다.



㉢ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같으므로 □ABCD는 평행사변형이다.

㉣ □ABCD가 오른쪽 그림과 같은 경우 $\overline{AC}=\overline{BD}$, $\overline{AB}=\overline{BC}$ 이지만 평행사변형이 아니다.



따라서 평행사변형인 것은 ㉠, ㉢이다.

3

목표| 여러 가지 사각형의 성질을 이용하여 각의 크기와 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분하므로 $x=\mathbf{8}$
직사각형의 네 내각의 크기는 모두 같으므로 $y=\mathbf{90}$
(2) 마름모의 네 변의 길이는 모두 같으므로 $x=\mathbf{5}$
마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $y=\mathbf{90}$
(3) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분하므로 $x=\mathbf{4}$, $y=\mathbf{90}$

4

목표| 여러 가지 사각형 사이의 관계를 이용하여 옳은 것을 찾을 수 있게 한다.

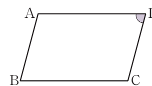
풀이| ㄱ. 직사각형은 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다.
ㄹ. 정사각형은 네 내각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다.

교과서 278 쪽

중 / 단 / 원 기본

평행사변형의 성질

1 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 ∠A와 ∠B의 크기의 비가 7 : 5일 때, ∠D의 크기를 구하여라.

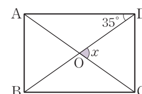


직사각형의 성질

2 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서

$\angle ADO=35^\circ$

일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

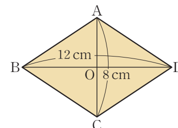


마름모의 성질

3 오른쪽 그림에서 □ABCD가 마름모이고

$\overline{AC}=8\text{ cm}$, $\overline{BD}=12\text{ cm}$

일 때, □ABCD의 넓이를 구하여라.



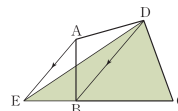
여러 가지 사각형 사이의 관계

4 다음 중에서 평행사변형 ABCD에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 찾아라.

ㄱ. $\overline{AB}=\overline{CD}$이면 직사각형이다.
ㄴ. $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이면 직사각형이다.
ㄷ. $\overline{AB}=\overline{AD}$이면 마름모이다.
ㄹ. $\angle B=\angle C$이면 마름모이다.
ㅁ. $\angle ABD=\angle ADB$, $\angle D=90^\circ$이면 정사각형이다.

평행선과 넓이

5 오른쪽 그림에서 $\overline{AE}/\!/\overline{DB}$이고, □ABCD$=15\text{ cm}^2$일 때, △DEC의 넓이를 구하여라.



중/단/원 기본

1

목표| 평행사변형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle A=7x$, $\angle B=5x$라고 하면
$\angle A+\angle B=7x+5x=180^\circ$, $x=15^\circ$
평행사변형의 대각의 크기는 서로 같으므로
$\angle D=\angle B=5\times15^\circ=\mathbf{75^\circ}$

2

목표| 직사각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{OA}=\overline{OD}$
따라서 △OAD는 이등변삼각형이므로
$\angle OAD=\angle ODA=35^\circ$
$\angle x$는 △OAD의 한 외각이므로
$\angle x=\angle OAD+\angle ODA=35^\circ+35^\circ=\mathbf{70^\circ}$

3

목표| 마름모의 성질을 이용하여 마름모의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 마름모는 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하므로

□ABCD$=2$△ABD$=2\times\left(\frac{1}{2}\times12\times4\right)=\mathbf{48(cm^2)}$

4

목표| 여러 가지 사각형 사이의 관계를 이용하여 옳은 것을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㄱ. $\overline{AB}=\overline{CD}$인 평행사변형은 마름모, 직사각형, 정사각형이 있다.
ㄴ. 대각선이 수직인 평행사변형은 마름모, 정사각형이 있다.
ㄷ. 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
ㄹ. $\angle B=\angle C$인 평행사변형은 네 내각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이다.
ㅁ. △ABD에서 $\angle ABD=\angle ADB$이므로 $\overline{AB}=\overline{AD}$
평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로
$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{AD}$ …… ①
평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합이 180°이므로 $\angle A+\angle D=180^\circ$, $\angle A=90^\circ$
평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기는 서로 같으므로
$\angle A=\angle B=\angle C=\angle D=90^\circ$ …… ②
①, ②에서 평행사변형 ABCD는 정사각형이다.
따라서 옳은 것은 **ㄷ, ㅁ**이다.

5

목표| 평행선과 넓이 사이의 관계를 이용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AE}/\!/\overline{DB}$이므로 △EBD$=$△ABD
△DEC$=$△EBD$+$△DBC$=$△ABD$+$△DBC
$=$□ABCD$=\mathbf{15(cm^2)}$

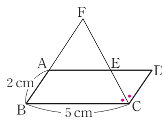
교과서 279 쪽

중/단/원 실력

1 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 ∠C의 이등분선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 E라 하고, $\overline{BA}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 하자.

$\overline{AB}=2$ cm, $\overline{BC}=5$ cm

일 때, $\overline{AF}$의 길이를 구하여라.

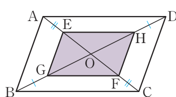


• 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분함을 이용한다.

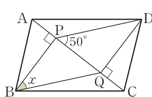
2 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서

$\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{BG}=\overline{DH}$

일 때, □EGFH가 평행사변형임을 설명하여라.

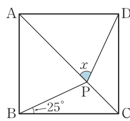


3 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 B, D에서 대각선 AC에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라고 하자. ∠DPC=50°일 때, ∠x의 크기를 구하여라.



• 합동인 삼각형을 찾는다.

4 오른쪽 그림과 같이 정사각형 ABCD의 대각선 AC 위에 한 점 P를 잡았다. ∠CBP=25°일 때, ∠x의 크기를 구하여라.

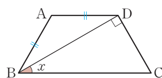


• 한 쌍의 평행선에서 엇각의 크기가 같음을 이용한다.

5 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD에서

$\overline{AB}=\overline{AD}$, ∠BDC=90°

일 때, ∠x의 크기를 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표| 평행사변형의 성질을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{BF}/\!/\overline{CD}$이므로 ∠BFC=∠ECD=∠FCB

따라서 △BCF는 이등변삼각형이므로

$\overline{BF}=\overline{BC}=5$(cm)

$\overline{AF}=\overline{BF}-\overline{BA}=5-2=$**3(cm)**

2

목표| 평행사변형의 성질과 평행사변형이 되는 조건을 이용하여 주어진 사각형이 평행사변형임을 설명할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{EO}=\overline{AO}-\overline{AE}=\overline{CO}-\overline{CF}=\overline{FO}$

$\overline{GO}=\overline{BO}-\overline{BG}=\overline{DO}-\overline{DH}=\overline{HO}$

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □EGFH는 평행사변형이다.

3

목표| 평행사변형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| △ABP와 △CDQ에서

∠APB=∠CQD=90°

$\overline{AB}=\overline{CD}$

$\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로 ∠BAP=∠DCQ(엇각)

따라서 △ABP≡△CDQ이므로

$\overline{BP}=\overline{DQ}$ ……①

∠BPQ=∠DQP=90°(엇각)이므로

$\overline{BP}/\!/\overline{DQ}$ ……②

①, ②에서 □PBQD는 평행사변형이므로

∠PBQ+∠BPD=∠x+(90°+50°)=180°

∠x=**40°**

4

목표| 정사각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| △PCD와 △PCB에서

$\overline{CD}=\overline{CB}$

$\overline{PC}$는 공통

∠PCD=∠PCB=45°

이므로 △PCD≡△PCB

∠PDC=∠PBC=25°

∠x는 △PCD의 한 외각이므로

∠x=∠PDC+∠PCD=25°+45°=**70°**

5

목표| 등변사다리꼴의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 ∠ADB=∠DBC=∠$x$

$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 ∠ABD=∠ADB=∠$x$

등변사다리꼴은 아랫변의 양 끝 각의 크기가 같으므로

∠C=∠ABC=2∠x

△DBC에서

∠x+2∠x+90°=180°

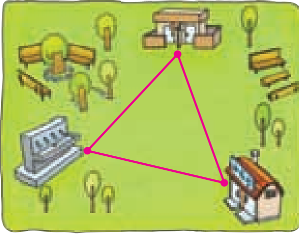
3∠x=90°, ∠x=**30°**

수행 과제

● 수행 과제 의도

이 수행 과제는 삼각형의 외심을 이용하여 텐트를 세울 가장 합리적인 위치를 찾아봄으로써 삼각형의 외심의 의미와 작도 방법을 정리하기 위한 것이다.

과제 1 _예시

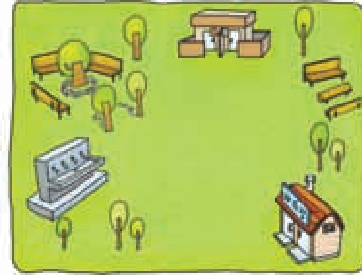


교과서 280 쪽

수행 과제

같은 거리에 있는 곳은 어디일까?

선미는 가족들과 함께 휴양림에서 야영을 하려고 하는데, 야영장 근처에 있는 화장실, 급수대, 샤워장에서 같은 거리에 있는 곳에 텐트를 세우려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



과제 1 화장실, 급수대, 샤워장을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 그려 보자.

과제 2 화장실, 급수대, 샤워장에서 같은 거리에 있는 곳을 찾는 방법을 설명하여 보자.

과제 3 화장실, 급수대, 샤워장에서 같은 거리에 있는 곳을 그림에 표시하여 보자.

교과서 281 쪽

학습에 대한 **자/기/평/가**

이름: ______

점검 항목				
학습 내용	이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있는가?			
	직각삼각형의 합동을 이해하였는가?			
	삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있는가?			
	평행사변형의 성질을 이해하고 설명할 수 있는가?			
	여러 가지 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

스스로 평가하기



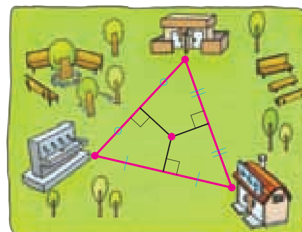
선생님 의견

과제 2 _예시

외심에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같으므로 화장실, 급수대, 샤워장을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 외심을 찾는다.

과제 3 _예시

과제 1에서 그린 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점을 표시한다.



교과서 282 쪽

Ⅶ. 도형의 성질

대단원 핵심 한눈에 보기

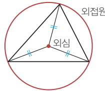
① 이등변삼각형

성질	(1) 이등변삼각형의 두 밑각의 크기는 같다. (2) 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

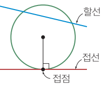
② 직각삼각형의 합동

직각삼각형의 합동	두 직각삼각형은 다음의 각 경우에 서로 합동이다. (1) 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같을 때 (2) 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같을 때

③ 삼각형의 외심

외심	(1) 삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점 (2) 외심에서 삼각형의 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같다. 

④ 삼각형의 내심

접한다	원과 직선이 한 점에서 만날 때 
내심	(1) 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점 (2) 내심에서 삼각형의 세 변에 이르는 거리가 같다. 내접원 내심

⑤ 평행사변형

성질	(1) 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다. (2) 두 쌍의 대각의 크기는 각각 같다. (3) 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
평행사변형이 되는 조건	(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행할 때 (2) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같을 때 (3) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같을 때 (4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분할 때 (5) 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같을 때

⑥ 여러 가지 사각형

성질	(1) 직사각형: 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다. (2) 마름모: 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다. (3) 정사각형: 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

- 수직이등분선, 할선, 접한다, 접선, 접점, 외접, 외접원, 외심, 내접, 내접원, 내심
- □ABCD

지도 내용

1. 이등변삼각형의 성질, 직각삼각형의 합동 조건을 확인하고, 삼각형의 외심과 내심의 뜻과 성질을 이해할 수 있도록 한다.

2. 평행사변형, 직사각형, 마름모와 정사각형의 뜻과 성질 및 여러 가지 사각형 사이의 관계를 정리하고 설명할 수 있도록 한다.

만화로 보는 수학 이야기

만화에서는 직사각형, 정사각형이 다 같은 평행사변형임을 보여주고 있다. 정사각형은 네 내각의 크기가 모두 같으므로 직사각형이고, 직사각형은 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이다. 이와 같이 이번 단원에서는 여러 가지 도형의 뜻과 성질을 이용하여 여러 가지 문제를 정당화하게 하였고, 사각형 사이의 관계를 지도하였다.

생각 키/우/기

① 두 쌍의 대변이 각각 평행할 때
② 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같을 때
③ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같을 때
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분할 때
⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같을 때

교과서 283 쪽

평형사변형을 찾아라!



큭큭, 다 같은 평행사변형인데…….

생각 키/우/기 | 여러 가지 사각형 중에서 평행사변형을 골라 낼 수 있는 조건을 말하여 보자.

대/단/원 평가 문제

1

목표| 평행사변형의 성질과 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle AEB=\angle CFD=90^\circ$, $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\angle ABE=\angle CDF$이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$

$\overline{CF}=\overline{AE}=4(\text{cm})$ 답 ④

2

목표| 이등변삼각형과 평행선의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle DCA=\angle DAC=\angle ACB=40^\circ$

$\angle x=180^\circ-(40^\circ+40^\circ)=100^\circ$

답 ①

3

목표| 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 올바른 추론을 할 수 있게 한다.

풀이| $\angle BDE=\angle BCE=90^\circ$, $\overline{BE}$는 공통, $\overline{BD}=\overline{BC}$이므로 $\triangle BED\equiv\triangle BEC$

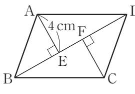
$\angle DEB=\angle CEB$ 답 ⑤

교과서 284 쪽

대/단/원 평가 문제

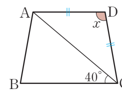
선/택/형

1 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 하자. $\overline{AE}=4$ cm일 때, $\overline{CF}$의 길이는?



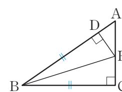
① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm
④ 4 cm ⑤ 5 cm

2 오른쪽 그림과 같은 □ABCD에서 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$, $\overline{AD}=\overline{DC}$이다. $\angle ACB=40^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?



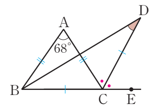
① 100° ② 110° ③ 120°
④ 130° ⑤ 140°

3 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{BC}=\overline{BD}$이고 $\angle BDE=90^\circ$일 때, 다음 중에서 옳은 것은?



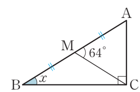
① $\overline{AE}=\overline{EC}$ ② $\overline{AD}=\overline{DE}$
③ $\angle BEC=\angle DAE$ ④ $\angle DEA=\angle DAE$
⑤ $\angle DEB=\angle CEB$

4 오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{CB}=\overline{CD}$, $\angle ACD=\angle DCE$이다. $\angle A=68^\circ$일 때, $\angle BDC$의 크기는?



① 29° ② 30° ③ 31°
④ 32° ⑤ 33°

5 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 점 M은 변 AB의 중점이고 $\angle AMC=64^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?

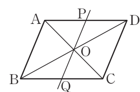


① 30° ② 32° ③ 38°
④ 45° ⑤ 58°

6 둘레의 길이가 30 cm이고, 넓이가 45 cm^2인 삼각형에 대하여 내접원의 반지름의 길이는?

① 1.5 cm ② 2 cm ③ 2.5 cm
④ 3 cm ⑤ 3.5 cm

7 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 직선 PQ가 두 대각선의 교점 O를 지날 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?



① $\overline{PD}=\overline{QB}$ ② $\angle BQO=\angle DPO$
③ $\overline{OA}=\overline{OC}$ ④ $\angle APO=\angle BQO$
⑤ $\overline{OP}=\overline{OQ}$

4

목표| 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle ABC=\angle ACB=\dfrac{180^\circ-68^\circ}{2}=56^\circ$

$\angle DCE=\dfrac{1}{2}\angle ACE=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-56^\circ)=62^\circ$

따라서 $\triangle DBC$에서 $\overline{CB}=\overline{CD}$이므로 $\angle BDC=\angle DBC$

$\angle BDC+\angle DBC=62^\circ$, $\angle BDC=31^\circ$ 답 ③

5

목표| 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점임을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 M은 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{MA}=\overline{MB}=\overline{MC}$

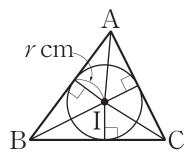
따라서 $\triangle MBC$는 이등변삼각형이다.

$\angle x+\angle x=64^\circ$, $\angle x=32^\circ$ 답 ②

6

목표| 내접원의 반지름의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABC$의 내심을 I, 내접원의 반지름의 길이를 r cm라고 하자.



$\triangle ABC=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$

$\dfrac{1}{2}r\times30=45$, $r=3(\text{cm})$ 답 ④

7

목표| 평행사변형의 성질을 이용하여 올바른 추론을 할 수 있게 한다.

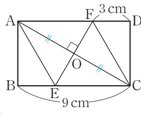
풀이| ④ $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle APO=\angle CQO$ 답 ④

8

목표| 삼각형의 합동조건과 마름모가 되는 조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

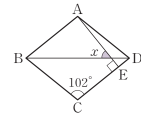
풀이| $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\angle AOF=\angle COE$, $\angle FAO=\angle ECO$

8 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{EF}$는 대각선 AC의 수직이등분선이다. $\overline{FD}=3\text{ cm}$, $\overline{BC}=9\text{ cm}$ 일 때, $\overline{AE}$의 길이는?



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm
④ 7 cm ⑤ 8 cm

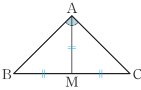
9 오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 $\overline{AE}\perp\overline{CD}$이고 $\angle C=102^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?



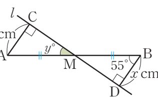
① 51° ② 53° ③ 55°
④ 56° ⑤ 58°

서/답/형

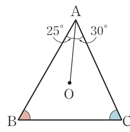
10 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$일 때, ∠BAC의 크기를 구하여라.



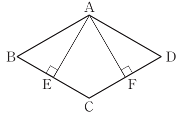
11 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, B에서 선분 AB의 중점 M을 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 C, D라고 하자. $\overline{AC}=3\text{ cm}$, $\angle MBD=55^\circ$일 때, $x+y$의 값을 구하여라.



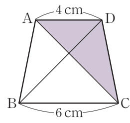
12 오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이다. $\angle BAO=25^\circ$, $\angle CAO=30^\circ$일 때, ∠B와 ∠C의 크기를 구하여라.



|서술형|
13 오른쪽 그림과 같은 마름모 ABCD에서 $\overline{AE}\perp\overline{BC}$, $\overline{AF}\perp\overline{CD}$일 때, $\overline{AE}=\overline{AF}$임을 설명하는 과정을 서술하여라.



|서술형|
14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}=4\text{ cm}$, $\overline{BC}=6\text{ cm}$ 이고 △ABC의 넓이가 27 cm^2일 때, △ACD의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



이므로 △AFO≡△CEO
$\overline{FO}=\overline{EO}$
따라서 □AECF는 마름모이므로
$\overline{AE}=\overline{AF}=\overline{AD}-\overline{FD}=9-3=6(\text{cm})$ 답 ③

9
목표| 마름모의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{BC}=\overline{DC}$이므로 $\angle BDE=39^\circ$
$\angle x+90^\circ+39^\circ=180^\circ$, $\angle x=51^\circ$ 답 ①

10
목표| 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

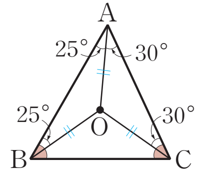
풀이| $\angle B=\angle BAM$, $\angle C=\angle CAM$이므로
$2(\angle BAM+\angle CAM)=180^\circ$
$\angle BAC=\angle BAM+\angle CAM=90^\circ$ 답 90°

11
목표| 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| △ACM≡△BDM이므로 $x=3$
$\angle AMC=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$, $y=35$
$x+y=3+35=38$ 답 38

12
목표| 삼각형의 외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle ABO=25^\circ$,
$\angle ACO=30^\circ$이므로
$\angle BOC=110^\circ$
$\angle OBC=\angle OCB=35^\circ$
$\angle B=60^\circ$, $\angle C=65^\circ$



답 $\angle B=60^\circ$, $\angle C=65^\circ$

13
목표| 마름모의 성질을 이용하여 문제를 설명할 수 있게 한다.

풀이| △ABE와 △ADF에서
$\angle AEB=\angle AFD=90^\circ$
$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\angle ABE=\angle ADF$
이므로 △ABE≡△ADF …㉠
$\overline{AE}=\overline{AF}$ …㉡

답 풀이 참조

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	△ABE≡△ADF임을 설명하기	㉠	80%
답 구하기	$\overline{AE}=\overline{AF}$임을 설명하기	㉡	20%

14
목표| 높이가 같은 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 사다리꼴 ABCD의 높이를 h cm라고 하면
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times h=27$, $h=9(\text{cm})$ …㉠
$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times4\times9=18(\text{cm}^2)$ …㉡

답 18 cm^2

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	사다리꼴의 높이 구하기	㉠	70%
답 구하기	△ACD의 넓이 구하기	㉡	30%

교과서 286 쪽

컴퓨터의 활용

컴퓨터로 도형을 그려 보자.

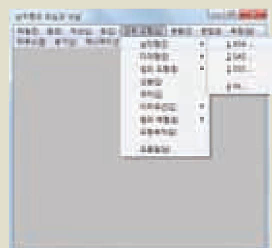
도형을 그리는 프로그램을 이용하면 여러 가지 도형을 쉽게 그릴 수 있는데, 그중에서 적절한 프로그램을 이용하여 삼각형의 외심과 내심을 찾아보자.

1 삼각형을 그려 보자.

프로그램의 초기 화면에서 '윈도(W)'를 클릭한 후, '2차원 기하(2)'를 선택하여 새 창을 연다. 우리가 그리려고 하는 것은 삼각형이므로

[단위 도형] – [삼각형]

의 순서로 클릭하면 오른쪽과 같이 네 종류의 메뉴가 나온다.



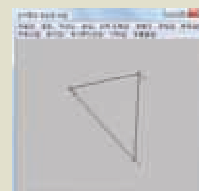
이들을 이용하면 여러 가지 삼각형을 그릴 수 있다.

① ASA: 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 지정할 수 있다.

② SAS: 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 지정할 수 있다.

③ SSS: 세 변의 길이를 지정할 수 있다.

④ HL: 빗변의 길이와 높이를 지정하여 직각삼각형을 그릴 수 있다.



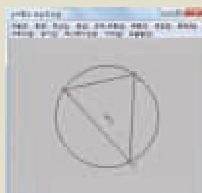
교과서 287 쪽

2 삼각형의 외접원과 외심을 그려 보자.

①을 참고하여 원하는 삼각형을 그리고

[원] – [외접원] – [확인]

의 순서로 클릭하면 오른쪽 그림과 같이 삼각형의 외접원과 외심이 그려진다.

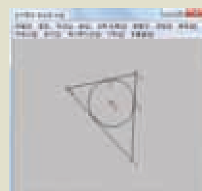


3 삼각형의 내접원과 내심을 그려 보자.

마찬가지 방법으로 삼각형을 그리고

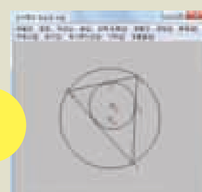
[원] – [내접원] – [확인]

의 순서로 클릭하면 오른쪽 그림과 같이 삼각형의 내접원과 내심이 그려진다.



4 삼각형의 외심과 내심이 일치하는 경우를 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 한 삼각형의 외접원과 외심, 내접원과 내심을 한 화면에 모두 나타낼 수도 있다. 이등변삼각형, 정삼각형 등 여러 가지 삼각형의 외접원과 외심, 내접원과 내심을 같은 화면에 그려 보고, 어떤 경우에 삼각형의 외심과 내심이 일치하는지 알아보자. ❶



컴퓨터의 활용

❶ 다음과 같이 컴퓨터 프로그램을 이용하여 확인해 보면 정삼각형의 외심과 내심이 일치함을 알 수 있다.



교과서 288 쪽

수학 산책

뫼비우스의 띠

종이를 이용한 놀이는 놀면서 즐길 수 있는 훌륭한 여가 활동이다. 집중력을 키울 수 있으며, 섬세한 손놀림으로 두뇌 회전이 빨라지기 때문이다. 또 종이를 이용하여 노는 사이에 무엇인가 새로운 아이디어가 떠오르고, 더 많은 생각을 하게 되면서 다시 새로운 것을 만들어 낼 수 있다. 그래서 종이를 이용한 놀이는 수학에서 많이 이용되고 있다.

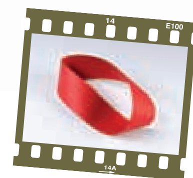
몇 년 전 미국에서 태양계 밖에 있는 별까지 관찰할 수 있는 지름의 길이가 350 m인 초대형 우주 망원경을 설계하였는데, 이 초대형 망원경을 종이처럼 접어서 우주로 운반하자는 아이디어를 내어 놓았다.

초대형 망원경을 접는 데 이용된 기술은 NASA에서 일했던 로버트 랭(Robert J. Lang)이 개발한 '트리메이커(Tree Maker)'인데, 이것은 컴퓨터로 종이접기를 설계할 수 있도록 만든 소프트웨어이다. 연구진은 이 프로그램을 이용하여 우주 망원경을 72개 조각으로 만든 후 경첩으로 연결해 종이처럼 접어서 우주로 운반할 수 있었다.

오늘날 수학자들은 새롭고 놀라운 방법으로 종이접기를 이용하고 있는데, 평평한 정사각형 모양의 종이를 접는 방법과 형식을 연구하고 분석하여 여러 가지 분야에서 응용하고 있다. 특히 종이접기에는 기하학적인 모양이나 특성이 많이 있는데 삼각형, 다각형, 합동, 비율과 비례, 접는 선에 나타난 대칭 등이 그것이다.

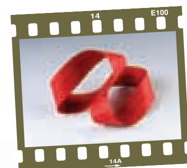
한편 종이를 길게 잘라 띠를 만들면 또 다른 수학과 만날 수 있는데 그것이 바로 뫼비우스의 띠이다. 뫼비우스의 띠는 경계가 하나밖에 없는 2차원 도형으로 1858년에 뫼비우스(Möbius, A. F.: 1790~1868)가 발견하였다.

교과서 289 쪽



종이를 길게 잘라서 띠를 만든 후 종이 띠의 양 끝을 그냥 풀로 붙이면 도넛 모양이 되는데 한 번 꼬아 붙이면 뫼비우스의 띠가 된다.

이 띠는 한 개의 면만 가지고 있어서 만일 우리가 이 띠의 어느 한 면에서 출발하여 선을 계속 그려간다면 결국 처음 시작한 같은 점에 도착할 것이다. 즉, 우리는 연필을 떼지 않고도 이 띠의 전부를 여행한 것이다.



실생활에도 응용되고 있는 뫼비우스의 띠는 우리에게 수학적인 이론과 함께 재미도 선사한다. 뫼비우스의 띠를 만든 다음 그 띠의 가운데를 따라 자르면 둘로 나누어질 것 같지만 두 번 꼬인 한 개의 띠가 된다.



또 두 개의 띠로는 하트 모양도 만들 수 있다. 우선 뫼비우스의 띠를 하나 만들고, 이것과 반대 방향으로 꼰 다른 뫼비우스의 띠를 하나 더 만든다. 이 두 개의 띠를 서로 수직이 되도록 붙이고, 두 개의 띠를 그림에서와 같이 가운데 점선을 따라 자르면 서로 결합된 두 개의 하트가 된다.





수학 산책

뫼비우스의 띠 외에도 하나의 면으로 이루어진 입체도형이 있다. 이 도형을 '클라인 병'이라고 하는데, 이것은 가장자리가 없어 내부와 외부가 구분되지 않는다. 클라인 병은 밑면과 윗면이 뚫려 있는 원기둥으로 만든다. 옆면을 뚫고 들어가서 밑면에 윗면을 붙이면 클라인 병이 되는데 이때 4차원 도형이 되어야 한다. 우리가 살고 있는 3차원의 세계에서는 옆면을 뚫고 들어가지만 4차원에서는 옆면을 뚫지 않고도 두 면을 붙일 수 있다. 클라인 병에는 경계가 없고 방향성도 없다.

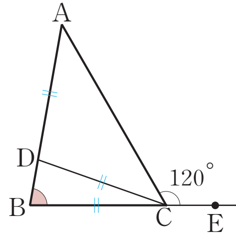
선/택/형

1 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서

$\overline{AD}=\overline{BC}=\overline{CD}$,

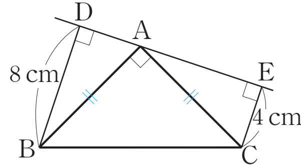
$\angle ACE=120^\circ$

일 때, ∠B의 크기는? [7점]



① 20° ② 30° ③ 40° ④ 60° ⑤ 80°

2 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^\circ$인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 두 꼭짓점 B, C에서 점 A를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 하자. $\overline{BD}=8$ cm, $\overline{CE}=4$ cm일 때, $\overline{DE}$의 길이는? [8점]



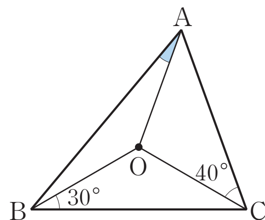
① 10 cm ② 11 cm ③ 12 cm ④ 13 cm ⑤ 14 cm

3 오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이고

$\angle OBC=30^\circ$,

$\angle OCA=40^\circ$

일 때, ∠OAB의 크기는? [8점]



① 10° ② 20° ③ 30° ④ 40° ⑤ 50°

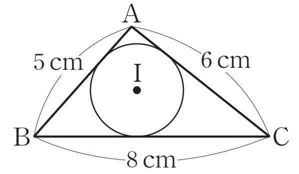
4 오른쪽 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이다.

$\overline{AB}=5$ cm,

$\overline{BC}=8$ cm,

$\overline{CA}=6$ cm

이고 △ABC의 넓이가 19 cm^2일 때, △ABC의 내접원의 반지름의 길이는? [8점]

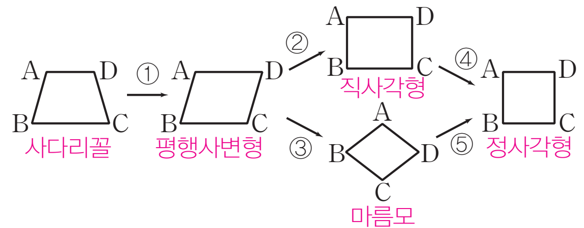


① $\frac{1}{2}$ cm ② 1 cm ③ $\frac{3}{2}$ cm ④ 2 cm ⑤ $\frac{5}{2}$ cm

5 다음 중에서 용어의 뜻이 잘못된 것은? [6점]

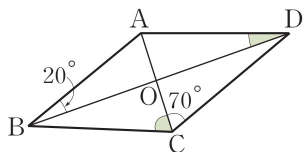
① 사다리꼴: 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
② 마름모: 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
③ 직사각형: 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형
④ 평행사변형: 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같은 사각형
⑤ 정사각형: 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같은 사각형

6 다음 사각형의 조건 관계가 옳지 않은 것은? [9점]



① $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$
② $\angle A=90^\circ$ 또는 $\overline{AC}=\overline{BD}$
③ $\overline{AB}=\overline{AD}$ 또는 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
④ $\overline{AB}=\overline{BC}$ 또는 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
⑤ $\angle A=90^\circ$ 또는 $\overline{AB}=\overline{AD}$

7 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서



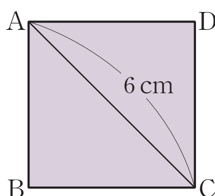
$\angle ABO=20^\circ$,

$\angle DCO=70^\circ$

일 때, $\angle ADB+\angle ACB$의 크기는? [9점]

① 70° ② 80° ③ 90°
④ 100° ⑤ 110°

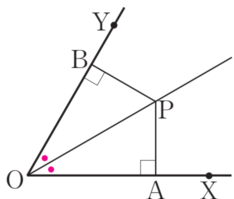
8 오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{AC}=6$ cm일 때, 이 정사각형의 넓이는? [7점]



① 9 cm^2 ② 18 cm^2
③ 20 cm^2 ④ 24 cm^2
⑤ 32 cm^2

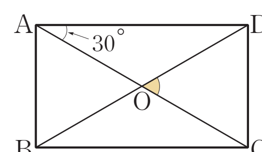
서/답/형

9 다음은 $\angle XOY$의 이등분선 위의 한 점을 P라 하고, 점 P에서 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$에 내린 수선의 발을 각각 A, B라고 할 때, $\overline{PA}=\overline{PB}$임을 증명하는 과정이다. □ 안에 알맞은 기호를 써넣으시오. [9점]



△POA와 △POB에서
∠POA=□ ……①
□는 공통 ……②
□=∠OBP=90° ……③
①, ②, ③에서 △POA≡△POB
□$=\overline{PB}$

10 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서

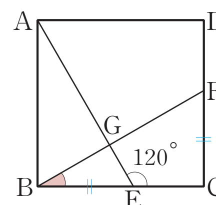


$\angle DAO=30^\circ$

일 때, $\angle COD$의 크기를 구하여라. [9점]

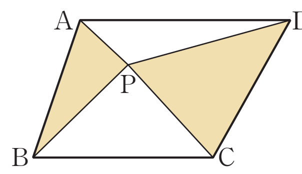
| 서술형 |

11 오른쪽 그림과 같이 정사각형 ABCD의 변 BC, CD 위에 각각 $\overline{BE}=\overline{CF}$인 점 E, F를 잡고, $\overline{AE}$와 $\overline{BF}$의 교점을 G라고 하자. $\angle CEG=120^\circ$일 때, $\angle CBF$의 크기를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [10점]



| 서술형 |

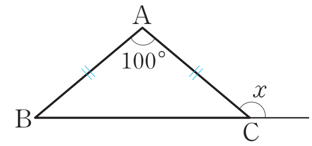
12 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡았다. □ABCD의 넓이가 48 cm^2일 때, △ABP와 △CDP의 넓이의 합을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [10점]



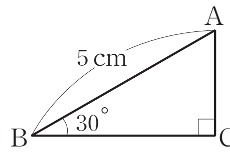
60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

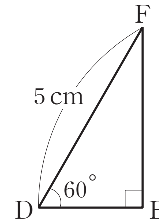
하·수준

1 오른쪽 그림과 같은 이등변삼각형 ABC에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



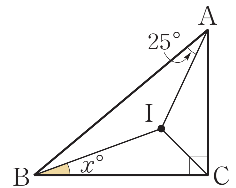
2 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에 대하여 물음에 답하여라.



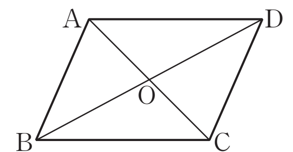


(1) 두 직각삼각형의 합동조건을 말하여라.
(2) 합동인 두 삼각형을 기호로 나타내어라.

3 오른쪽 그림에서 점 I가 △ABC의 내심일 때, x의 값을 구하여라.

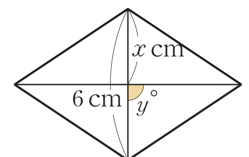


4 다음 중에서 □ABCD가 평행사변형이 되는 조건을 모두 찾아라.



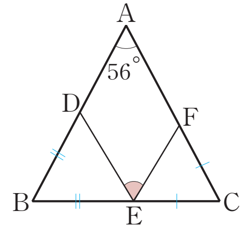
㉠ $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$	㉡ $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$
㉢ $\overline{OA}=\overline{OB}$, $\overline{OC}=\overline{OD}$	㉣ $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$

5 오른쪽 그림과 같은 마름모에 대하여 x, y의 값을 구하여라.



중·수준

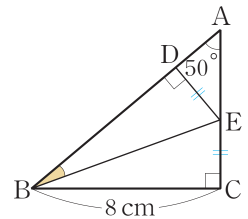
1 오른쪽 그림에서 △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다. $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CE}=\overline{CF}$이고 ∠A=56°일 때, ∠DEF의 크기를 구하여라.



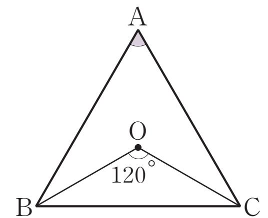
2 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서

$\overline{DE}=\overline{CE}$, $\overline{DE}\perp\overline{AB}$, ∠A=50°, $\overline{BC}$=8 cm

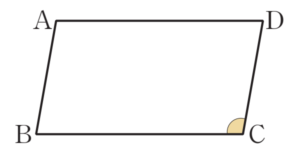
일 때, $\overline{BD}$의 길이와 ∠DBE의 크기를 구하여라.



3 오른쪽 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이고 ∠BOC=120°일 때, ∠A의 크기를 구하여라.



4 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 ∠A와 ∠B의 크기의 비가 5 : 4일 때, ∠C의 크기를 구하여라.

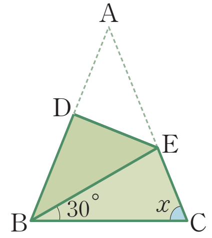


5 다음 조건을 만족시키는 사각형은 어떤 사각형인지 말하여라.

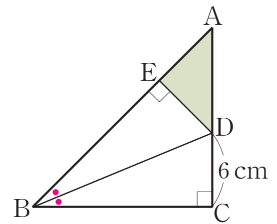
ㄱ. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$
ㄴ. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC}=\overline{BD}$
ㄷ. 마름모 ABCD에서 ∠A=90°
ㄹ. 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$, $\overline{AC}=\overline{BD}$

상·수준

1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형 모양의 색종이를 꼭짓점 A와 B가 일치하도록 접었다. $\angle EBC=30^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



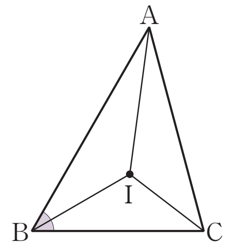
2 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각이등변삼각형 ABC에서 $\angle B$의 이등분선과 $\overline{AC}$의 교점을 D, 점 D에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 E라고 하자. $\overline{CD}=6\text{ cm}$일 때, $\triangle AED$의 넓이를 구하여라.



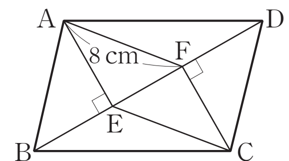
3 오른쪽 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고

$\angle AIB : \angle BIC : \angle CIA = 5 : 3 : 4$

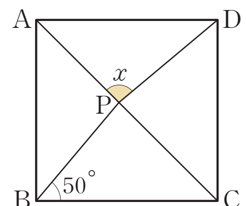
일 때, $\angle ABC$의 크기를 구하여라.



4 오른쪽 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 하자. $\overline{AF}=8\text{ cm}$일 때, $\overline{CE}$의 길이를 구하여라.

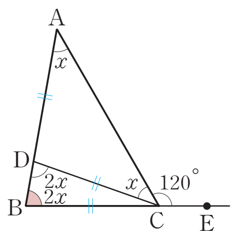


5 오른쪽 그림과 같이 정사각형 ABCD의 대각선 AC 위에 한 점 P를 잡았다. $\angle CBP=50^\circ$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



1 목표| 이등변삼각형의 성질을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle ACD=x$로 놓으면
$\angle DAC=x$
$\triangle ABC$에서
$\angle BDC=\angle DBC=2x$
$x+2x=120^\circ$, $x=40^\circ$
$\angle B=2x=80^\circ$



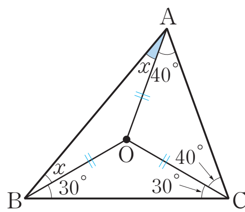
답 ⑤

2 목표| 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABD\equiv\triangle CAE$이므로
$\overline{AD}=\overline{CE}=4(cm)$, $\overline{AE}=\overline{BD}=8(cm)$
$\overline{DE}=\overline{AD}+\overline{AE}=12(cm)$ 답 ③

3 목표| 외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

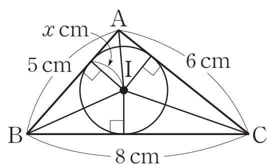
풀이| $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}$
$\angle OAB=x$라고 하면
$\angle OBA=\angle OAB=x$
$\angle OAC=\angle OCA=40^\circ$
$\angle OCB=\angle OBC=30^\circ$
$2(x+40^\circ+30^\circ)=180^\circ$이므로
$x=20^\circ$



답 ②

4 목표| 내심의 성질을 이용하여 내접원의 반지름의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $\triangle ABC$의 내접원의 반지름의 길이를 x cm라고 하면



$\triangle ABC=\triangle IAB+\triangle IBC+\triangle ICA$
$=\frac{1}{2}\times(5+8+6)\times x=19(cm^2)$
$x=2$ 답 ④

5 목표| 여러 가지 사각형의 뜻을 알게 한다.

풀이| ④ 평행사변형의 뜻은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이다. 답 ④

6 목표| 여러 가지 사각형 사이의 관계를 알게 한다.

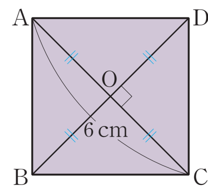
풀이| ⑤ 한 내각의 크기가 90°이거나 두 대각선의 길이가 같은 마름모는 정사각형이다. 답 ⑤

7 목표| 평행사변형과 마름모의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle CDB=\angle ABD=20^\circ$이므로
$\angle DOC=180^\circ-(20^\circ+70^\circ)=90^\circ$
따라서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$이므로 평행사변형 ABCD는 마름모이다.
$\overline{AB}=\overline{AD}$이므로 $\angle ADB=20^\circ$
$\triangle COB\equiv\triangle COD$이므로 $\angle ACB=70^\circ$
$\angle ADB+\angle ACB=20^\circ+70^\circ=90^\circ$ 답 ③

8 목표| 정사각형의 성질을 이용하여 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{OC}=\overline{OD}$
$=\frac{1}{2}\overline{AC}=3(cm)$
$\square ABCD=2\triangle ABC$
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times6\times3\right)$
$=18(cm^2)$



답 ②

9 목표| 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 문제를 설명할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle POA$와 $\triangle POB$에서
$\angle POA=$ $\boxed{\angle POB}$ ……①
$\boxed{\overline{OP}}$는 공통 ……②
$\boxed{\angle OAP}=\angle OBP=90^\circ$ ……③
①, ②, ③에서 $\triangle POA\equiv\triangle POB$
$\therefore$ $\boxed{\overline{PA}}=\overline{PB}$

답 $\angle POB$, $\overline{OP}$, $\angle OAP$, $\overline{PA}$

10 목표| 직사각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{OA}=\overline{OD}$이므로 $\angle ODA=\angle OAD=30^\circ$

$\angle COD=\angle OAD+\angle ODA=60^\circ$ 답 60°

11 목표| 정사각형의 성질과 삼각형의 합동조건을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABE$와 $\triangle BCF$에서

$\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle ABE=\angle BCF=90^\circ$

이므로 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF$ …㉠

$\angle AEB=\angle BFC=60^\circ$ …㉡

$\triangle BCF$에서 $\angle CBF=30^\circ$ …㉢

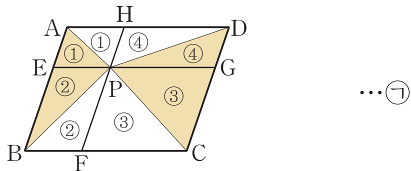
답 30°

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	합동인 삼각형 찾기	㉠	5점
	같은 각 구하기	㉡	2점
답 구하기	∠CBF의 크기 구하기	㉢	3점

12 목표| 밑변과 높이가 같은 삼각형의 넓이가 같음을 이용하여 넓이의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 P를 지나고 각 변에 평행한 직선을 그어 생기는 평행사변형에서 넓이가 같은 도형은 다음과 같다.



…㉠

$\square ABCD$

$=2(①+②+③+④)=48(cm^2)$

이므로

$\triangle ABP+\triangle CDP=①+②+③+④$

$=24(cm^2)$ …㉡

답 $24\ cm^2$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	보조선을 그어 넓이가 같은 도형 찾기	㉠	6점
답 구하기	△ABP+△CDP 구하기	㉡	4점

하·수준

1 목표| 이등변삼각형의 성질을 이용하여 외각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle ACB=\angle ABC=\dfrac{180^\circ-100^\circ}{2}=40^\circ$

$\angle x+40^\circ=180^\circ$, $\angle x=140^\circ$ 답 140°

2 목표| 직각삼각형의 합동조건과 합동 기호를 알 수 있게 한다.

풀이| (1) $\triangle ABC$와 $\triangle DFE$에서

$\angle C=\angle E=90^\circ$ ……①

$\overline{AB}=\overline{DF}=5(cm)$ ……②

$\angle A=\angle D=60^\circ$ ……③

①, ②, ③에서 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같다.

(2) $\triangle ABC\equiv\triangle DFE$ 답 풀이 참조

3 목표| 내심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{IA}$는 $\angle A$의 이등분선이므로 $\angle BAC=50^\circ$

$\triangle ABC$에서 $50^\circ+\angle ABC+90^\circ=180^\circ$

$\angle ABC=40^\circ$

$\overline{IB}$는 $\angle ABC$의 이등분선이므로 $\angle IBC=20^\circ$

$x=20$ 답 20

4 목표| 평행사변형이 되는 조건을 이용하여 평행사변형을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로

□ABCD는 평행사변형이다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

따라서 평행사변형인 것은 ㉠, ㉣이다. 답 ㉠, ㉣

5 목표| 마름모의 성질을 이용하여 변의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하므로

$x=3$, $y=90$ 답 $x=3$, $y=90$

중·수준

1 목표| 이등변삼각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle$ABC에서 $\angle B=\angle C=62^\circ$
$\triangle$BED에서 $\angle BED=59^\circ$
$\triangle$CFE에서 $\angle CEF=59^\circ$
$\angle DEF=180^\circ-(59^\circ+59^\circ)=62^\circ$

답 62°

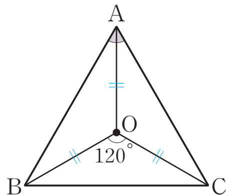
2 목표| 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 변의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle BED\equiv\triangle BEC$이므로 $\overline{BD}=\overline{BC}=8(\mathrm{cm})$
$\angle ABC=40^\circ$이므로 $\angle DBE=20^\circ$

답 $\overline{BD}=8(\mathrm{cm})$, $\angle DBE=20^\circ$

3 목표| 외심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이|



$2\angle OAB+2\angle OAC+2\times30^\circ=180^\circ$
$\angle OAB+\angle OAC=60^\circ$
$\angle A=60^\circ$

답 60°

4 목표| 평행사변형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle C=\angle A=180^\circ\times\frac{5}{9}=100^\circ$

답 100°

5 목표| 여러 가지 사각형의 성질을 이용하여 사각형의 종류를 구별할 수 있게 한다.

풀이| ㄱ. 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형 ABCD는 마름모이다.
ㄴ. 두 대각선의 길이가 같으므로 평행사변형 ABCD는 직사각형이다.
ㄷ. 한 내각의 크기가 90°인 마름모 ABCD는 정사각형이다.
ㄹ. 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이므로 평행사변형 ABCD는 정사각형이다.

답 ㄱ. 마름모 ㄴ. 직사각형 ㄷ. 정사각형 ㄹ. 정사각형

상·수준

1 목표| 이등변삼각형의 성질을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle B=\angle C=\angle x$이므로
$\angle ABE=\angle BAE=\angle x-30^\circ$이므로
$\triangle$ABC에서 $(\angle x-30^\circ)+\angle x+\angle x=180^\circ$
$\angle x=70^\circ$

답 70°

2 목표| 직각삼각형의 합동조건을 이용하여 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle BDE\equiv\triangle BDC$이므로 $\overline{DE}=\overline{DC}=6(\mathrm{cm})$
$\angle A=45^\circ$이므로 $\triangle$AED도 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AE}=\overline{DE}=6(\mathrm{cm})$
따라서 $\triangle$AED의 넓이는 $\frac{1}{2}\times6\times6=18(\mathrm{cm}^2)$

답 $18\ \mathrm{cm}^2$

3 목표| 내심의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle AIC=360^\circ\times\frac{4}{5+3+4}=120^\circ$
$\triangle$ICA에서 $\angle IAC+\angle ICA=60^\circ$
$\angle ABC=180^\circ-2(\angle IAC+\angle ICA)=60^\circ$

답 60°

4 목표| 평행사변형의 성질을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABE\equiv\triangle CDF$이므로 $\overline{AE}=\overline{CF}$
$\angle AEF=\angle CFE=90^\circ$(엇각)이므로 $\overline{AE}/\!/\overline{CF}$
따라서 $\square$AECF는 평행사변형이므로
$\overline{CE}=\overline{AF}=8(\mathrm{cm})$

답 8 cm

5 목표| 정사각형의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle PCD\equiv\triangle PCB$이므로
$\angle PDC=\angle PBC=50^\circ$
$\angle x$는 $\triangle$PCD의 한 외각이므로
$\angle x=\angle PDC+\angle PCD=50^\circ+45^\circ=95^\circ$

답 95°

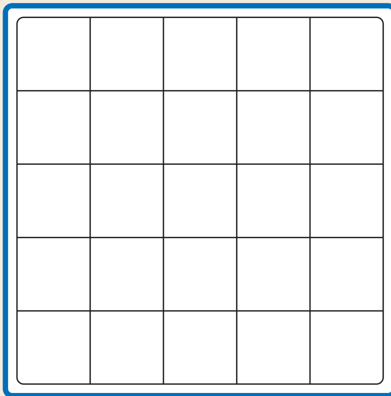
도형 빙고 놀이

도형의 여러 가지 성질에 대한 설명이 적힌 카드로 다음과 같은 게임을 하여 보아라.

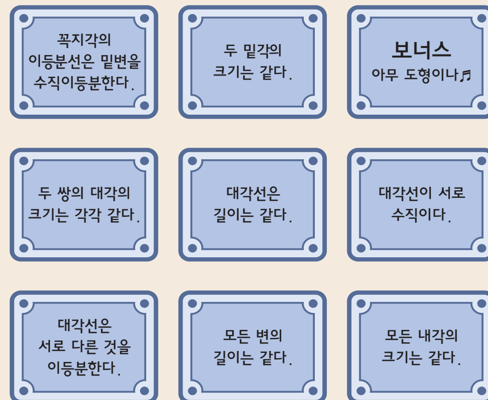
준비물

게임 판, 게임 카드 9장

〈게임 판〉



〈게임 카드〉



게임 규칙

① 각자 게임 판의 각 칸에 이등변삼각형, 평행사변형, 직사각형, 마름모 중에서 하나씩 그려 넣는다.
② 카드를 잘 섞어 뒤집어 놓은 다음 가위바위보를 하여 순서를 정한 후 차례로 카드를 뒤집는다.
③ 카드에 적힌 설명에 해당하는 도형 중에서 한 개를 지운다.
④ 뽑았던 카드는 다시 넣고 섞는다.
⑤ 가로, 세로, 대각선 중에서 가장 먼저 5개를 지운 학생이 이긴다.



杯中蛇影

배중사영(杯中蛇影)과 정사영

수학은 일상생활에서 쉽게 볼 수 있는 것들을 깊이 연구하는 학문이다. 다만 연구의 과정과 결과가 다소 복잡한 수와 식을 사용하기 때문에 일반적으로 어렵게 느낄 뿐이다. 그러나 실상은 우리 곁에서 쉽게 볼 수 있는 다양한 것들을 설명하고 있으며, 차례차례 따져 나가면 그리 어려운 것도 아니다.

우리가 너무나도 당연하게 생각하는 사물의 그림자도 예외는 아닌데, 사물의 그림자를 수학적으로 정사영(正射影)이라고 한다. 즉, 수학에서 정사영은 평면 위의 도형을 그 평면 위에 있지 않은 공간 안의 고정된 점을 지나는 직선이나 다른 평면의 도형으로 옮기는 대응 또는 그 대응에 의한 상을 말한다. 공간에서의 정사영은 공간도형을 평행한 직선들에 의하여 한 평면 위에 투영하는 대응이나 그 대응에 의한 상을 뜻한다. 간단히 말해서 빛을 수직이 되게 비췄을 때 나타나는 사물의 그림자가 정사영이다.

실생활에서 정사영이 활용되는 예는 많다. 물건을 디자인할 때 사용하는 평면도, 좌측면도, 우측면도, 정면도 등도 그런 예이고, 건물을 지을 때 사용하는 설계도 등도 모두 정사영을 활용한 것이다.

그렇다면 과연 정사영과 관련된 고사성어에는 어떤 것이 있을까? 정사영은 어떤 사물의 그림자를 말하므로 고사성어 가운데 배중사영(杯中蛇影)을 예로 들 수 있다. 배중사영은 술잔 속에 비친 뱀의 그림자란 뜻으로, 쓸데없는 의심을 품고 스스로 고민함을 비유하는 말이다.

진(晉)나라에 악광(樂廣)이라는 사람이 있었다. 그는 집이 가난하여 독학을 했지만 영리하고 신중해서 늘 주위 사람들로부터 칭찬을 받으며 자랐다. 훗날 수재(秀才)로 천거되어 벼슬길에 나아가서도 역시 매사에 신중했다.

악광이 하남(河南) 태수(太守)로 있을 때의 일이다. 자주 놀러 오던 친구가 웬일인지 발을 딱 끊고 찾아오지 않았다. 악광은 이상하다는 생각이 들어 그를 찾아가 물어 보았다.

"자네 요샌 통 얼굴도 안 비치니 무슨 일이 있는가?"

그러자 친구는 이렇게 대답했다.

"전번에 우리가 술을 마실 때 얘길세. 그때 술을 막 마시려는데 잔 속에 뱀이 보이는 게 아닌가. 기분이 언짢았지만 그냥 마셨네. 그런데 그 후로 몸이 좋지 않다네."

악광은 이상한 일도 다 있다고 생각했다. 지난번 술자리는 관가(官家)의 자기 방이었고 그 방 벽에는 활이 걸려 있었다. 그런데 그 활에는 옻칠로 뱀의 그림이 그려져 있었다. 악광은 그 친구를 다시 초대해서 지난번에 앉았던 그 자리에 앉히고 술잔에 술을 따랐다.

"어떤가? 뭐가 보이나?"

"지난번과 같이 뱀이 보이네."

"그건 저 활에 그려져 있는 뱀 그림자일세."

그 친구는 그제서야 깨닫고 병이 씻은 듯이 나았다고 한다.

배중사영(杯中蛇影) 杯(잔 배), 中(가운데 중), 蛇(뱀 사), 影(그림자 영)

VIII 도형의 닮음

이 단원의 |학|습|목|표|

1. 도형의 닮음의 뜻을 알고, 닮은 도형의 성질을 이해한다.
2. 삼각형의 닮음조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 닮음인지 판별할 수 있다.
3. 평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.
4. 닮은 도형의 성질을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

1. 도형의 닮음

2. 닮음의 활용



사진은 영어로 photograph라고 하는데, 이는 그리스 어의 빛이란 뜻의 'photos'와 그린다는 뜻의 'graphien'에서 유래되었다. 사진은 사진기로 빛을 모아 필름에 초점을 맞추어 상을 맺히게 하여 만들어진다. 최초의 실용적인 사진기는 독일의 요한 잔에 의하여 1685년에 개발되었으며 초기의 사진기들은 잔의 발명품과 유사한 것들로 촬영 대상의 초점을 맞추기 위하여 사진기 상자를 앞뒤로 이동시켜 빛에 감광판을 노출시키는 방식이었다.

예전의 사진은 정해진 규격으로만 만들 수 있었지만 오늘날에는 디지털 사진기로 사진을 찍은 후 컴퓨터를 사용하여 실물과의 비율은 유지하되, 그 크기만 다르게 하여 마음대로 확대나 축소를 할 수 있게 되었다.

단원을 시작하기 전에

사진을 확대하거나 축소하는 경우, 확대 및 축소 복사, 지도 등은 도형의 닮음을 이용한 것이다. 또 측정하기 어려운 거리나 높이를 구할 때에도 도형의 닮음을 이용하면 쉽게 구할 수 있다. 이 단원에서는 닮은 도형의 성질에 대하여 알아보고, 이를 이용하여 삼각형의 닮음조건, 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비, 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질, 닮은 도형의 넓이와 부피에 대하여 지도한다.

단원의 지도 목표

1. 도형의 닮음

① 도형의 닮음의 뜻을 알게 한다.
② 닮은 도형의 성질을 이해하게 한다.
③ 삼각형의 닮음조건을 이해하고, 이를 이용하여 두 삼각형이 닮음인지 판별할 수 있게 한다.

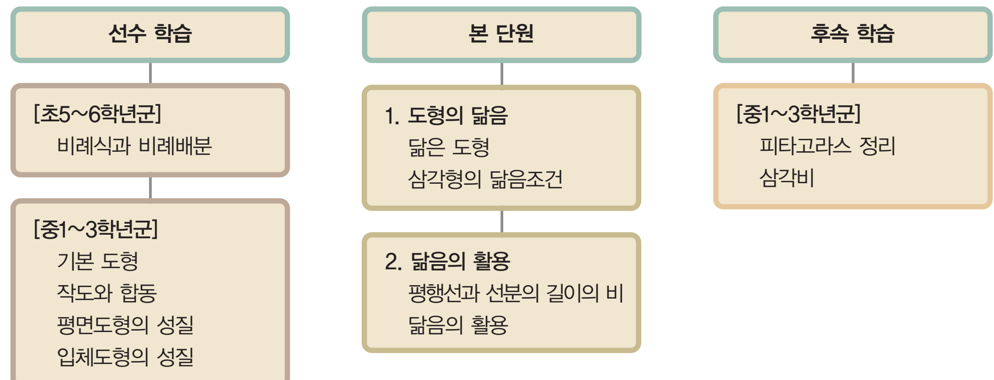
2. 닮음의 활용

① 삼각형의 한 변에 평행한 직선에 대한 성질을 이해하게 한다.
② 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 구할 수 있게 한다.
③ 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있게 한다.
④ 삼각형의 무게중심을 이해하고, 이를 활용할 수 있게 한다.
⑤ 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 이해하고, 이를 활용할 수 있게 한다.
⑥ 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 이해하고, 이를 활용할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 닮은 도형의 성질을 추론할 수 있게 한다.
② 두 도형의 닮음비가 $1:1$인 경우는 합동임을 이해하게 한다.
③ 삼각형의 닮음조건과 합동조건을 비교하여 그 차이점을 알게 한다.
③ 기호 $\backsim$를 사용하여 닮음을 나타낼 때에는 두 도형의 대응하는 꼭짓점의 순서대로 쓰도록 한다.
④ 삼각형의 무게중심에 대한 성질은 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 설명할 수 있도록 한다.
⑤ 구체적인 활동을 통하여 닮음비와 넓이의 비, 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 알게 한다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관			290~291	• 단원의 개관	
1. 도형의 닮음	준비 학습		292	• 비례식 • 삼각형의 내각의 크기의 합 • 삼각형의 합동조건	
	1-1 닮은 도형	1~3	293~296	• 닮은 도형의 뜻 • 평면도형에서 닮음의 성질 • 입체도형에서 닮음의 성질	닮음, 닮음비, ∽
	1-2 삼각형의 닮음조건	4~5	297~300	• SSS 닮음 • SAS 닮음 • AA 닮음 • 직각삼각형에서의 닮음	삼각형의 닮음조건
	수준별 학습	6	301~303	• 중단원 확인 학습 문제	
2. 닮음의 활용	준비 학습		304	• 평행선의 성질 • 삼각형의 닮음조건 • 다면체와 회전체의 부피	
	2-1 평행선과 선분의 길이의 비	7~9	305~309	• 삼각형의 한 변에 평행한 직선에 대한 성질 • 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비	
	2-2 닮음의 활용	10~15	310~320	• 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분 • 삼각형의 무게중심 • 닮음비와 넓이의 비 • 닮음비와 부피의 비	중선, 무게중심
	수준별 학습	16	321~323	• 중단원 확인 학습 문제	
단원 마무리		17~18	324~331	• 수행 과제 • 학습에 대한 자기 평가 • 대단원 핵심 한눈에 보기 • 만화로 보는 수학 이야기 • 대단원 평가 문제 • 컴퓨터의 활용 • 수학 산책	

 학습 지도 계획 수립 시 차시별 지도 계획을 바탕으로 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도에 따라 적절히 조정할 수 있다.

단원의 이론적 배경

1. 도형의 변환

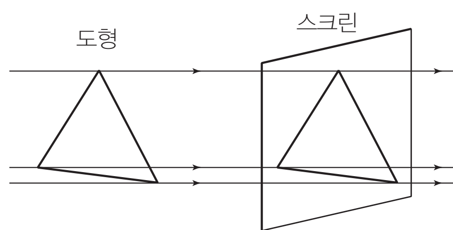
19세기 중반까지 여러 종류의 기하학이 출현하게 되었고 결과적으로 이들 기하학을 통일하거나 분류할 수 있는 좋은 방법을 모색하게 되었다. 그러한 시도는 19세기 말경에 클라인(Klein, C. F.: 1849~1925)에 의해 이루어졌으며 그는 변환군에 의하여 여러 가지 기하학을 정의하고 분류하는 데 성공하였다. 그는 에를랑겐 대학의 교수 취임식에서 '기하학의 최근 연구에 대한 비교 검토'라는 내용으로 강연을 했는데, 그것이 오늘날 에를랑겐 프로그램(Erlangen Program)으로 알려지게 되었다.

클라인의 기본적인 아이디어는 각 기하학은 하나의 변환군에 의해 특징지어질 수 있으며 그 기하학은 변환군 아래서 불변인 것과 관련이 있다는 것이다. 이때 변환이란 어떤 도형을 이동, 회전, 확대, 축소 등 연속적으로 변화시키는 작용을 뜻한다. 따라서 도형의 변환이란 하나의 도형을 다른 도형으로 변화시키는 것이다. 즉, 도형을 점들의 집합으로 생각하면 도형의 변환이란 도형 A를 이루고 있는 모든 점들을 어떤 일정한 규칙에 의하여 다른 곳으로 옮겨서 다른 도형 A′을 만드는 것을 뜻한다. 이와 같은 도형의 변환에는 합동변환, 닮음변환, 아핀변환, 사영변환, 위상변환 등이 있다.

2. 합동변환

도형의 모양과 크기가 변하지 않는 변환을 합동변환이라고 한다. 합동변환에는 평행이동, 선대칭이동, 회전이동에 의한 변환이 있다. 합동변환은 평행 광선이 도형을 비추고 도형과 스크린이 서로 평행하다는 조건 하에서 일어나는 변환이다.

클라인은 유클리드 기하학을 합동변환에 의해 불변인 성질을 연구하는 기하학이라고 정의하였다.



3. 닮음변환

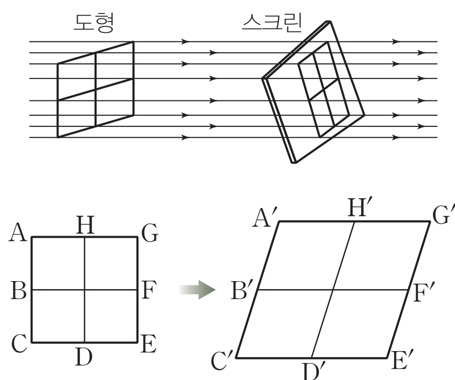
도형의 확대나 축소를 통하여 도형의 모양은 변하지 않고 크기만 변하여 원래 모양과 닮은 도형으로 옮겨지는 변환을 닮음변환이라고 한다. 닮음변환의 특징은 다음과 같다.

(1) 점의 위치의 순서 관계는 변하지 않는다.
(2) 각의 크기도 변하지 않는다.
(3) 두 닮은 도형의 대응하는 선분의 길이의 비는 같다.
(4) 평행인 두 직선은 평행인 두 직선으로 변환한다.
(5) 넓이의 비는 닮음비의 제곱, 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같다.

4. 아핀변환

도형과 스크린이 평행이어야 한다는 조건을 빼버리고 빛이 평행으로 비추는 변환, 즉 평행 광선에 의한 투영으로 각의 크기, 선분의 길이 등은 변하나 평행인 관계만은 변하지 않는 변환을 아핀변환이라고 한다. 정사각형을 아핀변환에 의해 옮기면 여러 가지 모양의 평행사변형이 되고, 원을 아핀변환에 의해 옮기면 여러 가지 모양의 타원이 된다. 이처럼 아핀변환에 의해 옮겼을 때 나타나는 도형들은 '아핀적으로 합동이다.' 라고 한다.

따라서 모든 사각형, 모든 타원, 모든 삼각형, 모든 선분은 각각 아핀적으로 합동임을 알 수 있다.



5. 사영기하학

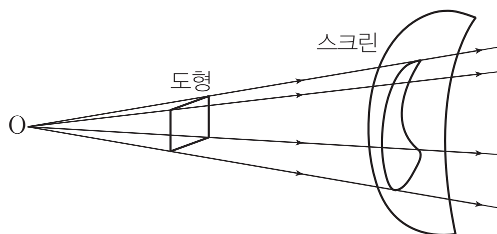
사영기하학은 르네상스의 투시 화법과 케플러(Kepler, J.: 1571～1630)의 '연속성의 원리'에서부터 시작되었다. 입체도형을 마치 평면도형과 같이 직관적으로 파악하여 그 성질을 자유로이 고찰하는 것은 아주 힘든 일이다. 따라서 가장 다루기 쉬운 평면 위에 입체도형을 나타내는 것이 편리하다. 그러나 본래 입체도형은 평면도형과는 본질적으로 다르기 때문에 나타내기가 쉬운 일이 아니며, 원래의 형태 그대로 정확하게 나타내는 것도 불가능하다. 이 때문에 어느 정도의 불편한 결함은 감수해야 한다.

투시 화법은 이 조건에 적합한 하나의 방법이었다. 비스듬히 보면 원이 타원으로 비친다든지, 전등의 갓의 그림자가 천장이나 벽에 투사되면 원이나 쌍곡선으로 된다는 것은 누구나 알고 있다. 이처럼 모양이나 크기는 광선이 만든 원뿔을 절단하는 평면에 따라서 변화한다. 그러나 어떤 변화에도 그대로인 성질이 있다. 데자르그(Desargues, G.: 1591～1661)가 연구한 것은 바로 이러한 성질에 대한 것이었으며 그 성질의 하나가 '원뿔 곡선은 몇 번 사영된다 하여도 여전히 원뿔 곡선으로 있다.'는 것이다.

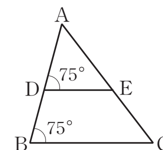
데자르그는 '사영', '절단' 등의 새로운 개념을 도입함으로써 기하학의 새 연구 분야인 사영기하학의 기초를 마련하였다.

6. 위상기하학

사영변환에서 스크린이 평면이라는 조건을 없애 버린 것이 위상변환이다. 스크린이 곡면이어도 되므로 선분은 선분으로 되는 성질은 없어지게 되고, 변하지 않는 것은 점의 위치 관계뿐이다. 다시 말하면 아핀변환이나 사영변환에서 있었던 조건인 평행 사영 또는 한 점 사영과 같은 조건을 모두 포함하는 변환으로 점의 순서나 연결 구조만은 변하지 않는 변환이다. 위상변환은 일대일 연속 변환으로 변하지 않는 도형을 연구하며 이와 같은 기하학을 위상기하학이라고 한다.



교수 · 학습 과정안 (기초)

대단원		Ⅷ. 도형의 닮음	쪽수	교과서 299~300쪽
소단원		1. 도형의 닮음　1-2 삼각형의 닮음조건	차시	5/18
학습 목표		삼각형의 닮음조건을 이해하고, 이것을 이용하여 닮음인 삼각형을 찾을 수 있다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점	
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◎ 어떤 경우에 두 삼각형이 서로 닮은 도형인지 질문한다. ◎ 학습 목표를 제시한다. • 삼각형의 닮음조건을 이해하고, 이것을 이용하여 닮음인 삼각형을 찾을 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.	
전개	개념 학습 문제 해결	◎ 학습 내용 설명 **삼각형의 닮음조건** 두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 닮음이다. (1) 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같을 때 (2) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때 (3) 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같을 때 ◎ 문제 1, 2, 3, 창의 Up, 의사소통 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	이전 차시에서 학습한 내용을 정리하여 이것을 삼각형의 닮음조건이라고 함을 알려 주고, 관련 문제를 풀 수 있도록 지도한다.	
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◎ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 오른쪽 그림에서 닮은 삼각형을 찾아 기호 ∽를 사용하여 나타내고, 이때의 닮음조건을 말하여라. 답 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$, 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.  ◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본)를 과제로 선택하도록 한다. ◎ 다음 차시를 예고한다. • 중단원 확인 학습 문제를 풀어 본다.		

수준별 학습지 (기초)

대단원	Ⅷ. 도형의 닮음	쪽수	교과서 299~300쪽
소단원	1. 도형의 닮음 1-2 삼각형의 닮음조건	차시	5/18
( )학년 ( )반 ( )번 이름:			

1 다음 □ 안에 알맞은 말을 써넣어라.

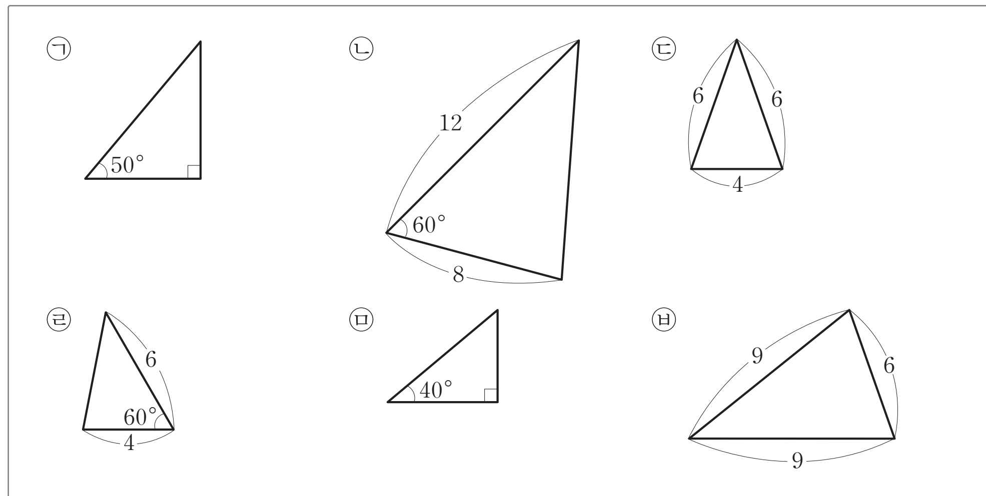
(1) 세 쌍의 대응하는 □의 길이의 비가 같은 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다.

(2) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 □의 크기가 같은 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다.

(3) 두 쌍의 대응하는 □의 크기가 각각 같은 두 삼각형은 서로 닮은 도형이다.

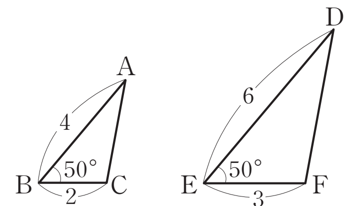
답 (1) 변 (2) 끼인각 (3) 각

2 다음 삼각형 중에서 서로 닮음인 것을 모두 찾고, 그 닮음조건을 말하여라.



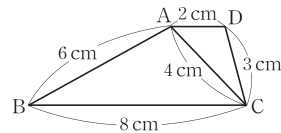
답 ㉠와 ㉤: 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.
㉡와 ㉣: 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.
㉢와 ㉥: 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다.

3 오른쪽 두 삼각형의 닮음 관계를 기호 ∽를 사용하여 나타내고, 그 닮음조건을 말하여라.



답 △ABC∽△DEF, 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.

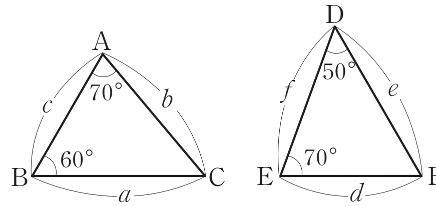
교수 · 학습 과정안 (기본)

대단원		Ⅷ. 도형의 닮음	쪽수	교과서 299~300쪽
소단원		1. 도형의 닮음 1-2 삼각형의 닮음조건	차시	5/18
학습 목표		삼각형의 닮음조건을 이해하고, 이것을 이용하여 닮음인 삼각형을 찾을 수 있다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 어떤 경우에 두 삼각형이 서로 닮은 도형인지 질문한다. ◐ 학습 목표를 제시한다. • 삼각형의 닮음조건을 이해하고, 이것을 이용하여 닮음인 삼각형을 찾을 수 있다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	개념 학습 문제 해결	◐ 학습 내용 설명 **삼각형의 닮음조건** 두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 닮음이다. (1) 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같을 때 (2) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때 (3) 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같을 때 ◐ 문제 1, 2, 3, 창의 Up, 의사소통 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		이전 차시에서 학습한 내용을 정리하여 이것을 삼각형의 닮음조건이라고 함을 알려 주고, 관련 문제를 풀 수 있도록 지도한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● 오른쪽 그림에서 닮은 두 삼각형을 찾아 기호 ∽를 사용하여 나타내고, 이때의 닮음조건을 말하여라.  답 △ABC∽△DCA, 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다. ◐ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기초, 기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 중단원 확인 학습 문제를 풀어 본다.		

수준별 학습지 (기본)

대단원	Ⅷ. 도형의 닮음	쪽수	교과서 299~300쪽
소단원	1. 도형의 닮음　1-2 삼각형의 닮음조건	차시	5/18
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 다음 그림에서 두 삼각형은 닮은 도형이다. 두 삼각형의 닮음비를 찾아라.

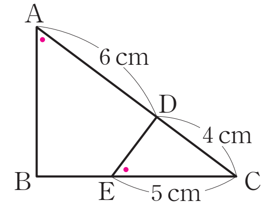


㉠ $a:d$	㉡ $a:f$	㉢ $b:d$
㉣ $b:e$	㉤ $c:d$	㉥ $c:f$

답 ㉤

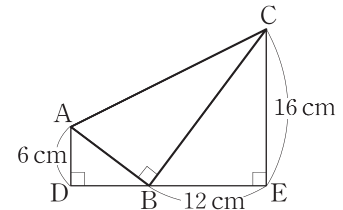
2 오른쪽 그림에서 $\angle A=\angle DEC$, $\overline{AD}=6$ cm, $\overline{CD}=4$ cm, $\overline{CE}=5$ cm일 때, $\overline{BE}$의 길이를 구하여라.

답 3 cm



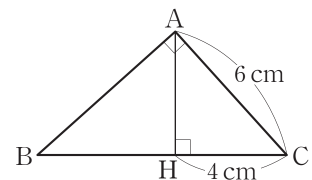
3 오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 두 점 A, C에서 점 B를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 할 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.

답 8 cm



4 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AH}\perp\overline{BC}$이고, $\overline{AC}=6$ cm, $\overline{CH}=4$ cm일 때, $\overline{BH}$의 길이를 구하여라.

답 5 cm



교수 · 학습 과정안 (실력)

대단원	Ⅷ. 도형의 닮음	쪽수	교과서 299~300쪽
소단원	1. 도형의 닮음　1-2 삼각형의 닮음조건	차시	5/18
학습 목표	삼각형의 닮음조건을 이해하고, 이것을 이용하여 닮음인 삼각형을 찾을 수 있다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◎ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◎ 어떤 경우에 두 삼각형이 서로 닮은 도형인지 질문한다. ◎ 학습 목표를 제시한다. • 삼각형의 닮음조건을 이해하고, 이것을 이용하여 닮음인 삼각형을 찾을 수 있다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	개념 학습 문제 해결	◎ 학습 내용 설명 **삼각형의 닮음조건** 두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 닮음이다. (1) 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같을 때 (2) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때 (3) 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같을 때 ◎ 문제 1, 2, 3, 창의 Up, 의사소통 문제를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	이전 차시에서 학습한 내용을 정리하여 이것을 삼각형의 닮음조건이라고 함을 알려 주고, 관련 문제를 풀 수 있도록 지도한다.
정리 및 평가	학습 내용 정리 형성 평가 수준별 과제 차시 예고	◎ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◎ 형성 평가 문제를 제시하여 성취 수준을 파악한다. ● $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 다음 조건을 만족할 때, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$가 되지 않는 경우를 찾아라. ㉠ $\angle A=\angle D$, $\angle C=\angle F$ ㉡ $\angle B=\angle E$, $\angle C=\angle F$ ㉢ $\overline{AB} : \overline{DE}=\overline{BC} : \overline{EF}=\overline{CA} : \overline{FD}$ ㉣ $\overline{AB} : \overline{DE}=\overline{BC} : \overline{EF}$, $\angle A=\angle D$ ㉤ $\overline{BC} : \overline{EF}=\overline{CA} : \overline{FD}$, $\angle C=\angle F$ 답 ㉣ ◎ 형성 평가 결과에 따라 수준별 학습지(기본, 실력)를 과제로 선택하도록 한다. ◎ 다음 차시를 예고한다. • 중단원 확인 학습 문제를 풀어 본다.	

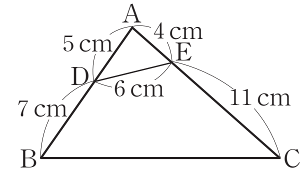
수준별 학습지 (실력)

대단원	Ⅷ. 도형의 닮음	쪽수	교과서 299~300쪽
소단원	1. 도형의 닮음　1-2 삼각형의 닮음조건	차시	5/18
(　　)학년 (　　)반 (　　)번　이름:			

1 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 다음 물음에 답하여라.

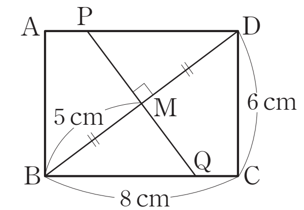
(1) 닮음인 삼각형을 찾아 기호로 나타내고, 닮음조건을 말하여라.

(2) $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



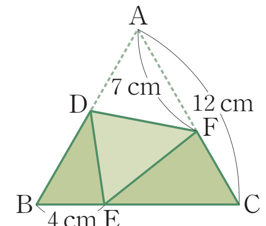
답 (1) △ABC∽△AED, 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고 그 끼인각의 크기가 같다.
(2) 18 cm

2 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{PQ}$가 대각선 BD를 수직이등분하고, $\overline{PQ}$와 $\overline{BD}$가 만나는 점을 M이라 할 때, $\overline{QC}$의 길이를 구하여라.



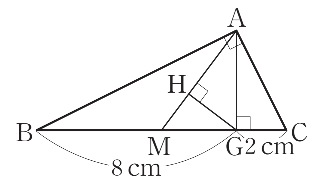
답 $\frac{7}{4}$ cm

3 오른쪽 그림은 정삼각형 모양의 색종이 ABC의 꼭짓점 A가 $\overline{BC}$ 위의 점 E에 오도록 접은 것이다. $\overline{AF}=7$ cm, $\overline{AC}=12$ cm, $\overline{BE}=4$ cm일 때, $\overline{AD}$의 길이를 구하여라.



답 $\frac{28}{5}$ cm

4 오른쪽 그림에서 $\angle A=90°$이고, 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{BG}=8$ cm, $\overline{GC}=2$ cm일 때, $\overline{AH}$의 길이를 구하여라.



답 $\frac{16}{5}$ cm

1 도형의 닮음

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 도형의 닮음의 뜻을 알게 하고, 닮은 도형의 성질을 이해하게 한다.

② 삼각형의 닮음조건을 이해하게 한다.

중단원의 구성

소단원명	학습 내용
1-1 닮은 도형	닮은 도형의 뜻
	평면도형에서 닮음의 성질
	입체도형에서 닮음의 성질
1-2 삼각형의 닮음 조건	삼각형의 닮음조건
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 292 쪽

1 도형의 닮음



준 | 비 | 학 | 습

비례식
비례식에서 외항의 곱과 내항의 곱은 같다.

외항
$4:5=8:10$
내항

삼각형의 내각의 크기의 합
삼각형의 내각의 크기의 합은 180°이다.

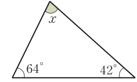
삼각형의 합동조건
- 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때
- 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때
- 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같을 때

1 다음 비례식을 만족시키는 x, y의 값을 구하여라.

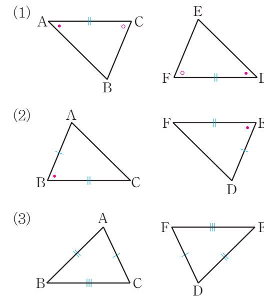
(1) $2:3=6:x$　　(2) $3:4=x:8$

(3) $y:5=18:15$　　(4) $0.2:y=1:3$

2 오른쪽 그림에서 $\angle x$의 크기를 구하여라.



3 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$일 때, 두 삼각형의 합동조건을 말하여라.



준비 학습의 해설

1

목표| 비례식의 성질을 이용하여 x, y의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2:3=6:x$에서　$2\times x=3\times 6$, $x=\mathbf{9}$

(2) $3:4=x:8$에서　$3\times 8=4\times x$, $x=\mathbf{6}$

(3) $y:5=18:15$에서　$y\times 15=5\times 18$, $y=\mathbf{6}$

(4) $0.2:y=1:3$에서　$0.2\times 3=y\times 1$, $y=\mathbf{0.6}$

2

목표| 삼각형의 내각의 크기의 합이 180°임을 알게 한다.

풀이| 삼각형의 세 내각의 크기의 합이 180°이므로

$\angle x+64^\circ+42^\circ=180^\circ$

$\angle x=\mathbf{74^\circ}$

3

목표| 삼각형의 합동조건을 이해하고, 두 삼각형의 합동조건을 말할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\overline{AC}=\overline{DF}$, $\angle A=\angle D$, $\angle C=\angle F$
대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다. **(ASA 합동)**

(2) $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\angle B=\angle E$
대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다. **(SAS 합동)**

(3) $\overline{AB}=\overline{DE}$, $\overline{BC}=\overline{EF}$, $\overline{AC}=\overline{DF}$
대응하는 세 변의 길이가 각각 같다. **(SSS 합동)**

1-1 닮은 도형

● 도형의 닮음의 뜻을 알고, 닮은 도형의 성질을 이해한다.

닮은 도형이란 무엇인가?

창의력 기르기

병 속의 배

18세기 무렵 선박 건조술과 항해술이 발전하면서 선원들도 늘어났다. 그중에 손재주가 좋은 선원들은 버리는 병 속에 배를 작게 축소하여 넣으면서 병 속의 배가 탄생하였다. 사람들은 병 속에 배를 넣을 수 있는 방법을 몹시 궁금해하며 이 신기한 공예품을 가지고 싶어 하였고, 19세기 후반 유럽의 귀족 집안에는 이것이 없는 집이 없었다고 한다.



탐구 활동

다음 그림은 병 속의 배를 여러 가지 모형으로 만든 것이다. 물음에 답하여 보자.

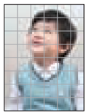


(가) (나) (다) (라)

1 그림 (가)~(라)의 모양과 크기를 비교하여 보자.

2 모양이 같은 그림을 찾아보자.





❶ 는 일상생활에서 그림이나 사진을 확대하거나 축소하는 경우를 자주 볼 수 있다.

한 도형을 확대하거나 축소하여 얻은 도형은 처음 도형과 크기는 다르지만 모양은 같다.

이와 같이 한 도형을 일정한 비율로 확대하거나 축소한 것이 다른 도형과 합동일 때 이들 두 도형은 서로 **닮음**인 관계가 있다고 하고, 닮음인 관계가 있는 두 도형을 닮은 도형이라고 한다.

새로 나온 용어와 기호

- 닮음(similarity)
- 닮음비(ratio of similitude)
- ∽

창의력 기르기 참/고/자/료

병 속의 배와 같이 실물과 같은 모양으로 정교하게 만들어진 작은 모형을 미니어처(miniature)라고 한다. 미니어처를 제작하기 위해서는 닮음이라는 수학적 원리를 이용해야 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 여러 가지 그림의 모양과 크기를 비교해 봄으로써 닮음의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1-1 닮은 도형

소단원 지도 목표

① 도형의 닮음과 닮음비의 뜻을 알게 한다.
② 평면도형에서 닮음의 성질을 알게 한다.
③ 입체도형에서 닮음의 성질을 알게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 닮은 도형의 뜻과 성질은 관찰이나 간단한 조작활동을 통하여 직관적으로 알게 한다.

2. 합동은 닮음의 특수한 경우, 즉 닮음비가 1 : 1인 경우임을 이해하게 한다.

3. 기호 ∽를 이용하여 닮음을 나타낼 때에는 두 도형의 대응하는 꼭짓점을 순서대로 쓰도록 지도한다.

4. 서로 닮은 두 도형의 닮음비를 구할 때, 먼저 대응하는 변을 찾게 하고 닮음비는 가장 간단한 정수비로 나타내도록 지도한다.

1. (가)와 (라)는 크기는 다르지만 모양은 같다.

2. (가)와 (라)

본문 해설

❶ 모양과 크기가 같아서 완전히 포개어지는 두 도형을 합동이라고 함을 지도하였다. 그런데 크기는 달라도 모양이 같은 도형이 있다. 복사기로 확대하거나 축소한 그림, 컴퓨터로 문서를 작성할 때 확대하거나 축소된 글씨 또는 그림 등이 그 예다. 이와 같이 합동인 도형과는 달리 크기는 다르지만 모양이 같은 도형을 닮은 도형이라고 한다.

본문 해설

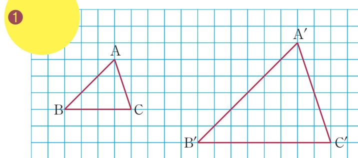
❶ 도형을 확대하거나 축소하여 그릴 때, 모눈종이를 사용하면 편리하다. 또 모눈종이를 사용하면 변의 길이와 각의 크기를 직접 재어 보지 않고도 눈금을 이용하여 대응하는 변의 길이의 비와 대응하는 각의 크기를 비교하여 평면도형에서의 닮음의 성질을 확인할 수 있다.

❷ 서로 닮은 두 다각형에서는 대응하는 꼭짓점을 기준으로 대응하는 변, 대응하는 각을 나타낸다. 닮은 두 다각형을 기호로 나타낼 때에는 대응하는 꼭짓점을 순서대로 쓰면 혼동을 피할 수 있다.

교과서 294 쪽

다음 그림에서 △A′B′C′은 △ABC를 2배 확대한 것이다.

❶



❷ 꼭짓점

A와 A′, B와 B′, C와 C′

은 각각 서로 대응하는 꼭짓점이고

$\overline{AB}$와 $\overline{A'B'}$, $\overline{BC}$와 $\overline{B'C'}$, $\overline{CA}$와 $\overline{C'A'}$

은 각각 서로 대응하는 변이다. 또

∠A와 ∠A′, ∠B와 ∠B′, ∠C와 ∠C′

은 각각 서로 대응하는 각이다.

한편 △ABC와 △A′B′C′이 서로 닮은 도형임을 기호로

△ABC ∽ △A′B′C′

과 같이 나타낸다.

닮음 기호 ∽는 영어 단어 Similar(닮음)의 첫 글자 S를 옆으로 뉘어서 쓴 것이다.

(주의) 닮은 도형을 기호로 나타낼 때에는 대응하는 꼭짓점을 순서대로 쓴다.

△ABC∽△A′B′C′

위의 그림에서 대응하는 변의 길이의 비는

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{BC} : \overline{B'C'} = \overline{CA} : \overline{C'A'} = 1 : 2$

로 일정하고, 대응하는 각의 크기는

∠A=∠A′, ∠B=∠B′, ∠C=∠C′

으로 각각 같다.

일반적으로 서로 닮은 평면도형에는 다음과 같은 성질이 있다.

평면도형에서 닮음의 성질

서로 닮은 두 평면도형에서

(1) 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.

(2) 대응하는 각의 크기는 각각 같다.

지/도/자/료

1. 일상생활에서 말하는 '닮음'과 수학에서의 '닮음'은 차이가 있음을 이해하게 한다. 일상생활에서의 닮음은 모양이 비슷한 경우에도 닮았다고 하지만 수학에서는 확대 또는 축소하여 모양이 완전히 일치하는 경우에만 닮음이라고 한다.

2. 도형에 관한 다음 기호의 차이점을 알고 구별할 수 있도록 지도한다.

- △ABC=△DEF: 두 삼각형 ABC와 DEF의 넓이가 서로 같다. ⇨ 크기가 같다.
- △ABC≡△DEF: 두 삼각형 ABC와 DEF가 서로 합동이다. ⇨ 크기와 모양이 모두 같다.
- △ABC∽△DEF: 두 삼각형 ABC와 DEF가 서로 닮음이다. ⇨ 모양이 같다.

3. 닮은 도형이라고 하면 크기가 다른 경우만을 생각하는 경우가 있다. 하지만 닮음비가 1 : 1인 두 닮은 도형은 서로 합동이다. 따라서 합동은 닮음의 특수한 경우로 볼 수 있음을 이해하도록 한다.

읽/기/자/료 닮음과 닮음의 기호 ∽



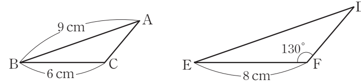
닮음은 한자로 相似(상사)인데 이는 서로 닮았다는 의미이다. 또 영어로는 similarity라고 하는데 라틴어 similis에서 유래되었다. 닮음의 기호 ∽는 S를 옆으로 뉘어서 만든 것으로 17세기 독일의 수학자 라이프니츠(Leibniz, G. W.: 1646~1716)가 처음으로 사용하였다고 한다.

교과서 295 쪽

❶ 닮은 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비를 **닮음비**라고 한다.
들테면 앞의 서로 닮은 두 삼각형 ABC와 A′B′C′에서 대응하는 변의 길이의 비가 1 : 2이므로 닮음비는 1 : 2이다.

(참고) 합동인 두 도형은 닮음비가 1 : 1인 닮은 도형이다.

예제 1 다음 그림에서 △ABC∽△DEF일 때, 다음을 구하여라.



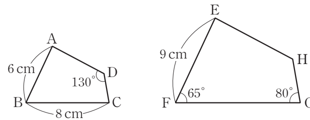
(1) △ABC와 △DEF의 닮음비
(2) $\overline{DE}$의 길이
(3) ∠C의 크기

대응하는 두 변의 길이를 이용하여 닮음비를 구한다.

풀이 (1) $\overline{BC}$와 $\overline{EF}$는 대응하는 변이므로 닮음비는
$\overline{BC}:\overline{EF}=6:8=3:4$
(2) 닮음비가 3 : 4이고, $\overline{AB}$와 $\overline{DE}$는 대응하는 변이므로
$9:\overline{DE}=3:4$, $\overline{DE}=12(\text{cm})$
(3) ∠C와 ∠F는 대응하는 각이므로
$\angle C=\angle F=130^\circ$

답 (1) 3 : 4 (2) 12 cm (3) 130°

문제 1 다음 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, 다음을 구하여라.



(1) □ABCD와 □EFGH의 닮음비
(2) $\overline{FG}$의 길이
(3) ∠A의 크기

목표| 서로 닮은 두 평면도형에서 닮음의 성질을 이용하여 닮음비와 대응하는 변의 길이와 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\overline{AB}$와 $\overline{EF}$는 대응하는 변이므로 닮음비는 $\overline{AB}:\overline{EF}=6:9=\mathbf{2:3}$
(2) 닮음비가 2 : 3이고, $\overline{BC}$와 $\overline{FG}$는 대응하는 변이므로 $8:\overline{FG}=2:3$
$\overline{FG}=\mathbf{12(cm)}$
(3) 두 닮은 도형에서 대응하는 각의 크기는 각각 같으므로
$\angle B=\angle F=65^\circ$, $\angle C=\angle G=80^\circ$
□ABCD에서
$\angle A+65^\circ+80^\circ+130^\circ=360^\circ$
$\angle A=\mathbf{85^\circ}$

본문 해설

❶ 닮음비를 다음과 같이 약속할 수도 있다.

'도형 F를 $\frac{n}{m}$배 확대(또는 축소)한 도형이 G일 때, $m:n$을 F와 G의 닮음비라고 한다.'
즉, 두 도형 F와 G의 닮음비가 $m:n$일 때
(1) $m>n$이면 G는 F를 $\frac{n}{m}$배 축소한 도형
(2) $m<n$이면 G는 F를 $\frac{n}{m}$배 확대한 도형
(3) $m=n$이면 G는 F는 합동인 도형
이다.

읽/기/자/료 돌 하우스

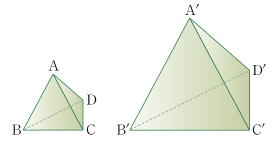
돌 하우스(doll house)란 작게 만든 집이나 건물, 그 밖의 가구나 소품 등을 부르는 이름이다.
20세기 초 영국의 메리 여왕을 위해 제작된 대형 돌 하우스는 당시 최첨단 기술과 각 분야에 최고의 장인들을 모아 만든 걸작이다. 집안의 모든 전등과 엘리베이터가 작동되며, 수도는 냉온수까지도 나온다고 한다. 또한 집 안의 모든 그림들은 유명한 화가들의 실제 작품이라고 한다.
메리 여왕의 돌 하우스의 축소 비율은 $\frac{1}{12}$이였다. 여기에서 유래하여 현재에도 기본적인 돌 하우스의 축소 비율은 $\frac{1}{12}$로 제작되는 것이 보통이다. 이때의 축소 비율은 닮음비의 다른 표현으로 볼 수 있다.

본문 해설

❶ 두 입체도형이 닮음이면 대응하는 면의 모양이 같다. 따라서 대응하는 면은 닮음인 도형이 된다. 또 대응하는 면이 닮음인 도형이므로 대응하는 변의 길이의 비는 일정하고, 대응하는 각의 크기는 서로 같다.

교과서 296 쪽

평면도형에서와 마찬가지로 입체도형에서도 닮음을 생각할 수 있다.
오른쪽 그림은 사면체 A-BCD를 2배로 확대하여 사면체 A′-B′C′D′을 그린 것이다.
오른쪽 그림에서 두 사면체의 크기는 다르지만 모양은 같다.



이와 같이 한 입체도형을 일정한 비율로 확대하거나 축소하여 얻게 된 입체도형이 다른 입체도형과 모양과 크기가 똑같을 때, 이들 두 입체도형은 서로 닮음인 관계가 있다 또는 서로 닮은 도형이라고 한다.

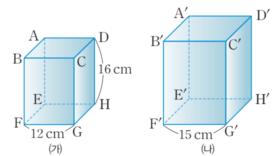
일반적으로 서로 닮은 입체도형에는 다음과 같은 성질이 있다.

서로 닮은 두 입체도형에서 닮음비는 대응하는 모서리의 길이의 비이다.



❶ 도형에서 닮음의 성질
닮은 두 입체도형에서
(1) 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다.
(2) 대응하는 면은 서로 닮은 도형이다.

문제 2 오른쪽 그림의 서로 닮은 두 직육면체 ㈎와 ㈏에 대하여 $\overline{AB}$에 대응하는 모서리가 $\overline{A'B'}$일 때, 다음을 구하여라.
(1) 면 BFGC에 대응하는 면
(2) 두 직육면체 ㈎와 ㈏의 닮음비
(3) $\overline{D'H'}$의 길이





문제 3 문제 2와 같이 서로 닮은 두 입체도형에 관한 문제를 만들고, 풀어 보아라.

추론 반지름의 길이가 다른 두 원은 항상 서로 닮음이다. 그 이유를 말하고, 이때 두 원의 닮음비는 어떻게 구하는지 설명하여 보자.

2

목표| 서로 닮은 두 입체도형에서 닮음의 성질을 이용하여 대응하는 면과 닮음비, 대응하는 모서리의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 면 BFGC에 대응하는 면은
면 B′F′G′C′

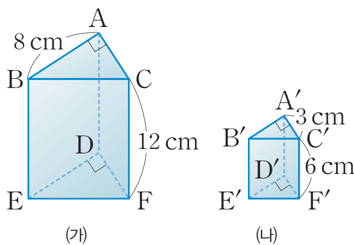
(2) $\overline{FG}$와 $\overline{F'G'}$은 대응하는 모서리이므로 닮음비는 $\overline{FG}:\overline{F'G'}=12:15=\mathbf{4:5}$

(3) 닮음비가 $4:5$이고, $\overline{DH}$와 $\overline{D'H'}$은 대응하는 모서리이므로 $16:\overline{D'H'}=4:5$
$\overline{D'H'}=\mathbf{20(cm)}$

3

|출제 의도| 입체도형에서 닮음의 성질을 이용하는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 닮음의 성질을 이해하게 하기 위한 문제이다.

예시| 다음 그림의 서로 닮은 두 삼각기둥 ㈎와 ㈏에 대하여 $\overline{AB}$에 대응하는 모서리가 $\overline{A'B'}$일 때, 다음을 구하여라.



(1) 면 BEFC에 대응하는 면
(2) 두 삼각기둥 ㈎와 ㈏의 닮음비
(3) $\overline{AC}$의 길이

풀이| (1) 면 BEFC에 대응하는 면은 면 B′E′F′C′
(2) $\overline{CF}$와 $\overline{C'F'}$은 대응하는 모서리이므로 닮음비는
$\overline{CF}:\overline{C'F'}=12:6=2:1$
(3) 닮음비가 $2:1$이고, $\overline{AC}$와 $\overline{A'C'}$은 대응하는 모서리이므로 $\overline{AC}:3=2:1$, $\overline{AC}=6$(cm)

추/론

|출제 의도| 두 원이 항상 닮은 도형임을 알고, 두 원의 닮음비를 구하는 방법을 생각해 보도록 하는 문제이다.

풀이| 반지름의 길이가 r와 r'인 두 원을 각각 O, O′이라 고 하자. 원 O의 반지름을 $\frac{r'}{r}$배하면 $r\times\frac{r'}{r}=r'$인 원 O′과 합동이다. 따라서 반지름의 길이가 다른 두 원은 항상 닮음이다.
이때 두 원 O와 O′의 닮음비는 $r:r'$으로 반지름의 길이의 비가 닮음비임을 알 수 있다.

교과서 297 쪽

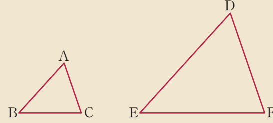
1-2 삼각형의 닮음조건

● 삼각형의 닮음조건을 이해한다.

삼각형의 닮음조건은 무엇인가?

탐구 활동 다음 그림은 △ABC를 2배로 확대하여 △DEF를 그린 것이다. 물음에 답하여 보자.

●준비물
투명 종이, 자



1 투명 종이 위에 △ABC의 세 변의 길이를 각각 2배로 한 삼각형을 그려 보자.

2 투명 종이 위에 △ABC의 두 변의 길이를 각각 2배로 하고, 그 끼인각의 크기가 같은 삼각형을 그려 보자.

3 투명 종이 위에 △ABC의 한 변의 길이를 2배로 하고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같은 삼각형을 그려 보자.

4 **1**, **2**, **3**에서 그린 삼각형은 △DEF와 포개어지는가?

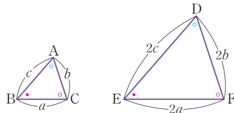
삼각형의 합동조건
(1) SSS 합동
(2) SAS 합동
(3) ASA 합동

삼각형의 합동조건을 이용하면 대응하는 세 변의 길이와 대응하는 세 각의 크기를 모두 비교하지 않아도 두 삼각형이 합동임을 알 수 있다.

마찬가지로 두 삼각형에서 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비와 대응하는 세 각의 크기에 관한 조건들 중에서 몇 가지만 성립하여도 두 삼각형이 서로 닮은 도형이 되는 경우가 있다.

이제 어떤 조건을 만족시키면 두 삼각형이 서로 닮은 도형이 되는지 알아보자.

다음 그림에서 △ABC와 △DEF는 닮음비가 1 : 2인 닮은 도형이다.



1-2 삼각형의 닮음조건

소단원 지도 목표

① 삼각형의 닮음조건을 이해하게 한다.
② 삼각형의 닮음조건을 이용하여 서로 닮은 삼각형을 찾을 수 있게 한다.
③ 삼각형의 합동조건과 닮음조건의 차이점을 알게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 삼각형의 닮음조건은 직관적으로 이해하게 한다.

2. 삼각형의 닮음조건과 합동조건을 비교하여 그 차이점을 알게 한다.

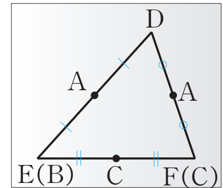
3. 삼각형의 닮음조건은 도형의 여러 가지 성질을 설명하는 데 이용되므로 강조하여 지도한다.

새로 나온 용어와 기호

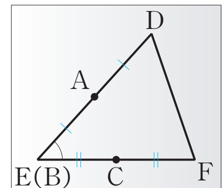
• 삼각형의 닮음조건(conditions for triangles to be similar)

탐구 활동의 이해

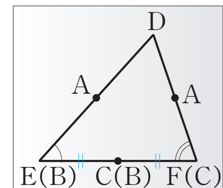
활동 목표 • 삼각형의 합동조건을 상기하며 2배로 확대한 삼각형을 그려 봄으로써 삼각형의 닮음조건을 알게 하려는 것이다.
준비물 • 투명 종이, 자



1. 투명 종이 위에 △ABC의 두 변 AB, BC를 표시하고, 두 변의 길이를 각각 2배로 한 선분 ED, EF를 그린다. 투명 종이 위의 점 F와 △ABC의 점 C를 포갠 후 △ABC의 한 변 AC를 표시하고, 그 길이를 2배로 한 선분 DF를 그려 △DEF를 그린다.



2. 투명 종이 위에 △ABC의 두 변 AB, BC와 ∠ABC를 표시하고, 두 변의 길이를 각각 2배로 한 선분 ED, EF를 그린다. 점 D와 점 F를 이어 △DEF를 그린다.



3. 투명 종이 위에 △ABC의 한 변 BC를 표시하고, 그 길이를 2배로 한 선분 EF를 그린다. $\overline{EF}$의 양 끝 각의 크기를 $\overline{BC}$의 양 끝 각의 크기와 각각 같게 한 후 △DEF를 그린다.

4. **1**, **2**, **3**에서 그린 삼각형은 △DEF와 포개어진다.

본문 해설

❶ 주어진 삼각형을 2배 확대한 삼각형과 닮은 도형의 성질을 이용하여 얻은 삼각형은 합동인 동시에 각각 유일하게 결정된다.

지/도/자/료

학생이 연역적인 설명을 이해하지 못하는 경우에는 도형의 닮음의 뜻을 바탕으로 삼각형의 합동조건과 비교하여 직관적으로 이해할 수 있도록 지도한다.

합동조건	닮음조건
세 쌍의 대응하는 변의 길이가 각각 같다.	세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다.
두 쌍의 대응하는 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.	두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다.
한 쌍의 대응하는 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같다.	두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다.

교과서 298 쪽

이때 다음과 같이 그린 $\triangle A'B'C'$이 $\triangle DEF$와 합동임을 조사함으로써

$$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

이 되기 위한 조건을 알 수 있다.

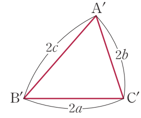
❶ [illegible]$=2\overline{AB}$, $\overline{B'C'}=2\overline{BC}$, $\overline{C'A'}=2\overline{CA}$인
$\triangle A'B'C'$에서

$$\overline{B'C'}=\overline{EF},\ \overline{C'A'}=\overline{FD},\ \overline{A'B'}=\overline{DE}$$

이므로 $\triangle A'B'C' \equiv \triangle DEF$이다. 따라서

$$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

이다. 즉, 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같은 삼각형은 서로 닮은 도형임을 알 수 있다.



대응하는 세 변의 길이가 각각 같은 두 삼각형은 서로 합동이다.

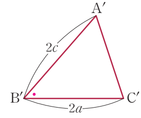
(2) $\overline{A'B'}=2\overline{AB}$, $\overline{B'C'}=2\overline{BC}$, $\angle B'=\angle B$인
$\triangle A'B'C'$에서

$$\overline{B'C'}=\overline{EF},\ \overline{A'B'}=\overline{DE},\ \angle B'=\angle E$$

이므로 $\triangle A'B'C' \equiv \triangle DEF$이다. 따라서

$$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

이다. 즉, 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같은 삼각형은 서로 닮은 도형임을 알 수 있다.



대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같은 두 삼각형은 서로 합동이다.

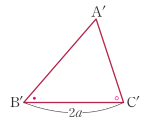
(3) $\overline{B'C'}=2\overline{BC}$, $\angle B'=\angle B$, $\angle C'=\angle C$인
$\triangle A'B'C'$에서

$$\overline{B'C'}=\overline{EF},\ \angle B'=\angle E,\ \angle C'=\angle F$$

이므로 $\triangle A'B'C' \equiv \triangle DEF$이다. 따라서

$$\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$$

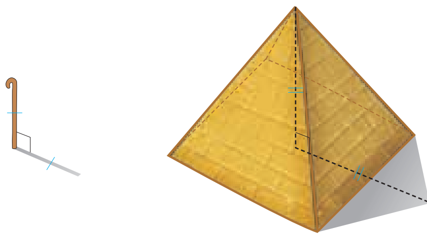
이다. 그런데 삼각형에서 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 같으면 나머지 한 각의 크기도 같아진다. 즉, 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같은 삼각형은 서로 닮은 도형임을 알 수 있다.



대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같은 두 삼각형은 서로 합동이다.

읽/기/자/료 탈레스의 피라미드 높이 측정

그리스의 수학자 탈레스(Thales: ? B.C. 624～? B.C. 546)는 피라미드의 높이를 직접 측정하지 않고 지팡이와 피라미드 그림자의 길이 사이의 관계를 이용하여 피라미드 높이를 측정한 것으로 유명하다. 다음과 같이 탈레스는 자신이 가지고 있던 지팡이의 그림자와 피라미드의 그림자로 두 개의 직각이등변삼각형을 만들고, 이때 피라미드의 그림자의 길이가 바로 피라미드의 높이와 같다는 것을 이용하였다.



목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 서로 닮음인 삼각형을 찾을 수 있게 한다.

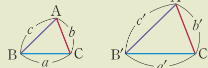
풀이| ㉠과 ㉥: 각의 크기가 주어져 있지 않으므로 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비를 비교하면
$4:3=6:4.5=8:6$이다. 따라서 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 $4:3$으로 같으므로 ㉠과 ㉥은 서로 닮음이다.
㉡과 ㉣: 두 삼각형 ㉡, ㉣에서 크기가 주어진 각을 제외한 나머지 한 각의 크기를 구하면 각각 90°, 60°이다.
따라서 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로 ㉡과 ㉣은 서로 닮음이다.

이상을 정리하면 다음과 같은 **삼각형의 닮음조건**을 얻을 수 있다.

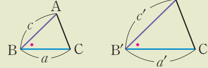
삼각형의 닮음조건

두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 닮음이다.

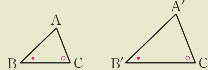
(1) 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같을 때
$a : a'=b : b'=c : c'$



(2) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때
$a : a'=c : c'$, $\angle B=\angle B'$

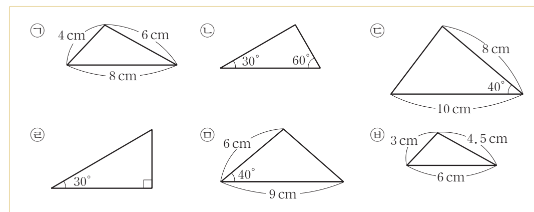


(3) 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같을 때
$\angle B=\angle B'$, $\angle C=\angle C'$

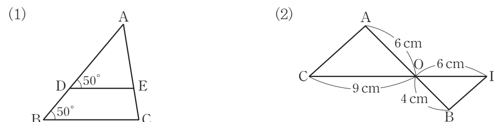


오른쪽 삼각형의 닮음조건을 Side(변)와 Angle(각)의 첫 글자를 사용하여 간단히
(1) SSS 닮음
(2) SAS 닮음
(3) AA 닮음
으로 나타내기도 한다.

문제 1 다음 삼각형 중에서 서로 닮은 것을 모두 찾아라.



문제 2 다음 그림에서 서로 닮은 삼각형을 찾아 기호 ∽를 써서 나타내고, 그 닮음조건을 말하여라.



지/도/자/료 닮은 삼각형의 판별

1. 삼각형이 뒤집혀 있거나 방향이 바뀌어 있는 경우가 있으므로 닮은 삼각형을 찾을 때에는 반드시 대응변이나 대응각을 꼼꼼하게 살펴보도록 지도한다.

2. 두 삼각형이 닮은 도형인지 알아보기 위해서는 각이 주어졌을 경우 먼저 대응각의 크기를 조사하고 대응변의 길이의 비를 비교하게 한다.

- 각의 크기가 한 개씩만 주어진 경우는 그 각을 끼인각으로 하는 두 쌍의 대응변의 길이의 비를 비교하게 한다.
- 각의 크기가 두 개씩만 주어진 경우는 나머지 한 각의 크기도 구하여 세 쌍의 각의 크기를 비교하게 한다.
- 각의 크기가 주어지지 않은 경우는 세 쌍의 대응변의 길이의 비를 비교하게 한다.

2

목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 서로 닮은 삼각형을 찾아 기호로 나타내고, 닮음조건을 말할 수 있게 한다.

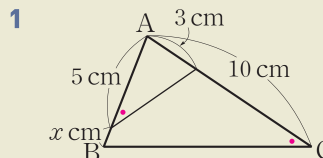
풀이| (1) △ABC와 △ADE에서
∠A는 공통
$\angle ABC=\angle ADE=50°$
따라서 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로
△ABC∽△ADE (AA 닮음)

(2) △ACO와 △BDO에서
$\overline{OA} : \overline{OB}=6 : 4=3 : 2$
$\overline{OC} : \overline{OD}=9 : 6=3 : 2$
∠AOC=∠BOD (맞꼭지각)
따라서 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로
△ACO∽△BDO (SAS 닮음)

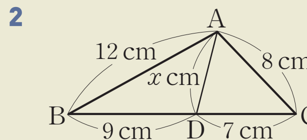
기/초/력 향상 문제

다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

1



2



답 **1** 1 **2** 6

3

목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 닮음인 삼각형을 찾고 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$이므로

$\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{BC} : \overline{BA}$

$6 : x = 10 : 6$

$10x = 36$

$x = \dfrac{18}{5}$

(2) $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$이므로

$\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{AC} : \overline{DA}$

$20 : x = 15 : 12$

$15x = 240$

$x = \mathbf{16}$

창의 UP

|출제 의도| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 변의 길이 사이의 관계를 설명하게 하기 위한 문제이다.

풀이| $\triangle ADC$와 $\triangle BEC$에서

$\angle ADC = \angle BEC = 90^\circ$, $\angle C$는 공통

이므로 $\triangle ADC \backsim \triangle BEC$

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{BE}$

의/사/소/통

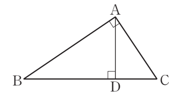
|출제 의도| 삼각형의 합동조건과 닮음조건을 비교하여 공통점과 차이점을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 삼각형의 합동조건에서 '변의 길이가 같다.'라는 조건을 '변의 길이의 비가 같다.'라는 조건으로 바꾸면 닮음조건이 된다. 하지만 ASA 합동과 AA 닮음에는 차이가 있다. AA 닮음에서는 ASA 합동과 같이 비교할 변의 길이가 없어도 두 각의 크기만 각각 같으면 닮음이 된다.

교과서 300 쪽

예제 1

오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 할 때, 다음을 설명하여라.



(1) $\triangle ABC \backsim \triangle DBA$

(2) $\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$

● 풀이 (1) $\triangle ABC$와 $\triangle DBA$에서

$\angle BAC = \angle BDA = 90^\circ$ …… ①

$\angle B$는 공통 …… ②

①, ②에서 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$

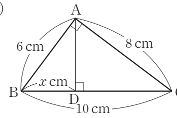
(2) (1)에서 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같으므로

$\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{BC} : \overline{BA}$

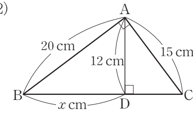
$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$

문제 3 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)

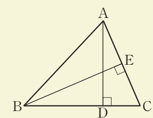


(2)





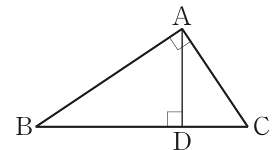
오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A, B에서 변 BC, CA에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 할 때, $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{BE}$임을 설명하여라.



의사소통 삼각형의 합동조건과 닮음조건의 차이점을 말하여 보자.

지/도/자/료 직각삼각형의 여러 가지 성질

오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 할 때, 직각삼각형 ABC, DBA, DAC는 서로 닮음이다.



$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$

$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AC}^2 = \overline{CD} \times \overline{BC}$

$\triangle DBA \backsim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$\overline{AD}^2 = \overline{DB} \times \overline{DC}$

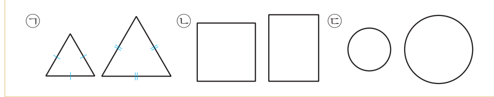
또 직각삼각형 ABC의 넓이의 관계에서 다음 식이 성립한다.

$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{AD} \times \overline{BC}$

중 / 단 / 원 기초

한 도형을 일정한 비율로 확대하거나 축소하여 얻게 된 도형이 다른 도형과 합동일 때, 이들 두 도형은 서로 닮음인 관계가 있다고 한다.

1 다음 중에서 짝지어진 두 도형이 서로 닮음인 것을 모두 찾아라.

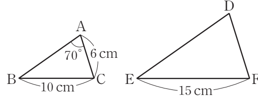


2 오른쪽 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$일 때, 다음을 구하여라.

(1) $\angle D$의 크기

(2) $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$의 닮음비

(3) $\overline{DF}$의 길이



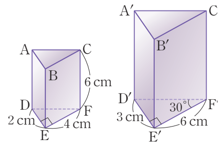
서로 닮은 두 입체도형에서 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하고, 대응하는 면은 서로 닮음이다.

3 오른쪽 그림과 같은 서로 닮은 두 입체도형에서 다음을 구하여라.

(1) $\overline{DE} : \overline{D'E'}$

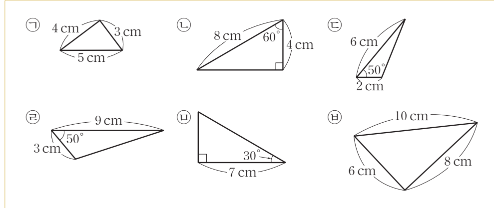
(2) $\overline{C'F'}$의 길이

(3) $\angle EDF$의 크기



삼각형의 닮음조건은 SSS 닮음, SAS 닮음, AA 닮음이다.

4 다음 삼각형 중에서 서로 닮음인 것을 모두 찾고, 닮음조건을 말하여라.



중/단/원 기초

1

목표 | 닮음의 뜻을 알게 한다.

풀이 | 일정한 비율로 확대하거나 축소하였을 때 서로 합동이 되는 도형은 두 정삼각형, 두 원이다.
따라서 닮음인 것은 ㉠, ㉢이다.

참고 | 서로 닮음인 두 도형은 크기는 다를 수 있지만 모양이 같다. 두 다각형의 닮음은 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 대응하는 각의 크기가 같음을 이용하여 판별할 수 있다. 특히 두 삼각형의 닮음은 모든 변과 각을 비교하지 않아도 간단한 닮음조건을 이용하여 판별할 수 있다.

2

목표 | 평면도형에서 닮음의 성질을 이해하게 한다.

풀이 | (1) 서로 닮은 두 도형에서 대응하는 각의 크기는 각각 같으므로

$\angle D = \angle A = \mathbf{70^\circ}$

(2) 서로 닮은 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비가 닮음비이므로

$\overline{BC} : \overline{EF} = 10 : 15 = \mathbf{2 : 3}$

(3) $\overline{AC} : \overline{DF} = 2 : 3$에서

$6 : \overline{DF} = 2 : 3$

$\overline{DF} = \mathbf{9(cm)}$

3

목표 | 입체도형에서 닮음의 성질을 이해하게 한다.

풀이 | (1) $\overline{DE} : \overline{D'E'} = \mathbf{2 : 3}$

(2) $\overline{CF} : \overline{C'F'} = 2 : 3$에서

$6 : \overline{C'F'} = 2 : 3$

$\overline{C'F'} = \mathbf{9(cm)}$

(3) $\angle EDF$에 대응하는 각은 $\angle E'D'F'$이므로

$\angle EDF = \angle E'D'F'$

$= 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ$

$= \mathbf{60^\circ}$

4

목표 | 삼각형의 닮음조건을 이용하여 서로 닮음인 삼각형을 찾고, 닮음조건을 말할 수 있게 한다.

풀이 |
- ㉠과 ㉥: 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같다. **(SSS 닮음)**
- ㉡과 ㉤: 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같다. **(AA 닮음)**
- ㉢과 ㉣: 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같다. **(SAS 닮음)**

중/단/원 기본

1

목표| 닮음의 뜻을 알게 한다.

풀이| 일정한 비율로 확대하거나 축소하여도 항상 모양이 같은 도형은 ㉢, ㉣, ㉤이다.

2

목표| 평면도형에서 닮음의 성질을 이해하게 한다.

풀이| (1) $\overline{BC}$에 대응하는 변은 $\overline{FG}$이므로

$\overline{BC}:\overline{FG}=12:9=4:3$

따라서 닮음비는 **4 : 3**이다.

(2) $\angle F$에 대응하는 각은 $\angle B$이므로

$\angle F=\angle B=\mathbf{75^\circ}$

(3) $\overline{AB}:\overline{EF}=4:3$에서

$8:\overline{EF}=4:3$

$\overline{EF}=\mathbf{6(cm)}$

교과서 302 쪽

중 / 단 / 원 기본

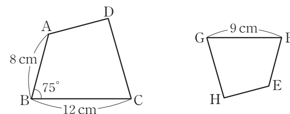
닮은 도형

1 다음 중에서 항상 닮음인 것을 모두 찾아라.

㉠ 두 마름모　㉡ 두 이등변삼각형　㉢ 두 구
㉣ 두 정육각형　㉤ 두 정사면체　㉥ 두 원뿔

평면도형에서 닮음의 성질

2 다음 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, 다음을 구하여라.

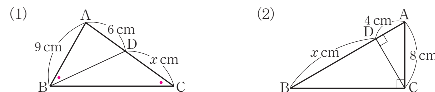


(1) □ABCD와 □EFGH의 닮음비
(2) $\angle F$의 크기
(3) $\overline{EF}$의 길이

삼각형의 닮음조건

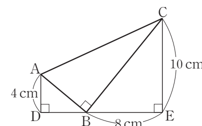
3 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)　(2)



삼각형의 닮음조건

4 오른쪽 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 두 꼭짓점 A, C에서 점 B를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E라고 할 때, $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.



3

목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) △ABD와 △ACB에서

$\angle A$는 공통, $\angle ABD=\angle ACB$

이므로 △ABD∽△ACB(AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{AD}:\overline{AB}$에서

$9:(6+x)=6:9$

$6x=45$, $x=\mathbf{\dfrac{15}{2}}$

(2) △ADC와 △ACB에서

$\angle A$는 공통, $\angle ADC=\angle ACB=90^\circ$

이므로 △ADC∽△ACB(AA 닮음)

$\overline{AD}:\overline{AC}=\overline{AC}:\overline{AB}$

$4:8=8:(x+4)$

$4x=48$, $x=\mathbf{12}$

4

목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle DAB+\angle ABD=90^\circ$

$\angle CBE+\angle ABD=90^\circ$

$\angle DAB=90^\circ-\angle ABD=\angle CBE$ ……①

$\angle D=\angle E=90^\circ$ ……②

①, ②에서 △ADB∽△BEC이므로

$\overline{AD}:\overline{BE}=\overline{BD}:\overline{CE}$

$4:8=\overline{BD}:10$

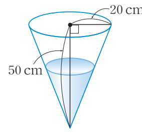
$\overline{BD}=\mathbf{5(cm)}$

중 / 단 / 원 실력

수준별

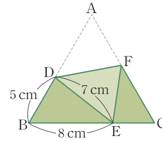
• 닮음비를 이용하여 채워진 물의 높이와 반지름의 길이를 구한다.

1 오른쪽 그림과 같이 원뿔 모양의 그릇에 물을 부어서 높이의 $\frac{3}{5}$ 만큼 채웠을 때, 물의 부피를 구하여라.



• 서로 닮은 두 삼각형을 찾아 비례식을 세운다.

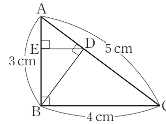
2 오른쪽 그림과 같이 정삼각형 모양의 색종이에서 꼭짓점 A가 BC 위의 점 E에 오도록 접었을 때, $\overline{AF}$의 길이를 구하여라.



3 오른쪽 그림과 같이 ∠B=90°인 직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}$=3 cm, $\overline{BC}$=4 cm, $\overline{AC}$=5 cm

일 때, $\overline{AE}$의 길이를 구하여라.

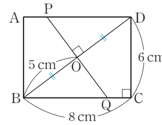


• 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같은 두 삼각형을 찾는다.

4 오른쪽 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{PQ}$는 대각선 BD를 수직이등분한다.

$\overline{BC}$=8 cm, $\overline{DC}$=6 cm, $\overline{BO}$=5 cm

일 때, $\overline{PD}$의 길이를 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표| 닮음비를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 수면의 높이는 $50\times\frac{3}{5}=30$(cm)

수면의 반지름의 길이를 r cm라고 하면

r : 20=30 : 50, r=12(cm)

따라서 물의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times12^2\times30=$ **1440π(cm³)**

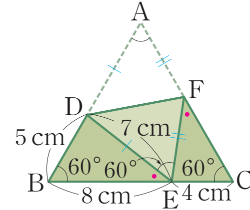
2

목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AD}=\overline{DE}$=7(cm)이므로

△ABC는 한 변의 길이가 12 cm인 정삼각형이다.

$\overline{EC}$=4(cm)



△DBE와 △ECF에서

∠B=∠C=60°, ∠A=∠DEF=60°

∠BED=120°−∠FEC=∠EFC

따라서 △DBE∽△ECF이므로

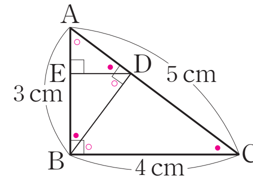
$\overline{DB}$: $\overline{EC}$=$\overline{DE}$: $\overline{EF}$, 5 : 4=7 : $\overline{EF}$

$\overline{AF}=\overline{EF}=$ **$\frac{28}{5}$(cm)**

3

목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이|



△ABC∽△BDC이므로

$\overline{AC}$: $\overline{BC}$=$\overline{AB}$: $\overline{BD}$에서

5 : 4=3 : $\overline{BD}$, $\overline{BD}=\frac{12}{5}$(cm)

△ABC∽△DEB이므로

$\overline{AC}$: $\overline{DB}$=$\overline{BC}$: $\overline{EB}$에서

5 : $\frac{12}{5}$=4 : $\overline{EB}$, $\overline{EB}=\frac{48}{25}$(cm)

$\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{EB}=3-\frac{48}{25}=$ **$\frac{27}{25}$(cm)**

4

목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| △DBC와 △PDO에서

∠DCB=∠POD=90°, ∠DBC=∠PDO(엇각)

이므로 △DBC∽△PDO

$\overline{DO}=\overline{BO}$=5 cm, $\overline{DB}$=10 cm

$\overline{DB}$: $\overline{PD}$=$\overline{BC}$: $\overline{DO}$에서 10 : $\overline{PD}$=8 : 5

$\overline{PD}=$ **$\frac{25}{4}$(cm)**

2 닮음의 활용

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 삼각형의 한 변에 평행한 직선에 대한 성질을 이해하게 한다.

② 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 구할 수 있게 한다.

③ 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있게 한다.

④ 삼각형의 무게중심의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.

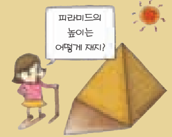
⑤ 닮은 도형의 닮음비와 넓이의 비, 부피의 비 사이의 관계를 알게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
2-1 평행선과 선분의 길이의 비	삼각형의 한 변에 평행한 직선에 대한 성질
	평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비
2-2 닮음의 활용	삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분
	삼각형의 무게중심
	닮음비와 넓이의 비
	닮음비와 부피의 비
수준별 학습	중단원 확인 학습 문제

교과서 304 쪽

2 닮음의 활용



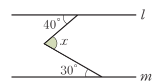
준|비|학|습

평행선의 성질
평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각의 크기는 각각 같다.

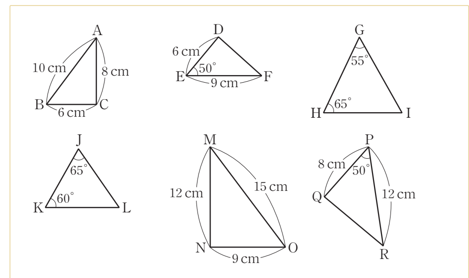
삼각형의 닮음조건
두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 닮음이다.
- 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같을 때 (SSS 닮음)
- 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때 (SAS 닮음)
- 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같을 때 (AA 닮음)

다면체와 회전체의 부피
- (기둥의 부피) =(한 밑면의 넓이)×(높이)
- (뿔의 부피) =(기둥의 부피)×$\frac{1}{3}$

1 오른쪽 그림에서 $l // m$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.

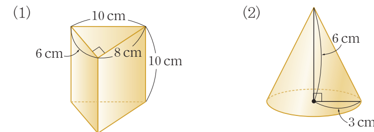


2 다음 삼각형 중에서 서로 닮음인 것을 모두 찾아 기호로 나타내어라.



3 다음 입체도형의 부피를 구하여라.

(1) (2)

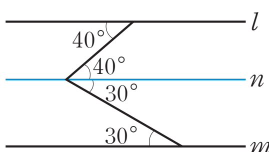


준비 학습의 해설

1

목표| 평행선의 성질을 이용하여 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이|



위의 그림과 같이 두 직선 l, m에 평행하도록 직선 n을 그으면 $\angle x = 40^\circ + 30^\circ = \mathbf{70^\circ}$

2

목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 서로 닮음인 삼각형을 찾을 수 있게 한다.

풀이| **△ABC∽△MON** (SSS 닮음)
△DEF∽△QPR (SAS 닮음)
△GHI∽△LJK (AA 닮음)

3

목표| 입체도형의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) (부피)$=\frac{1}{2}\times 6\times 8\times 10=\mathbf{240(cm^3)}$

(2) (부피)$=\frac{1}{3}\times \pi \times 3^2\times 6=\mathbf{18\pi(cm^3)}$

교과서 305 쪽

2-1 평행선과 선분의 길이의 비

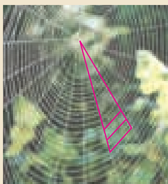
● 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 구할 수 있다.

삼각형과 평행선이 만나서 생기는 선분의 길이의 비는 어떠한가?

창의력 기르기

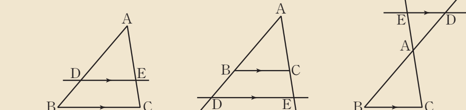
거미줄

오른쪽 그림과 같이 거미줄에서 삼각형 모양과 평행선을 찾아볼 수 있다. 거미는 뛰어내리기, 사냥, 먹이 포박, 고치 만들기, 비행 등을 위하여 거미줄을 만들어 내는데, 거미줄은 단위 굵기로 비교하면 인류가 만든 대부분의 섬유보다도 훨씬 강도가 높다.



탐구 활동

다음 그림과 같이 △ABC의 변 BC와 평행한 직선을 그어 두 변 AB, AC 또는 그 연장선과 만나는 점을 각각 D, E라고 할 때, 물음에 답하여 보자.



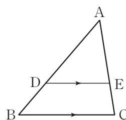
1 ∠B, ∠C와 크기가 같은 각을 각각 찾아보자.

2 1을 이용하여 △ABC와 닮은 삼각형을 각각 찾아보자.

삼각형의 한 변에 평행한 직선이 다른 두 변 또는 그 연장선과 만나서 생기는 선분과 삼각형의 변 사이의 관계를 알아보자. 즉, 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 변 BC에 평행한 직선이 두 변 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라고 할 때,

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{AE}$$

임을 알아보자.



2-1 평행선과 선분의 길이의 비

소단원 지도 목표

① 서로 닮은 두 삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비를 이용하여 삼각형의 한 변에 평행한 직선과 선분의 길이의 비에 대한 성질을 알게 한다.

② 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 이해하고, 이를 문제 해결에 활용할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 삼각형의 한 변에 평행한 직선에 대한 성질이나 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 지도할 때, 연역적인 설명을 강조하지 않는다.

2. 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질은 삼각형의 한 변에 평행한 직선에 대한 성질을 일반화한 것임을 알게 한다.

3. 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에서 비례식은 성립하지만 서로 평행하지는 않는 경우를 예를 통해 이해하게 한다.

4. 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질은 주어진 평행선의 개수와 관계없이 항상 성립함을 알도록 지도한다.

창의력 기르기 참/고/자/료

거미줄은 단위 무게로 비교하면 강철보다 5배 정도 강하고, 방탄복 소재로 쓰이는 합성 섬유인 케블라(Kevlar)보다 질기며 나일론보다 신축성이 뛰어나다. 또 높은 온도에서 잘 견디고 물에 젖지 않으며 인체에 알레르기를 일으키지 않는다. 이와 같은 이유로 거미줄은 의료, 섬유, 항공 등 다양한 분야에서 연구되고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 삼각형의 한 변에 평행한 직선을 그어 크기가 같은 각을 찾아보고 닮은 삼각형을 찾아봄으로써 삼각형의 한 변에 평행한 직선과 삼각형의 변 사이의 관계를 알게 하려는 것이다.

1. 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각과 엇각의 크기는 각각 같으므로

$\angle B = \angle ADE$, $\angle C = \angle AED$

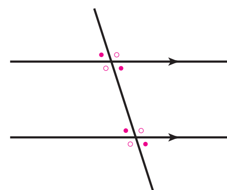
2. 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$

지/도/자/료 평행선의 성질

(1) 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각(엇각)의 크기는 서로 같다.

(2) 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각(엇각)의 크기가 서로 같으면 두 직선은 서로 평행하다.



1

목표| 삼각형의 한 변에 평행한 직선과 삼각형의 변 사이의 관계를 설명할 수 있게 한다.

풀이| (1) △ABC와 △ADE에서

∠ABC=∠ADE (동위각)

∠A는 공통

이므로 △ABC∽△ADE

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{AE}$

(2) △ABC와 △ADE에서

∠BAC=∠DAE (맞꼭지각)

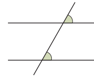
∠ABC=∠ADE (엇각)

이므로 △ABC∽△ADE

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{AE}$

교과서 306 쪽

평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 동위각의 크기는 서로 같다.



△ABC와 △ADE에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로

∠ABC=∠ADE (동위각) …… ①

∠A는 공통 …… ②

이다.

①, ②에서 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로

△ABC∽△ADE

이다.

이때 서로 닮은 두 삼각형의 대응하는 변의 길이의 비는 같으므로

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{AE}$

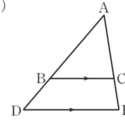
이다.

문제 1 다음 그림과 같이 △ABC의 변 BC에 평행한 직선이 두 변 AB, AC의 연장선과 만나는 점을 각각 D, E라고 할 때,

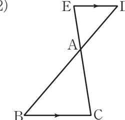
$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{AE}$

임을 설명하여라.

(1)

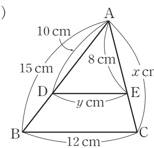


(2)

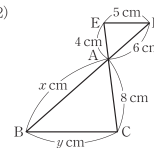


문제 2 다음 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때, x, y의 값을 구하여라.

(1)



(2)



2

목표| 삼각형의 한 변에 평행한 직선과 삼각형의 변 사이의 관계를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$

$15:10=x:8$

$x=\mathbf{12}$

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}$

$15:10=12:y$

$y=\mathbf{8}$

(2) $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$이므로

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AC}:\overline{AE}$

$x:6=8:4$

$x=\mathbf{12}$

$\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{AE}$

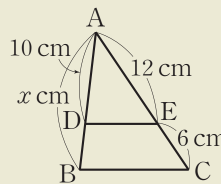
$y:5=8:4$

$y=\mathbf{10}$

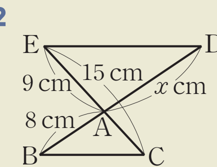
기/초/력 향상 문제

다음 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때, x의 값을 구하여라.

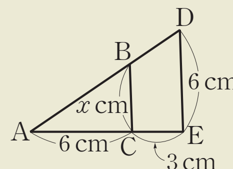
1



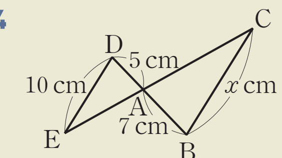
2



3



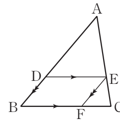
4



답 **1** 15 **2** 12 **3** 4 **4** 14

삼각형의 한 변에 평행한 직선이 다른 두 변 또는 그 연장선과 만나서 생기는 선분과 삼각형의 변 사이의 관계를 좀 더 알아보자.

오른쪽 그림의 △ABC에서 변 AB 위의 한 점 D를 지나 변 BC에 평행한 직선을 그어 변 AC와 만나는 점을 E라 하고, 점 E를 지나 변 AB에 평행한 직선을 그어 변 BC와 만나는 점을 F라고 하면



△ADE와 △EFC에서

∠DAE=∠FEC (동위각)

∠AED=∠ECF (동위각)

이므로 △ADE∽△EFC이다.

따라서

$\overline{AD} : \overline{EF} = \overline{AE} : \overline{EC}$ ······ ①

이고, □DBFE는 평행사변형이므로

$\overline{EF} = \overline{DB}$ ······ ②

이다.

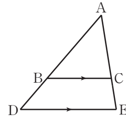
평행사변형에서 대변의 길이는 각각 같다.

①, ②에서

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$

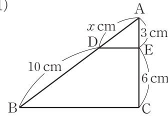
...립한다.

❶ ...지로 점 D, E가 변 AB, AC의 연장선 위에 있을 ...도 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$가 성립한다.

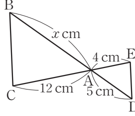


문제 3 다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



3

목표| 삼각형의 한 변에 평행한 직선에 대한 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$

$x : 10 = 3 : 6$

$x = \mathbf{5}$

(2) $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로

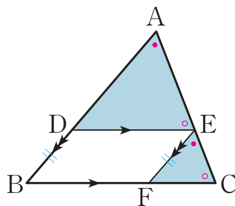
$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$

$x : 5 = 12 : 4$

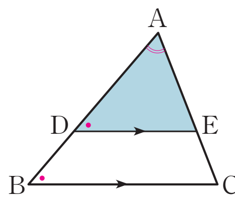
$x = \mathbf{15}$

본문 해설

❶ (1)



(2)



(1)에서 △ADE∽△EFC이므로

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = \overline{DE} : \overline{FC}$

이다. 이때 $\overline{FC}$는 보조선에 의해 임의로 나누어진 선분이므로 $\overline{DE} : \overline{FC}$의 비는 일반적으로 이용하지 않는다.

(2)에서 △ABC∽△ADE이므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE} = \overline{BC} : \overline{DE}$

이다. 이때 $\overline{BC}$는 (1)에서 $\overline{BC} = \overline{BF} + \overline{FC}$와는 다르게 $\overline{BC} : \overline{DE}$의 비를 이용하여 직접 구할 수 있다.

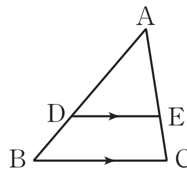
따라서 구하고자 하는 길이에 따라 (1), (2)를 적절히 선택하여 적용할 수 있게 한다.

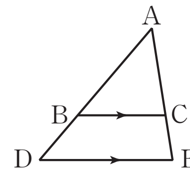
지/도/자/료

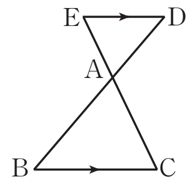
△ABC에서 변 AB, AC 또는 그 연장선 위의 점을 각각 D, E라고 하면 다음이 성립한다.

(1) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$이면 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$

(2) $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC}$이면 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$







창의력 기르기 참/고/자/료

항비파는 고구려의 오현(五絃)과 같은 악기로 원래는 서역의 악기가 고구려를 통하여 신라에 전해진 것이다. 목이 굽은 당비파에 비하여 목이 곧기 때문에 직경비파(直頸琵琶)라고도 한다. 연주법은 가슴에 비파를 안은 다음 왼손으로 목 밑을 쥐어 손가락으로 괘를 짚고, 오른손으로 술대를 이용하여 타는데, 조선 후기부터는 술대 없이 손가락으로 타기 시작하였다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 평행하게 줄이 그어진 공책에 두 직선을 그린 다음 변의 길이를 직접 재어 길이의 비를 구해 봄으로써 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 알게 하려는 것이다.
준비물 • 줄이 그어진 공책, 자

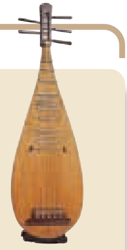
1. $\overline{AB} : \overline{BC} = 2 : 1$

2. $\overline{DE} : \overline{EF} = 2 : 1$

3. $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{EF} = 2 : 1$

교과서 308 쪽

평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비는 어떠한가?



창의력 기르기

현악기 향비파

향비파는 삼국 시대부터 조선 후기까지 궁중에서 쓰인 현악기로 목 부분과 몸통에 있는 서로 평행한 괘가 다섯 개의 줄과 만나고 있다. 이것은 왼손 손가락으로 줄과 괘를 짚어 음높이를 조절하고, 거문고처럼 오른손에 술대를 끼고 줄을 튕겨서 소리를 낸다. 신라 시대에는 거문고, 가야금과 더불어 삼현(三絃)으로 불렸다.

탐구 활동

●준비물
줄이 그어진 공책, 자

오른쪽 그림과 같이 줄이 그어진 공책에 두 직선을 그린 다음 물음에 답하여 보자.



1 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이를 재어 $\overline{AB} : \overline{BC}$를 구하여 보자.

2 $\overline{DE}$, $\overline{EF}$의 길이를 재어 $\overline{DE} : \overline{EF}$를 구하여 보자.

3 $\overline{AB} : \overline{BC}$와 $\overline{DE} : \overline{EF}$를 비교하여 보자.

삼각형의 닮음과 평행선의 성질을 이용하여 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 평행한 세 직선 l, m, n과 두 직선 a, b가 만나는 점을 각각 A, B, C, A′, B′, C′이 하자.

❶ A를 지나고 직선 b에 평행한 직선을 그어서 m, n과 만나는 점을 각각 D, E라고 하자.

△ACE에서 $\overline{BD} /\!/ \overline{CE}$이므로

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DE}$$

이다.

또 □ADB′A′과 □DEC′B′이 평행사변형이므로

$$\overline{AD} = \overline{A'B'},\ \overline{DE} = \overline{B'C'}$$

이다. 따라서

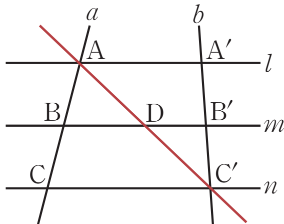
$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{A'B'} : \overline{B'C'}$$

이 성립한다.

평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

본문 해설

❶ 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 다음과 같이 두 점 A와 C′을 지나는 직선이 직선 m과 만나는 점을 D라고 하여 설명할 수도 있다.



△ACC′에서 $\overline{BD} /\!/ \overline{CC'}$이므로

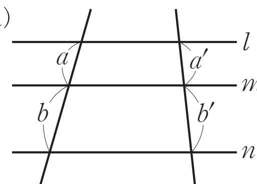
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DC'}$ ……①

△C′A′A에서 $\overline{DB'} /\!/ \overline{AA'}$이므로

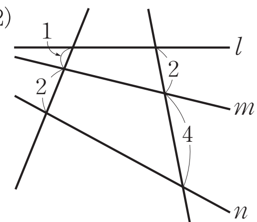
$\overline{AD} : \overline{DC'} = \overline{A'B'} : \overline{B'C'}$ ……②

①, ②에서 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{A'B'} : \overline{B'C'}$

❷ (1)

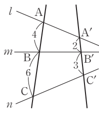


(2)



(1)에서 $l /\!/ m /\!/ n$이면 $a : b = a' : b'$이 성립하지만, $a : b = a' : b'$이 성립한다고 $l /\!/ m /\!/ n$인 것은 아니다. 예를 들어 (2)와 같이 $1 : 2 = 2 : 4$이지만 세 직선 l, m, n은 평행하지 않는 경우가 있다.
따라서 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비가 성립하더라도 평행하지 않은 경우도 있음을 구체적인 예를 통해 지도한다.

❷ …림에서 …=A′B′ : B′C′이 …지만 l, m, n은 서로 평행하지 않다.

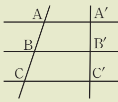


이상을 정리하면 다음과 같다.

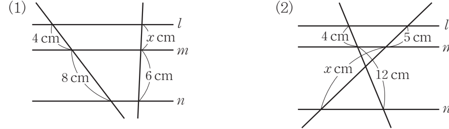
평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비

세 개의 평행선이 다른 두 직선과 만날 때, 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비는 같다.

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{A'B'} : \overline{B'C'}$



문제 4 다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값을 구하여라.

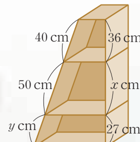




문제 5 문제 4와 같이 세 직선이 평행할 때, 선분의 길이를 구하는 문제를 만들고, 풀어 보아라.



문제 6 지윤이는 오른쪽 그림과 같이 선반이 모두 평행한 장식장을 만들려고 한다. 이때 x, y의 값을 구하여라.

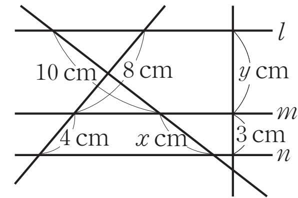




의사소통 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 이용하여 선분 AB를 삼등분하는 방법을 말하여 보자.



예시| 다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x, y의 값을 구하여라.



풀이| $10 : x = 8 : 4$, $x=5$

$8 : 4 = y : 3$, $y=6$

6

목표| 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 이용하여 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 선반이 모두 평행하므로

$40 : 50 = 36 : x$에서 $x=\mathbf{45}$

$40 : y = 36 : 27$에서 $y=\mathbf{30}$

4

목표| 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 이용하여 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

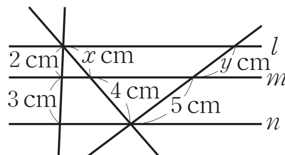
풀이| (1) $4 : 8 = x : 6$, $x=\mathbf{3}$

(2) $4 : 12 = 5 : x$, $x=\mathbf{15}$

5

|출제 의도| 평행선 사이에 있는 선분의 길이를 구하는 문제를 만들고 풀어 봄으로써 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 익숙하게 하기 위한 문제이다.

예시| 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x, y의 값을 구하여라.



풀이| $2 : 3 = x : 4$, $x=\dfrac{8}{3}$

$2 : 3 = y : 5$, $y=\dfrac{10}{3}$

의/사/소/통

|출제 의도| 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비의 관계를 알게 하기 위한 문제이다.

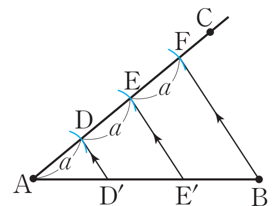
풀이| ❶ 반직선 AC를 긋는다.

❷ 점 A를 중심으로 하고 적당한 길이 a를 반지름으로 하는 원과 반직선 AC와의 교점을 D, 점 D를 중심으로 하고 a를 반지름으로 하는 원과 반직선 AC와의 교점을 E, 점 E를 중심으로 하고 a를 반지름으로 하는 원과 반직선 AC와의 교점을 F라고 한다.

❸ 선분 BF를 긋는다.

❹ 점 D, E를 지나고 선분 BF와 평행한 선분을 그어 $\overline{AB}$와 만나는 점을 각각 D′, E′이라고 한다.

이때 점 D′, E′이 선분 AB를 삼등분하는 점이다.



2-2 닮음의 활용

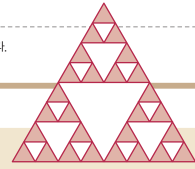
소단원 지도 목표

① 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이해하게 한다.
② 삼각형의 무게중심의 의미와 그 성질을 이해하게 한다.
③ 닮은 도형의 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 알게 한다.
④ 닮은 도형의 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 알게 한다.

교과서 310 쪽

2-2 닮음의 활용

● 닮은 도형의 성질을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.



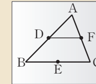
삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 어떠한가?

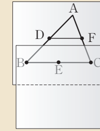
창의력 기르기 시어핀스키 삼각형

정삼각형의 세 변의 중점을 꼭짓점으로 하는 삼각형을 그리면 네 개의 합동인 정삼각형이 생긴다. 이때 가운데 삼각형을 오려 내고 남은 3개의 정삼각형에 위의 과정을 반복하여 만들어지는 삼각형을 시어핀스키 삼각형이라고 한다.

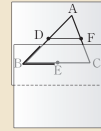
탐구 활동 투명 종이 위에 삼각형 ABC를 그리고 세 변의 중점 D, E, F를 각각 표시한다. 점 D와 F를 연결하고, 다음 물음에 답하여 보자.

●준비물 투명 종이, 자





(가)



(나)

1 (가)와 같이 다른 투명 종이 위에 점 B, E, C를 표시한 다음 $\overline{DF}$와 $\overline{BC}$의 길이를 비교하여 보자.

2 (나)와 같이 다른 투명 종이 위에 ∠ABC를 표시한 다음 ∠ABC와 ∠ADF의 크기를 비교하여 보자. 또 $\overline{DF}$와 $\overline{BC}$의 위치 관계를 말하여 보자.

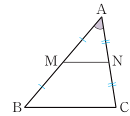
삼각형의 두 변의 중점을 이은 선분과 나머지 한 변은 어떤 관계가 있는지 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 △ABC의 변 AB, AC의 중점을 각각 M, N이라고 하면 △ABC와 △AMN에서

$\overline{AB} : \overline{AM} = \overline{AC} : \overline{AN} = 2 : 1$

∠A는 공통

● 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때, 두 삼각형은 서로 닮음이다.



교수 · 학습상의 유의점

1. 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 정확하게 이해하고 간단하게 기호를 써서 나타낼 수 있게 한다.

2. 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질과 삼각형의 무게중심의 뜻과 성질을 지도할 때에는 연역적인 설명을 강조하지 않는다.

3. 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질은 삼각형의 한 변에 평행한 직선에 대한 성질의 특수한 경우임을 이해하게 한다.

4. 삼각형의 무게중심을 지도할 때에는 삼각형의 외심 또는 내심과의 차이점을 확인하여 서로 혼동하지 않도록 한다.

새로 나온 용어와 기호

- 중선(中線, median line)
- 무게중심(center of gravity)

창의력 기르기 참 / 고 / 자 / 료

시어핀스키 삼각형은 시어핀스키의 이름을 딴 프랙탈 도형이다. 프랙탈(fractal) 도형이란 '파편의', '부서진'이라는 뜻의 라틴어 fractus에서 유래한 조각난 도형을 뜻하는 것으로 어떤 도형의 전체 모양 또는 일부 모양이 끊임없이 반복되는 도형이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 후 투명 종이를 이용하여 변의 길이와 각의 크기를 비교해 봄으로써 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 알게 하려는 것이다.

준비물 • 투명 종이, 자

1. $\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC}$

2. $\angle ABC = \angle ADF$, $\overline{DF} /\!/ \overline{BC}$

교과서 311 쪽

두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AMN$

이다.

따라서 $\angle ABC = \angle AMN$이므로 동위각의 크기가 같게 되어

$\overline{MN} /\!/ \overline{BC}$

이다.

또 $\overline{BC} : \overline{MN} = 2 : 1$이므로

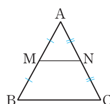
$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$

이다.

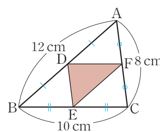
△ABC와 △AMN의 닮음비는 2 : 1이다.

이상을 정리하면 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 한 변과 평행하고, 그 길이는 나머지 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$과 같음을 알 수 있다. 즉,

$\overline{MN} /\!/ \overline{BC},\ \overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$



문제 1 오른쪽 그림의 △ABC에서 세 변 AB, BC, CA의 중점을 각각 D, E, F라고 할 때, △DEF의 세 변의 길이를 각각 구하여라.



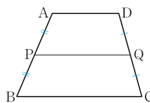


문제 2 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 변 AB, DC의 중점을 각각 P, Q라고 할 때, 다음을 설명하여라.

(1) $\overline{PQ} /\!/ \overline{BC}$

(2) $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$

$\overline{AQ}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선이 만나는 점을 R로 놓고 생각한다.



1

목표| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 D, E, F가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 중점이므로

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = \mathbf{4(cm)}$

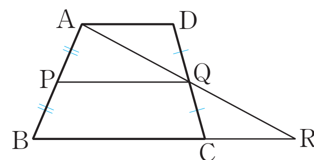
$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = \mathbf{6(cm)}$

$\overline{FD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = \mathbf{5(cm)}$

2

목표| 사다리꼴에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 주어진 성질을 설명할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AQ}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선이 만나는 점을 R라고 하자.



(1) △AQD와 △RQC에서

$\overline{DQ} = \overline{CQ}$ ······ ①

$\angle AQD = \angle RQC$ (맞꼭지각) ······ ②

$\angle ADQ = \angle RCQ$ (엇각) ······ ③

①, ②, ③에서 $\triangle AQD \equiv \triangle RQC$

$\overline{AQ} = \overline{RQ}$

즉, 점 Q는 $\overline{AR}$의 중점이다.

따라서 △ABR에서 선분 PQ는 변 AB, AR의 중점을 연결한 선분이므로

$\overline{PQ} /\!/ \overline{BR}$

$\overline{PQ} /\!/ \overline{BC}$

(2) △ABR에서 선분 PQ는 변 AB, AR의 중점을 연결한 선분이므로

$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BR} = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{CR})$ ······ ①

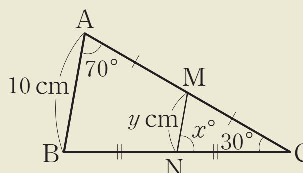
그런데 $\triangle AQD \equiv \triangle RQC$이므로

$\overline{CR} = \overline{DA}$ ······ ②

①, ②에서 $\overline{PQ} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$

기/초/력 향상 문제

1 다음 그림과 같이 △ABC에서 변 AC와 BC의 중점을 각각 M, N이라고 할 때, x, y의 값을 각각 구하여라.

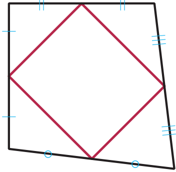


답 **1** $x=80$, $y=5$

본문 해설

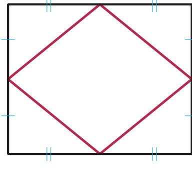
❶ 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하면 여러 가지 사각형에서 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 종류를 알 수 있다.

(1) 사각형



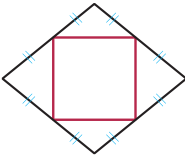
⇨ 평행사변형

(2) 직사각형



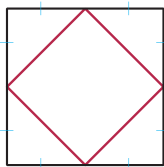
⇨ 마름모

(3) 마름모



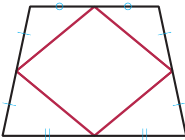
⇨ 직사각형

(4) 정사각형



⇨ 정사각형

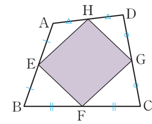
(5) 등변사다리꼴



⇨ 마름모

교과서 312 쪽

예 제 1 ❶ [illegible]D에서 네 변 AB, BC, CD, DA의 중점을 [illegible]E, F, G, H라고 할 때, □EFGH는 평행사변형이다. 그 이유를 설명하여라.



한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.

풀이 대각선 AC를 그으면 △ABC에서 선분 EF는 변 AB, BC의 중점을 연결한 선분이므로

$\overline{EF}/\!/\overline{AC}$, $\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AC}$ ······ ①

또 △ACD에서 선분 GH는 변 CD, DA의 중점을 연결한 선분이므로

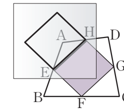
$\overline{HG}/\!/\overline{AC}$, $\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}$ ······ ②

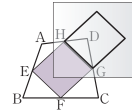
①, ②에서

$\overline{EF}/\!/\overline{HG}$, $\overline{EF}=\overline{HG}$

따라서 □EFGH는 평행사변형이다.

(참고) 투명 종이 위에 □EFGH를 그린 후 투명 종이를 움직여 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같음을 다음과 같이 확인할 수 있다.

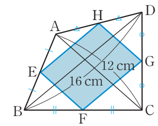




문제 3 오른쪽 그림의 □ABCD에서 변 AB, BC, CD, DA의 중점을 각각 E, F, G, H라고 하자.

$\overline{AC}=12$ cm, $\overline{BD}=16$ cm

일 때, □EFGH의 둘레의 길이를 구하여라.



3

목표| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 사각형의 둘레의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 E, F, G, H는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$의 중점이고, □EFGH는 평행사변형이므로

$\overline{EF}=\overline{HG}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

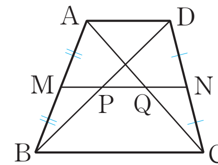
$\overline{EH}=\overline{FG}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 16=8(\text{cm})$

따라서 □EFGH의 둘레의 길이는

$6\times 2+8\times 2=$ **28(cm)**

지/도/자/료 사다리꼴의 두 변의 중점을 연결한 선분

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 중점을 각각 M, N이라고 할 때, 다음이 성립한다.



① $\overline{AD}/\!/\overline{MN}/\!/\overline{BC}$

② $\overline{MN}=\frac{1}{2}(\overline{AD}+\overline{BC})$

③ $\overline{PQ}=\frac{1}{2}(\overline{BC}-\overline{AD})$ (단, $\overline{BC}>\overline{AD}$)

④ $\overline{PQ}\cdot\overline{MN}=\frac{1}{4}(\overline{BC}^2-\overline{AD}^2)$

①, ②, ③, ④는 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 다음과 같이 설명할 수 있다.

교과서 313 쪽

이제 삼각형의 한 변의 중점을 지나고 다른 한 변에 평행한 직선과 나머지 한 변은 어떤 관계가 있는지 알아보자.

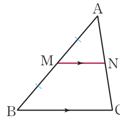
오른쪽 그림과 같이 △ABC에서 변 AB의 중점 M을 지나고 변 BC에 평행한 직선을 그어 변 AC와 만나는 점을 N이라고 하면 $\overline{MN} /\!/ \overline{BC}$이므로

$$\overline{AB} : \overline{AM} = \overline{AC} : \overline{AN} = 2 : 1$$

이다. 즉,

$$\overline{AN} = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

이므로 점 N은 변 AC의 중점이다.



이상을 정리하면 삼각형의 한 변의 중점을 지나고 다른 한 변에 평행한 직선은 나머지 한 변의 중점을 지남을 알 수 있다.

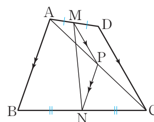
문제 4 $\overline{AB} = \overline{DC}$인 사각형 ABCD에서 변 AD, BC의 중점을 각각 M, N이라고 하자.

$$\overline{MP} /\!/ \overline{DC},\ \overline{PN} /\!/ \overline{AB}$$

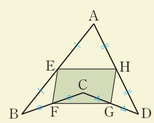
일 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 투명 종이를 이용하여 $\overline{MP}$와 $\overline{PN}$의 길이가 같음을 확인하여라.

(2) △PMN이 이등변삼각형임을 설명하여라.



창의 UP 오른쪽 그림에서 점 E, F, G, H는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$의 중점일 때, □EFGH는 평행사변형임을 설명하여라.



4

목표| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| (1) 투명 종이 위에 $\overline{MP}$를 그린 후 투명 종이를 움직여 $\overline{MP} = \overline{PN}$임을 확인한다.

(2) △ABC에서 점 N은 $\overline{BC}$의 중점이고,

$\overline{PN} /\!/ \overline{AB}$이므로 $\overline{PN} = \frac{1}{2}\overline{AB}$

△ACD에서 점 M은 $\overline{AD}$의 중점이고,

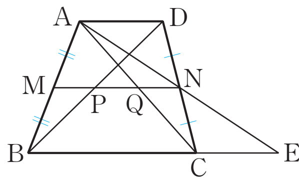
$\overline{MP} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{DC}$

그런데 $\overline{AB} = \overline{DC}$이므로 $\overline{PN} = \overline{MP}$

따라서 △PMN은 이등변삼각형이다.

창의 UP

|출제 의도| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 주어진 사각형이 평행사변형임을 설명할 수 있도록 하기 위한 문제이다.



① $\overline{AN}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 연장선의 교점을 E라고 하면

△AND≡△ENC(ASA 합동)이므로 $\overline{AN} = \overline{EN}$

따라서 △ABE에서 선분 MN은 두 변의 중점을 연결한 선분이므로 $\overline{MN} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{MN} /\!/ \overline{BC}$

② $\overline{MN} = \overline{MP} + \overline{PN} = \frac{1}{2}\overline{AD} + \frac{1}{2}\overline{BC}$

$= \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$

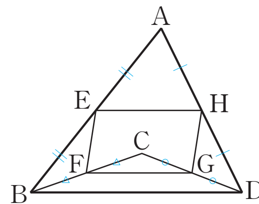
③ $\overline{PQ} = \overline{MQ} - \overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{BC} - \frac{1}{2}\overline{AD}$

$= \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{AD})$

④ $\overline{PQ} \cdot \overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{BC} - \overline{AD}) \times \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC})$

$= \frac{1}{4}(\overline{BC}^2 - \overline{AD}^2)$

풀이|



그림과 같이 △ABD에서 점 E, H가 변 AB, AD의 중점을 연결한 선분이므로

$\overline{EH} /\!/ \overline{BD}$, $\overline{EH} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ …… ①

마찬가지로 △CBD에서 점 F, G가 변 CB, CD의 중점을 연결한 선분이므로

$\overline{FG} /\!/ \overline{BD}$, $\overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ …… ②

①, ②에 의하여

$\overline{EH} = \overline{FG}$, $\overline{EH} /\!/ \overline{FG}$

이므로 □EFGH는 평행사변형이다.

창의력 기르기 참/고/자/료

마이산의 돌탑에 대한 자세한 정보는 진안군 홈페이지(http://jinan.go.kr)의 [진안 문화관광] – [관광지 소개] 메뉴를 선택하면 알아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 삼각형을 손가락 위에 올려 평형을 이루는 점을 찾아보고, 그 점이 삼각형의 각 꼭짓점과 대변의 중심을 잇는 선분이 만나는 점임을 확인해 봄으로써 삼각형의 무게중심의 의미와 위치를 알게 하려는 것이다.
준비물 • 두꺼운 종이, 가위

1. 삼각형 모양의 색종이 ABC를 손가락 위에 올려놓아 평형을 이루는 곳의 위치를 찾아 점을 찍는다.

2. 선분이 만나는 점은 **1**에서 찍은 점과 일치한다.

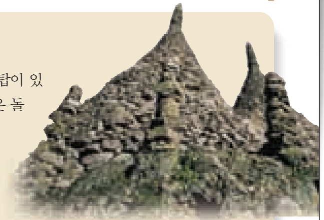
교과서 314 쪽

삼각형의 무게중심이란 무엇인가?

창의력 기르기

마이산 돌탑

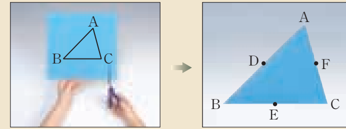
전라북도 진안에 있는 마이산에는 많은 돌탑이 있다. 이 돌탑은 모양과 크기가 일정하지 않은 돌을 사용하여 쌓았지만 심한 강풍에도 무너지지 않는다고 한다. 이와 같이 튼튼한 돌탑을 쌓으려면 돌의 무게와 모양에 따라 중심을 잘 맞추어야 한다.



탐구 활동

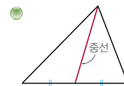
● 준비물
두꺼운 종이, 가위

두꺼운 종이에 △ABC를 그리고 오려낸 다음 각 변의 중점 D, E, F를 표시한 후 물음에 답하여 보자.



1 삼각형을 손가락 위에 올려놓아 평형을 이루었을 때 손가락이 받치는 위치에 점을 찍어 보자.

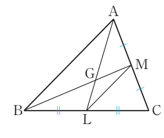
2 각 꼭짓점과 대변의 중점을 잇는 선분이 만나는 점은 1에서 찍은 점과 일치하는지 확인하여 보자.



삼각형의 한 꼭짓점과 그 대변의 중점을 이은 선분을 **중선**이라고 한다. 한 삼각 ... 는 세 개의 중선이 있다.

❶ ... 삼각형의 세 중선이 한 점에서 만나는지 알아보자.

... 른쪽 그림과 같이 △ABC의 두 중선 AL, BM의 교점을 G라고 하자.



점 L, M은 각각 변 BC, AC의 중점이므로

$$\overline{ML} /\!/ \overline{AB},\ \overline{ML}=\frac{1}{2}\overline{AB}$$

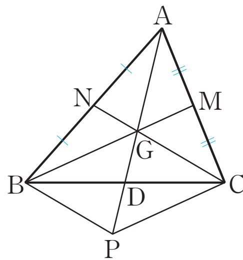
이다. 따라서 △GAB∽△GLM이고, 두 삼각형의 닮음비가 2 : 1이므로

$$\overline{AG} : \overline{LG}=\overline{BG} : \overline{MG}=2 : 1$$

이다. 즉, 점 G는 중선 AL, BM을 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

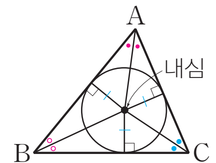
본문 해설

❶ 삼각형의 세 중선이 한 점에서 만나는 것을 다음과 같이 설명할 수도 있다.
△ABC의 두 중선 $\overline{BM}$, $\overline{CN}$의 교점을 G라 하고, $\overline{AG}=\overline{GP}$가 되도록 $\overline{AG}$의 연장선 위에 점 P를 잡으면 △ABP에서 $\overline{AN}=\overline{NB}$, $\overline{AG}=\overline{GP}$이므로 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여 $\overline{NG} /\!/ \overline{BP}$이고, 같은 방법으로 △APC에서 $\overline{MG} /\!/ \overline{CP}$이다.
즉, $\overline{GC} /\!/ \overline{BP}$이고 $\overline{BG} /\!/ \overline{CP}$이므로 □BPCG는 평행사변형이다. 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{AP}$는 $\overline{BC}$를 이등분한다.
즉, △ABC의 세 중선은 한 점에서 만난다.

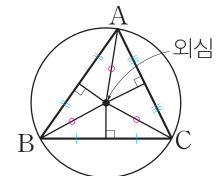


지/도/자/료 삼각형의 오심

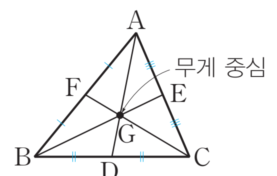
(1) 내심(innercenter)
삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점으로 세 변에 이르는 거리가 같은 내접원의 중심이다.



(2) 외심(circumcenter)
삼각형의 세 변의 수직이등분선의 교점으로 세 꼭짓점에 이르는 거리가 같은 외접원의 중심이다.



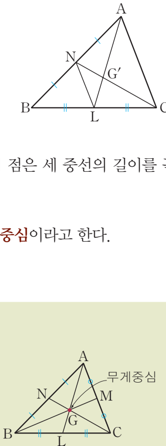
(3) 무게중심(center of gravity)
삼각형의 세 중선의 교점으로 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다. 또 중선에 의해 나누어져 나타나는 6개의 삼각형의 넓이는 서로 같다.



교과서 315 쪽

같은 방법으로 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 두 중선 AL, CN의 교점을 G′이라고 하면, 점 G′은 중선 AL, CN을 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

따라서 점 G와 G′은 중선 AL을 2 : 1로 나누는 점이므로 일치한다.



그러므로 △ABC의 세 중선은 한 점에서 만나고, 이 점은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나누는 것을 알 수 있다.

이때 삼각형의 세 중선이 만나는 점을 삼각형의 **무게중심**이라고 한다.

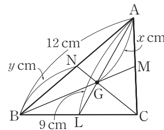
이상을 정리하면 다음과 같다.



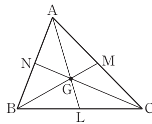
삼각형의 무게중심

삼각형의 세 중선은 한 점(무게중심)에서 만나고, 이 점은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.

$\overline{AG}:\overline{GL}=\overline{BG}:\overline{GM}=\overline{CG}:\overline{GN}=2:1$



문제 5 오른쪽 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심이고 $\overline{AB}=12$ cm, $\overline{AL}=9$ cm일 때, x, y의 값을 구하여라.





문제 6 오른쪽 그림에서 점 G가 △ABC의 무게중심이고 △GBL의 넓이를 1이라고 할 때, 다음 삼각형의 넓이를 구하여라.

(1) △GBC (2) △ABC

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

A, N, M, G, B, L, C

5

목표| 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 G는 △ABC의 무게중심이므로 $\overline{AL}$을 2 : 1로 나눈다.

$x=\frac{2}{3}\overline{AL}=\frac{2}{3}\times 9=\mathbf{6}$

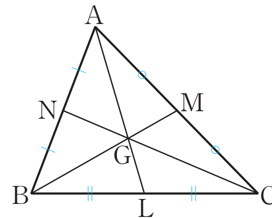
삼각형의 무게중심은 세 중선의 교점이므로 점 N은 $\overline{AB}$의 중점이다.

$y=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=\mathbf{6}$

6

목표| 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 주어진 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이|



(1) △GBL과 △GCL에서

$\overline{BL}=\overline{LC}$이고 높이가 같으므로

$\triangle GBL=\triangle GCL=1$

$\triangle GBC=\triangle GBL+\triangle GCL$

$=1+1=\mathbf{2}$

(2) △ABG와 △GBL에서

$\overline{AG}:\overline{GL}=2:1$이고 높이가 같으므로

$\triangle ABG=2\triangle GBL=2\times 1=2$

$\triangle ABL=\triangle ABG+\triangle GBL=2+1=3$

또 △ABL과 △ACL에서

$\overline{BL}=\overline{LC}$이고 높이가 같으므로

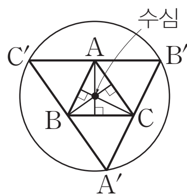
$\triangle ABL=\triangle ACL=3$

$\triangle ABC=\triangle ABL+\triangle ACL$

$=3+3=\mathbf{6}$

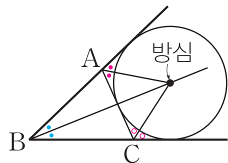
(4) 수심(orthocenter)

삼각형의 세 꼭짓점에서 대변에 내린 수선의 교점으로 △ABC의 꼭짓점을 지나고 대변에 평행한 선분을 그어 만들어지는 삼각형을 △A′B′C′이라고 하면 △ABC의 수심은 △A′B′C′의 외심이 된다.



(5) 방심(excenter)

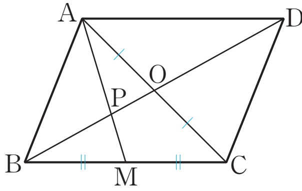
삼각형의 한 내각의 이등분선과 다른 두 외각의 이등분선의 교점으로 방접원의 중심이다. (방심은 3개 존재한다.)



7

목표| 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이|



평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라고 하면 $\overline{AO}=\overline{CO}$

$\triangle$ABC에서 $\overline{AM}$, $\overline{BO}$는 중선이므로 점 P는 $\triangle$ABC의 무게중심이다.

$\overline{BO}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 30=15(\text{cm})$

$\overline{BP}=\frac{2}{3}\overline{BO}=\frac{2}{3}\times 15=\mathbf{10(cm)}$

8

목표| 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times 18=6(\text{cm})$

점 G′은 $\triangle$GBC의 무게중심이므로

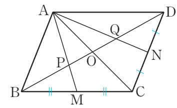
$\overline{GG'}=\frac{2}{3}\overline{GD}=\frac{2}{3}\times 6=\mathbf{4(cm)}$

교과서 316 쪽

예 제 2 평행사변형 ABCD에서 변 BC, CD의 중점을 각각 M, N이라 하고, 대각선 BD와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$의 교점을 각각 P, Q라고 하면

$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$

임을 설명하여라.



평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

풀이 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라고 하면

$\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

$\triangle$ABC에서 $\overline{AM}$, $\overline{BO}$는 중선이므로 점 P는 $\triangle$ABC의 무게중심이다.

$\overline{BP}=\frac{2}{3}\overline{BO}$, $\overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{BO}$ …… ①

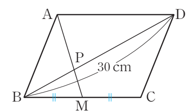
마찬가지로 $\triangle$ACD에서

$\overline{DQ}=\frac{2}{3}\overline{DO}$, $\overline{QO}=\frac{1}{3}\overline{DO}$ …… ②

$\overline{BO}=\overline{DO}$이므로 ①, ②에서

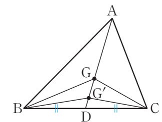
$\overline{BP}=\overline{PQ}=\overline{QD}$

문제 7 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 M은 변 BC의 중점이고 $\overline{BD}=30$ cm일 때, $\overline{BP}$의 길이를 구하여라.





문제 8 오른쪽 그림과 같은 $\triangle$ABC에서 $\overline{AD}$는 $\triangle$ABC의 한 중선이고, 점 G, G′은 각각 $\triangle$ABC, $\triangle$GBC의 무게중심이다. $\overline{AD}=18$ cm일 때, $\overline{GG'}$의 길이를 구하여라.



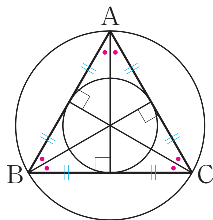


추론 정삼각형의 내심, 외심, 무게중심은 일치한다. 그 이유를 설명하여 보자.

추/론

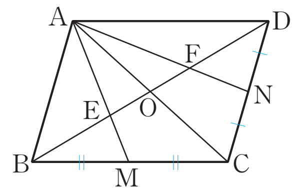
|출제 의도| 정삼각형의 내심, 외심, 무게중심의 성질을 이용하여 이 세 점이 일치하는 도형은 정삼각형임을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 정삼각형은 이등변삼각형이므로 세 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.
따라서 내각의 이등분선, 변의 수직이등분선, 중선이 모두 일치하므로 내심, 외심, 무게중심이 일치한다.



지/도/자/료

오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 삼각형의 무게중심을 이용하면 여러 가지 성질을 설명할 수 있다.



① $\overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FD}=\frac{1}{3}\overline{BD}$

② $\triangle ABE=\frac{1}{3}\triangle ABD=\frac{1}{6}\square ABCD$

③ $\triangle EBM=\frac{1}{2}\triangle ABE=\frac{1}{12}\square ABCD$

닮음비와 넓이의 비 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐구 활동 닮은 도형에 대한 다음 표를 보고, 물음에 답하여 보자.

닮은 도형	(한 변의 길이가 2, 3인 두 정사각형)	(반지름의 길이가 3, 5인 두 원)
닮음비		
넓이의 비		

1 닮음비를 각각 써넣어 보자.

2 각각의 넓이를 구하여 넓이의 비를 써넣어 보자.

3 닮음비와 넓이의 비 사이에는 어떤 관계가 있는지 말하여 보자.

닮은 도형에서 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 알아보자.

오른쪽 그림에서 △ABC와 △A′B′C′은 닮음비가 $1:k$인 닮은 도형이다.

따라서 △ABC와 △A′B′C′의 넓이의 비는

$$\triangle ABC : \triangle A'B'C' = \frac{1}{2}ah : \frac{1}{2}(ka)(kh) = \frac{1}{2}ah : \frac{1}{2}ahk^2 = 1 : k^2$$

이다. 즉, 서로 닮은 두 삼각형의 닮음비가 $1:k$이면 넓이의 비는 $1:k^2$임을 알 수 있다.

일반적으로 다음이 성립한다.

❶ **도형의 넓이의 비**

도형의 넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같다.
즉, 닮음비가 $m:n$이면 넓이의 비는 $m^2:n^2$이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 서로 닮은 두 도형의 닮음비와 넓이의 비를 직접 구해 봄으로써 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 알게 하려는 것이다.

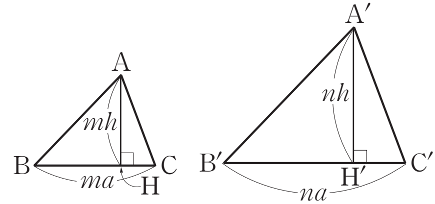
1. 두 정사각형의 닮음비는 **2 : 3**이고, 두 원의 닮음비는 **3 : 5**이다.

2. 두 정사각형의 넓이는 각각 4, 9이므로 넓이의 비는 **4 : 9**이다.
두 원의 넓이는 각각 9π, 25π이므로 넓이의 비는 $9\pi : 25\pi =$ **9 : 25**이다.

3. 닮은 도형의 넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같다.

본문 해설

❶ 다음 그림과 같이 닮음비가 $m:n$인 △ABC와 △A′B′C′을 이용하여 설명할 수도 있다.



$$\triangle ABC : \triangle A'B'C' = \frac{1}{2}(ma)(mh) : \frac{1}{2}(na)(nh) = \frac{1}{2}m^2ah : \frac{1}{2}n^2ah = m^2 : n^2$$

지/도/자/료 닮음비와 넓이의 비의 관계 지도

모든 평면도형은 유한개 또는 무한개의 삼각형으로 이루어졌다고 볼 수 있으므로 서로 닮은 두 삼각형의 넓이의 비가 닮음비의 제곱과 같음을 보이면 모든 닮은 도형의 넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같다는 것을 알 수 있다.
따라서 닮은 도형에서 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계는 삼각형에서만 설명하고 이 성질이 일반적인 도형에서도 성립함을 추측할 수 있도록 지도한다.

기/초/력 향상 문제

1 두 원 O와 O′의 닮음비가 $2:3$이고 원 O의 넓이가 4π일 때, O′의 넓이를 구하여라.

2 서로 닮은 두 마름모의 닮음비가 $3:5$이다. 큰 마름모의 넓이가 10일 때, 작은 마름모의 넓이를 구하여라.

3 서로 닮은 두 평행사변형의 넓이의 비가 $1:4$일 때, 두 평행사변형의 닮음비를 구하여라.

답 **1** 9π **2** $\frac{18}{5}$ **3** $1:2$

9

목표| 서로 닮은 두 도형의 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 이용하여 주어진 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| △ABC와 △DEF의 닮음비가 3 : 4이고, 넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같으므로

$3^2 : 4^2 = 9 : 16$

△DEF의 넓이가 64 cm^2이므로

△ABC : 64 = 9 : 16

△ABC = **36(cm^2)**

10

목표| 서로 닮은 두 삼각형의 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 활용하여 주어진 도형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| △ABC와 △ADE에서

∠A는 공통 ……①

∠ABC = ∠ADE (동위각) ……②

①, ②에서 △ABC∽△ADE

이때 닮음비는

$\overline{AC} : \overline{AE} = (6+4) : 6 = 5 : 3$

이므로 넓이의 비는 $5^2 : 3^2 = 25 : 9$

그런데 △ADE의 넓이가 18 cm^2이므로

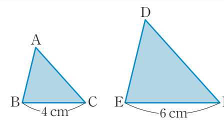
△ABC : △ADE = △ABC : 18 = 25 : 9

△ABC = 50(cm^2)

□DBCE = △ABC − △ADE = 50 − 18 = **32(cm^2)**

교과서 318 쪽

예 제 3 오른쪽 그림에서 △ABC∽△DEF이다. △ABC의 넓이가 8 cm^2일 때, △DEF의 넓이를 구하여라.



● 풀이 △ABC와 △DEF의 닮음비는

$\overline{BC} : \overline{EF} = 4 : 6 = 2 : 3$

넓이의 비는 닮음비의 제곱과 같으므로

$2^2 : 3^2 = 4 : 9$

따라서 △ABC의 넓이가 8 cm^2이므로

△ABC : △DEF = 8 : △DEF = 4 : 9

△DEF = 18(cm^2)

답 ● 18 cm^2

문제 9 서로 닮은 두 삼각형 ABC와 DEF의 닮음비가 3 : 4이고 △DEF의 넓이가 64 cm^2일 때, △ABC의 넓이를 구하여라.

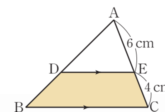


발전 **문제 10** 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이고

$\overline{AE} = 6$ cm, $\overline{EC} = 4$ cm

이다. △ADE의 넓이가 18 cm^2일 때, □DBCE의 넓이를 구하여라.

● □DBCE의 넓이는 △ABC의 넓이에서 △ADE의 넓이를 뺀 것이다.





문제해결 조너선 스위프트(Jonathan Swift : 1667~1745)의 "걸리버 여행기"에는 걸리버가 소인국에서 겪는 이야기가 나온다. 모든 것의 크기가 12분의 1인 소인국에서 걸리버의 옷에 사용되는 옷감의 넓이는 소인국 사람의 옷에 사용되는 옷감의 넓이의 몇 배인지 구하여 보자.

문/제/해/결

|출제 의도| 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 이해하고, 다양한 상황에서 이를 활용할 수 있게 하기 위한 문제이다.

풀이| 닮음비는 1 : 12이므로 넓이의 비는 1 : 144이다. 따라서 걸리버에게 필요한 옷감의 넓이는 소인국 사람에게 필요한 옷감의 넓이의 144배이다.

읽/기/자/료 걸리버 여행기

영국의 소설가 조너선 스위프트(Jonathan Swift: 1667~1745)의 "걸리버 여행기"는 걸리버가 소인국과 거인국에서 겪는 모험담을 그리고 있다. 이때 소인국의 사람, 동물, 물건 등의 크기는 걸리버가 살고 있는 나라의 $\frac{1}{12}$배로 나타나고 있는데, 이를 기준으로 닮음비를 이용하여 이야기 속에 정확한 숫자가 이용되고 있다.

예를 들어, 걸리버의 옷을 만들기 위해서는 소인국 사람 한 명에게 사용되는 옷감의 $12^2 = 144$배의 옷감이 필요했고, 재단사 300명이 동원되었다고 하였다. 두께도 2배는 되어야 한다는 점을 생각하면 144의 약 2배인 300명이 적당하다고 생각했을 것이다.

또 걸리버의 한 끼 식사량은 소인국 사람의 한 끼 식사량의 $12^3 = 1728$배로 1728인분을 준비했다고 한다.

교과서 319 쪽

닮음비와 부피의 비 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐구 활동 닮은 도형에 대한 다음 표를 보고, 물음에 답하여 보자.

닮은 도형		
닮음비		
부피의 비		

1 닮음비를 각각 써넣어 보자.

2 각각의 부피를 구하여 부피의 비를 써넣어 보자.

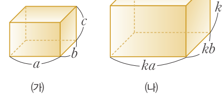
3 닮음비와 부피의 비 사이에는 어떤 관계가 있는지 말하여 보자.



닮은 도형에서 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 알아보자.

오른쪽 그림에서 직육면체 (가)와 (나)는 닮음비가 $1:k$인 닮은 도형이다.

따라서 직육면체 (가)의 부피 V와 (나)의 부피 V'의 비는



$$V:V'=abc:(ka)(kb)(kc)$$
$$=abc:abck^3$$
$$=1:k^3$$

이다. 즉, 서로 닮은 두 직육면체의 닮음비가 $1:k$이면 부피의 비는 $1:k^3$임을 알 수 있다.

일반적으로 다음이 성립한다.

닮은 도형의 부피의 비

닮은 도형의 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같다.
즉, 닮음비가 $m:n$이면 부피의 비는 $m^3:n^3$이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 서로 닮은 두 입체도형의 닮음비와 부피의 비를 직접 구해 봄으로써 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 알게 하려는 것이다.

1. 두 정육면체의 닮음비는 $\mathbf{2:5}$이고, 두 원기둥의 닮음비는 $\mathbf{2:3}$이다.

2. 두 정육면체의 부피는 각각 2^3, 5^3
따라서 부피의 비는 $\mathbf{8:125}$이다.
두 원기둥의 부피는 각각 $\pi\times2^2\times4$, $\pi\times3^2\times6$
따라서 부피의 비는 $16\pi:54\pi=\mathbf{8:27}$이다.

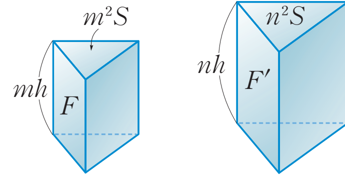
3. 닮은 입체도형의 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같다.

지/도/자/료

다음과 같이 입체도형에서 닮음비가 $m:n$이면 부피의 비는 $m^3:n^3$이다.

(1) 삼각기둥

닮음비가 $m:n$인 두 삼각기둥의 부피를 각각 F, F'이라고 하면

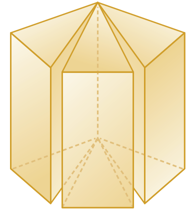


$$F:F'=m^2S\times(mh):n^2S\times nh$$
$$=m^3Sh:n^3Sh$$
$$=m^3:n^3$$

따라서 두 닮은 삼각기둥의 부피의 비는 $m^3:n^3$이다.

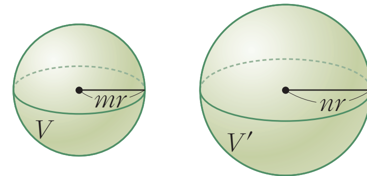
(2) 각기둥

일반적으로 각기둥은 오른쪽 그림과 같이 여러 개의 삼각기둥으로 나누어 생각할 수 있으므로 닮음비가 $m:n$인 두 닮은 각기둥의 부피의 비는 삼각기둥의 경우와 같이 $m^3:n^3$이다.



(3) 구

닮음비가 $m:n$인 두 구의 부피를 각각 V, V', 반지름의 길이를 각각 mr, nr이라고 하면



$$V:V'=\frac{4}{3}\pi(mr)^3:\frac{4}{3}\pi(nr)^3$$
$$=\frac{4}{3}\pi m^3r^3:\frac{4}{3}\pi n^3r^3$$
$$=m^3:n^3$$

따라서 두 구의 부피의 비는 $m^3:n^3$이다.

11

목표| 서로 닮은 두 입체도형의 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 이용하여 주어진 음료수 캔의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| 음료수 캔 ㈎와 ㈏의 닮음비가 $3:4$이고, 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같으므로

$3^3:4^3=27:64$

음료수 캔 ㈎의 부피를 V라고 하면 음료수 캔 ㈏의 부피가 $192\ \text{cm}^3$이므로

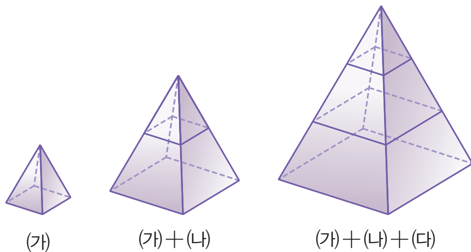
$V:192=27:64$

$\mathbf{V=81(cm^3)}$

12

목표| 서로 닮은 입체도형의 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이|



위의 세 정사각뿔은 모두 닮음이고, 닮음비가 $1:2:3$이므로 세 정사각뿔의 부피를 각각 V_1, V_2, V_3이라고 하면

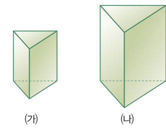
$$V_1:V_2:V_3=1^3:2^3:3^3$$
$$=1:8:27$$

따라서 입체도형 ㈎, ㈏, ㈐의 부피의 비는

$$V_1:(V_2-V_1):(V_3-V_2)=1:(8-1):(27-8)$$
$$=\mathbf{1:7:19}$$

교과서 320 쪽

예제 4 오른쪽 그림과 같이 서로 닮은 두 삼각기둥 ㈎와 ㈏의 닮음비가 $2:3$이고 삼각기둥 ㈎의 부피가 $80\ \text{cm}^3$일 때, 삼각기둥 ㈏의 부피를 구하여라.



● 풀이 삼각기둥 ㈎와 ㈏의 부피를 각각 V, V'이라고 하면 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같으므로

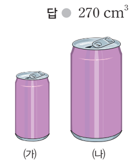
$$V:V'=2^3:3^3=8:27$$

㈎의 부피가 $80\ \text{cm}^3$이므로

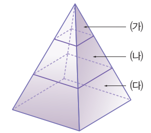
$$80:V'=8:27,\ V'=270(\text{cm}^3)$$

답 ● $270\ \text{cm}^3$

문제 11 오른쪽 그림과 같이 서로 닮은 두 음료수 캔 ㈎와 ㈏의 닮음비가 $3:4$이고 음료수 캔 ㈏의 부피가 $192\ \text{cm}^3$일 때, 음료수 캔 ㈎의 부피를 구하여라.



발전 문제 12 오른쪽 그림과 같이 정사각뿔을 밑면에 평행한 두 평면으로 잘라 높이를 삼등분할 때, 입체도형 ㈎, ㈏, ㈐의 부피의 비를 구하여라.



수학이 만난 세상 속 직업 이야기

산업 잠수사

새로운 자원의 개발과 수자원 보호에 관한 인식이 높아짐에 따라 수중 작업의 필요성이 점점 커지고 있다. 수중 작업은 안전한 잠수 장비를 사용하여 수중의 물체나 상태를 조사, 탐색하고 촬영하는 전문가에 의하여 이루어지는데, 이들을 산업 잠수사라고 한다. 산업 잠수사가 카메라로 촬영한 수중 사진은 닮음비를 이용하여 실제 자원의 양을 추정하는 데 이용된다.

직/업/관/련/자/료 산업 잠수사

근무 환경 ● 수중 전문 건설 업체나 선박 구난 업체, 해경 특수기동대, 119 구조대, 정유 회사, 원자력 발전소, 해양개발 연구소 등에 종사하고, 수중 공사 관련 업무, 배의 하부와 프로펠러의 촬영 · 조사 · 수리 · 보수, 선박 구난이나 침몰선 조사 및 인양, 선박의 노후된 부품 교체 등의 일을 한다.

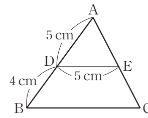
자격증 ● 노동부 주관으로 한국산업인력공단에서 시행하는 잠수기능사와 잠수 산업 기사 등 2종이 있고, 잠수와 관련된 비전공의 비파괴검사, 용접, 발파, 촬영 등의 자격증도 취득할 수 있다.

적성 및 능력 ● 높은 수압을 이겨내야 하고, 외부 세계와 고립된 채 작업해야 하므로 인내심과 강한 의지가 필요하다. 또 신체가 대단히 강건해야 하고, 돌발 사태가 발생했을 때 침착한 행동을 할 수 있도록 순발력과 시각, 청각, 촉각 등의 감각이 뛰어나야 한다.

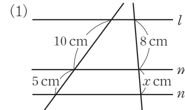
교과서 321 쪽

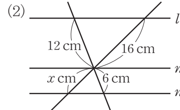
중/단/원 기초

1 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, 다음을 구하여라.
(1) $\overline{AE} : \overline{AC}$ (2) $\overline{DE} : \overline{BC}$

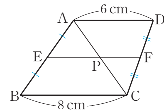


2 다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x의 값을 구하여라.

(1)


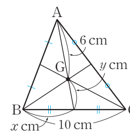
(2)


3 오른쪽 그림에서 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 사다리꼴이고 점 E, F는 각각 변 AB, DC의 중점일 때, 다음의 길이를 구하여라.
(1) $\overline{EP}$ (2) $\overline{PF}$ (3) $\overline{EF}$



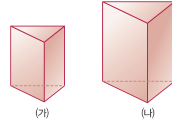
삼각형의 무게중심은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나눈다.

4 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이다. 이때 x, y의 값을 구하여라.



닮은 도형의 부피의 비는 닮음비의 세제곱과 같다.

5 오른쪽 그림과 같이 서로 닮은 두 삼각기둥 (가)와 (나)의 닮음비가 3 : 4이고 삼각기둥 (가)의 부피가 81 cm^3일 때, 삼각기둥 (나)의 부피를 구하여라.



중/단/원 기초

1

목표| 삼각형의 한 변에 평행한 직선과 삼각형의 변 사이의 관계를 이용하여 선분의 길이의 비를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로

(1) $\overline{AE} : \overline{AC} = \overline{AD} : \overline{AB} = 5 : (5+4) = \mathbf{5 : 9}$

(2) $\overline{DE} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{AB} = 5 : (5+4) = \mathbf{5 : 9}$

2

목표| 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 이용하여 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $10 : 5 = 8 : x$, $x = \mathbf{4}$

(2) $12 : 6 = 16 : x$, $x = \mathbf{8}$

3

목표| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 P는 $\overline{AC}$의 중점이므로

(1) 삼각형 ABC에서

$$\overline{EP} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = \mathbf{4(cm)}$$

(2) 삼각형 ACD에서

$$\overline{PF} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 6 = \mathbf{3(cm)}$$

(3) $\overline{EF} = \overline{EP} + \overline{PF} = 4 + 3 = \mathbf{7(cm)}$

4

목표| 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 꼭짓점 A에서 무게중심을 지나는 선은 중선이므로

$$x = \frac{1}{2}\overline{BC} = \mathbf{5}$$

무게중심 G는 중선을 꼭짓점으로부터 2 : 1로 나누므로

$6 : y = 2 : 1$, $y = \mathbf{3}$

5

목표| 서로 닮은 두 도형의 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 이용하여 삼각기둥의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| 닮음비가 3 : 4이므로 부피의 비는

$3^3 : 4^3 = 27 : 64$

삼각기둥 (나)의 부피를 V라고 하면

$27 : 64 = 81 : V$

$V = \mathbf{192(cm^3)}$

중/단/원 기본

1

목표| 삼각형의 한 변에 평행한 직선의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$이므로

$x : 10 = (12+6) : 12$, $x = \mathbf{15}$

(2) $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AE}$이므로

$x : 8 = 9 : (15-9)$, $x = \mathbf{12}$

2

목표| 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 이용하여 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $x : 9 = 10 : 6$, $x = \mathbf{15}$

$12 : y = 10 : 6$, $y = \mathbf{\frac{36}{5}}$

(2) $6 : (x-6) = 10 : 25$

$10x = 210$, $x = \mathbf{21}$

$y : (28-y) = 10 : 25$

$35y = 280$, $y = \mathbf{8}$

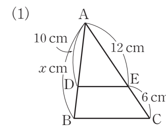
교과서 322 쪽

중/단/원 기본

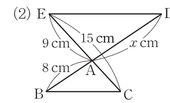
삼각형에서 평행선과 선분의 길이의 비

1 다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, x의 값을 구하여라.

(1)



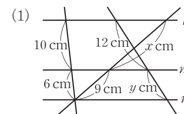
(2)



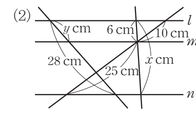
평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비

2 다음 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, x, y의 값을 구하여라.

(1)

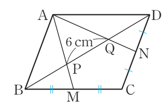


(2)



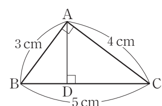
삼각형의 무게중심

3 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 변 BC, CD의 중점을 각각 M, N이라 하고, 대각선 BD와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$의 교점을 각각 P, Q라고 하자. $\overline{PQ} = 6$ cm일 때, 대각선 BD의 길이를 구하여라.



닮은 도형의 넓이의 비

4 오른쪽 그림과 같이 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 할 때, $\triangle ABD$와 $\triangle CAD$의 넓이의 비를 구하여라.



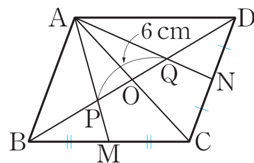
닮은 도형의 부피의 비

5 부피가 25 m^3인 직육면체 모양의 기름 탱크가 있다. 이 탱크의 각 모서리를 2배로 확대하여 새로운 기름 탱크를 만들었을 때, 새로 만든 기름 탱크의 부피를 구하여라.

3

목표| 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라고 하면 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로



$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AM}$, $\overline{BO}$는 중선이므로 점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이다. 즉, $\overline{BP} = 2\overline{PO}$

$\triangle ACD$에서 $\overline{AN}$, $\overline{DO}$는 중선이므로 점 Q는 $\triangle ACD$의 무게중심이다. 즉, $\overline{DQ} = 2\overline{QO}$

$\overline{BD} = \overline{BP} + \overline{PQ} + \overline{DQ}$

$= 2\overline{PO} + \overline{PO} + \overline{QO} + 2\overline{QO}$

$= 3(\overline{PO} + \overline{QO}) = 3\overline{PQ} = \mathbf{18(cm)}$

4

목표| 서로 닮은 두 도형의 닮음비를 이용하여 넓이의 비를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABD \backsim \triangle CAD$이고, 닮음비가 $3 : 4$이므로 넓이의 비는 $3^2 : 4^2 = \mathbf{9 : 16}$

5

목표| 서로 닮은 두 도형의 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 닮음비가 $1 : 2$이므로 부피의 비는

$1^3 : 2^3 = 1 : 8$

새로 만든 기름 탱크의 부피를 x m^3라고 하면

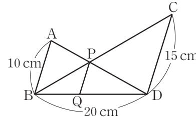
$1 : 8 = 25 : x$

$x = \mathbf{200(m^3)}$

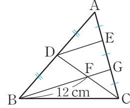
교과서 323 쪽

중/단/원 실력

1 오른쪽 그림에서
$\overline{AB}/\!/\overline{PQ}/\!/\overline{CD}$
일 때, 다음의 길이를 구하여라.
(1) $\overline{BQ}$ (2) $\overline{PQ}$

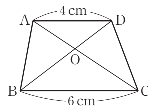


2 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서
$\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{AE}=\overline{EG}=\overline{GC}$
이고 $\overline{BF}=12$ cm일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.

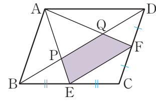


• 닮음비가 $m:n$이면 넓이의 비는 $m^2:n^2$임을 이용한다.

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 △AOD의 넓이가 8 cm²일 때, 다음 도형의 넓이를 구하여라.
(1) △COB (2) △ABD (3) □ABCD

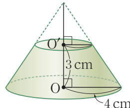


4 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 변 BC, CD의 중점을 각각 E, F라 하고, 대각선 BD와 $\overline{AE}$, $\overline{AF}$의 교점을 각각 P, Q라고 하자. △APQ의 넓이가 12 cm²일 때, □PEFQ의 넓이를 구하여라.



• 닮음비가 $m:n$이면 부피의 비는 $m^3:n^3$임을 이용한다.

5 오른쪽 그림은 밑면의 반지름의 길이가 4 cm이고, 부피가 32π cm³인 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자른 원뿔대이다. $\overline{OO'}=3$ cm일 때, 원뿔대의 부피를 구하여라.



중/단/원 실력

1

목표| 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 이용하여 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| △ABP∽△DCP이므로 $\overline{BP}:\overline{CP}=2:3$

(1) △BDC에서 $\overline{BQ}:\overline{BD}=\overline{BP}:\overline{BC}=2:5$

$\overline{BQ}:20=2:5$, $\overline{BQ}=$**8(cm)**

(2) △BDC에서 $\overline{PQ}:\overline{CD}=\overline{BP}:\overline{BC}$

$\overline{PQ}:15=2:5$, $\overline{PQ}=$**6(cm)**

2

목표| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{DE}/\!/\overline{BG}$, $\overline{DF}=\overline{FC}$이므로

△CDE에서 $\overline{FG}=a$(cm)라고 하면 $\overline{DE}=2a$(cm)

또 △ABG에서 $\overline{DE}:\overline{BG}=1:2$이므로 $a=4$

$\overline{DE}=2a=$**8(cm)**

3

목표| 서로 닮은 두 도형의 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 이용하여 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) △AOD와 △COB의 닮음비가 2 : 3이므로 넓이의 비는 4 : 9

8 : △COB=4 : 9, △COB=**18(cm²)**

(2) $\overline{BO}:\overline{OD}=3:2$이므로

△ABO : 8=3 : 2, △ABO=12(cm²)

△ABD=△ABO+△AOD=**20(cm²)**

(3) $\overline{AO}:\overline{OC}=2:3$이므로

8 : △DOC=2 : 3, △DOC=12(cm²)

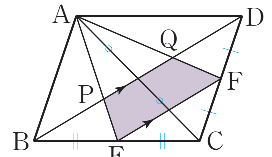
□ABCD=△COB+△ABD+△DOC

=18+20+12=**50(cm²)**

4

목표| 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 P, Q는 각각 △ABC와 △ACD의 무게중심이다.



$\overline{BD}/\!/\overline{EF}$이므로 $\overline{AP}:\overline{AE}=\overline{AQ}:\overline{AF}=2:3$

△APQ와 △AEF의 닮음비는 2 : 3이므로

12 : △AEF=4 : 9, △AEF=27(cm²)

□PEFQ=△AEF−△APQ=**15(cm²)**

5

목표| 서로 닮은 두 도형의 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 이용하여 입체도형의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| 잘라낸 원뿔의 높이를 h cm라고 하면

$\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times(h+3)=32\pi$, $h=3$(cm)

작은 원뿔과 큰 원뿔의 닮음비는 1 : 2이므로

부피의 비는 1 : 8이다.

따라서 구하는 원뿔대의 부피는

$32\pi\times\frac{7}{8}=$**28π(cm³)**

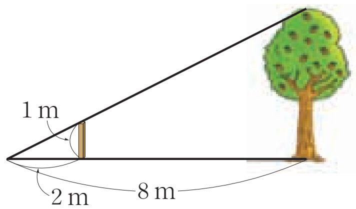
수행 과제

● 수행 과제 의도

이 수행 과제는 선분의 길이의 비에 대한 성질을 바탕으로 실제 높이를 구해 봄으로써 실생활에서 닮음비를 활용할 수 있도록 하기 위한 것이다.

과제 1 _예시

다음 그림과 같이 나무의 그림자 방향 쪽에 막대를 세우고, 막대의 그림자와 나무의 그림자의 끝을 맞추어 그림자 길이를 각각 측정한다.

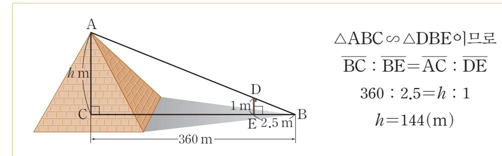


교과서 324 쪽

수행 과제

직접 재지 않고 높이를 구할 수 있을까?

고대 그리스의 수학자 탈레스(Thales ; ?B.C. 624 ~ ?B.C. 546)는 지팡이의 그림자와 피라미드의 그림자를 이용하여 다음과 같이 피라미드의 높이를 구하였다.



이와 같은 방법으로 너무 높아서 직접 측정할 수 없었던 나무의 높이를 구하여 보자.

과제 1 길이가 1 m인 막대를 수직으로 세우고, 막대의 그림자와 나무의 그림자의 길이를 각각 재어 보자.

과제 2 과제 1을 이용하여 탈레스와 같이 직각삼각형을 그려 보자.

과제 3 나무의 높이를 구하여 보자.

교과서 325 쪽

학습에 대한 **자/기/평/가**

이름: ____________

점검 항목				
학습 내용	도형의 닮음의 뜻을 알고, 닮은 도형의 성질을 이해하였는가?			
	삼각형의 닮음조건을 이해하고, 두 삼각형이 닮음인지 판별할 수 있는가?			
	평행선 사이의 선분의 길이의 비를 구할 수 있는가?			
	닮은 도형의 성질을 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있는가?			
학습 태도	학습 준비물을 잘 준비하였는가?			
	수업 시간에 적극적으로 참여하였는가?			
	문제를 풀 때 끈기 있게 도전하였는가?			
	복습과 예습을 꼼꼼히 하였는가?			

재미있었거나 어려웠던 내용 적어 보기

더 알고 싶거나 궁금한 점 적어 보기

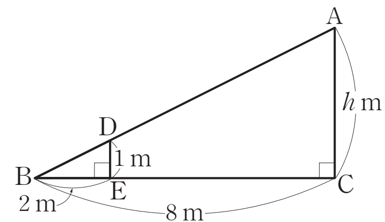
스스로 평가하기



선생님 의견

과제 2 _예시

다음과 같이 직각삼각형을 그린다.



과제 3 _예시

$\triangle ABC \backsim \triangle DBE$이므로

$\overline{BE} : \overline{BC} = \overline{DE} : \overline{AC}$

$2 : 8 = 1 : h$

$h = 4(\text{m})$

교과서 326 쪽

Ⅷ. 도형의 닮음

대단원 핵심 한눈에 보기

① 닮은 도형

닮은 도형	한 도형을 일정한 비율로 확대하거나 축소하여 얻게 된 도형이 다른 도형과 합동이 되는 두 도형
닮은 도형의 성질	(1) 서로 닮은 두 평면도형에서 • 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다. • 대응하는 각의 크기는 각각 같다. (2) 서로 닮은 두 입체도형에서 • 대응하는 모서리의 길이의 비는 일정하다. • 대응하는 면은 서로 닮은 도형이다.

② 삼각형의 닮음조건

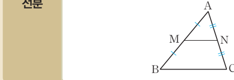
삼각형의 닮음조건	두 삼각형은 다음의 각 경우에 서로 닮음이다. (1) 세 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같을 때 (2) 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때 (3) 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같을 때

③ 평행선과 선분의 길이의 비

삼각형의 한 변과 평행한 선분	△ABC에서 $\overline{BC}$에 평행한 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 또는 그 연장선과 만나는 점을 각각 D, E라고 하면 다음이 성립한다. (1) $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{BC}:\overline{DE}=\overline{AC}:\overline{AE}$ (2) $\overline{AD}:\overline{DB}=\overline{AE}:\overline{EC}$
평행선 사이의 선분	세 개의 평행선이 다른 두 직선과 만날 때, 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비는 같다.

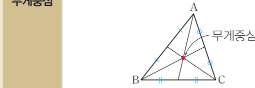
④ 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분	(1) 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 한 변과 평행하고, 그 길이는 나머지 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$과 같다. (2) 삼각형의 한 변의 중점을 지나서 다른 한 변에 평행한 직선은 나머지 한 변의 중점을 지난다.



⑤ 삼각형의 무게중심

삼각형의 무게중심	(1) 중선: 삼각형의 한 꼭짓점과 그 대변의 중점을 이은 선분 (2) 무게중심: 삼각형의 세 중선의 교점 (3) 무게중심은 세 중선의 길이를 꼭짓점으로부터 각각 2 : 1로 나눈다.



⑥ 닮음의 응용

넓이의 비	닮음비가 $m:n$인 두 닮은 도형에서 넓이의 비는 $m^2:n^2$이다.
부피의 비	닮음비가 $m:n$인 두 닮은 도형에서 부피의 비는 $m^3:n^3$이다.

이번 단원에서 배운 용어와 기호

• 닮음, 닮음비, 삼각형의 닮음조건, 중선, 무게중심
• ∽

지도 내용

1. 닮은 도형, 닮음비의 뜻을 알고, 닮은 도형의 성질과 삼각형의 닮음조건 세 가지를 정리할 수 있도록 한다.

2. 삼각형의 한 변에 평행한 직선과 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비, 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해 유도된 삼각형의 무게중심을 이해하게 한다. 또 닮은 도형에서 닮음비와 넓이의 비, 부피의 비 사이의 관계를 정리할 수 있도록 한다.

교과서 327 쪽

만화로 보는 수학 이야기

아빠, 엄마와 닮았어요!



생각 키/우/기 | 우리 주변에서 서로 닮은 물건은 어떤 것들이 있는지 이야기하여 보자.

만화로 보는 수학 이야기

만화에서는 모양이 같은 도형을 닮았다고 한다는 것을 보여주고 있다. 이번 단원에서는 닮은 도형의 성질, 삼각형의 닮음조건, 닮음의 활용에 대하여 지도하였다.

생각 키/우/기

아버지와 나의 얼굴, 교과서와 참고서, 농구공과 축구공, CD 디스크와 LP 디스크, 볼펜과 사인펜, … 등 자유롭게 이야기하도록 지도한다.

대/단/원 평가 문제

1

목표| 항상 닮음인 도형을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ⑤ 두 정오각형은 대응하는 각의 크기가 108°로 각각 같고, 대응하는 변의 길이의 비가 같으므로 항상 닮음이다.

답 ⑤

2

목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 주어진 두 삼각형의 닮음이 되도록 하는 조건을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ① 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$

답 ①

교과서 328 쪽

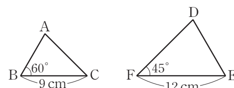
대/단/원 평가 문제

선/택/형

1 다음 중에서 항상 닮음인 것은?

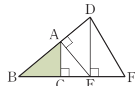
① 두 삼각형 ② 두 원기둥
③ 두 직사각형 ④ 두 삼각뿔
⑤ 두 정오각형

2 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$가 되려면 다음 중에서 어떤 조건을 만족시켜야 하는가?



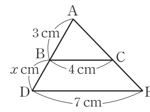
① $\angle C=45^\circ$, $\angle D=75^\circ$
② $\angle C=55^\circ$, $\angle E=80^\circ$
③ $\overline{AB}=6$ cm, $\overline{DE}=8$ cm
④ $\overline{AC}=12$ cm, $\overline{DF}=16$ cm
⑤ $\overline{AB}=12$ cm, $\overline{DF}=15$ cm

3 다음 그림에서 $\overline{AC}\perp\overline{BE}$, $\overline{AE}\perp\overline{BD}$, $\overline{DE}\perp\overline{BF}$일 때, $\triangle ABC$와 닮음이 아닌 삼각형은? (단, $\angle BDF \neq 90^\circ$이다.)



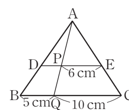
① △DBE ② △DEA ③ △EAC
④ △EBA ⑤ △FBD

4 다음 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때, x의 값은?



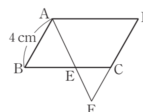
① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{15}{4}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{14}{3}$

5 오른쪽 그림에서 $\overline{BC}/\!/\overline{DE}$일 때, $\overline{DP}$의 길이는?



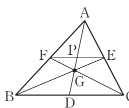
① 2 cm ② 3 cm
③ 4 cm ④ 5 cm
⑤ 6 cm

6 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BE}:\overline{EC}=3:2$일 때, $\overline{CF}$의 길이는?



① 1 cm ② 2 cm
③ $\frac{8}{3}$ cm ④ 3 cm ⑤ $\frac{14}{3}$ cm

7 오른쪽 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심일 때, $\frac{\overline{AP}}{\overline{PG}}$의 값은?

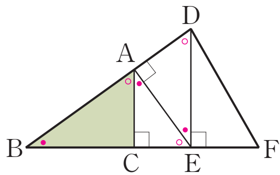


① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

3

목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 닮음인 삼각형을 구분할 수 있게 한다.

풀이|



$\triangle ABC$에서 $\angle ABC=a$라고 하면
$\angle BAC=90^\circ-a$
$\triangle EAC$에서
$\angle EAC=90^\circ-\angle BAC=a$, $\angle AEC=90^\circ-a$
$\triangle DEA$에서
$\angle DEA=90^\circ-\angle AEC=a$, $\angle ADE=90^\circ-a$
따라서 $\triangle ABC$와 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 같은 $\triangle DBE$, $\triangle DEA$, $\triangle EAC$, $\triangle EBA$는 닮음이다.

답 ⑤

4

목표| 삼각형의 한 변에 평행한 직선과 삼각형의 변 사이의 관계를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $3:(x+3)=4:7$
$4(x+3)=21$, $x=\frac{9}{4}$

답 ②

5

목표| 삼각형의 한 변에 평행한 직선과 삼각형의 변 사이의 관계를 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle AQC$에서
$\overline{AP}:\overline{AQ}=6:10=3:5$
$\triangle ABQ$에서
$\overline{DP}:\overline{BQ}=\overline{AP}:\overline{AQ}$, $\overline{DP}:5=3:5$
$\overline{DP}=3$(cm)

답 ②

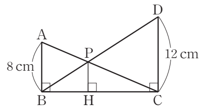
교과서 329 쪽

Ⅷ. 도형의 닮음

8 오른쪽 그림에서 점 D, E, F는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 중점이다. △ABC의 둘레의 길이가 32 cm일 때, △DEF의 둘레의 길이는?

① 12 cm ② 16 cm ③ 24 cm
④ 32 cm ⑤ 64 cm

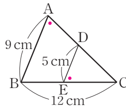
9 다음 그림에서 $\overline{PH}$의 길이는?



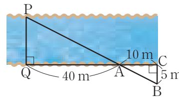
① 3.2 cm ② 4.8 cm ③ 5.9 cm
④ 6.1 cm ⑤ 7.2 cm

서/답/형

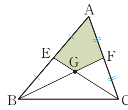
10 오른쪽 그림에서 ∠BAC=∠DEC일 때, $\overline{DC}$의 길이를 구하여라.



11 다음 그림은 직접 측정할 수 없는 강의 폭을 알아보기 위하여 측량한 것이다. $\overline{PQ}$의 길이를 구하여라.

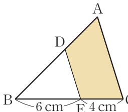


12 오른쪽 그림에서 점 E, F는 각각 변 AB, AC의 중점이다. △ABC의 넓이가 36 cm²일 때, □AEGF의 넓이를 구하여라.



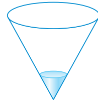
|서술형|

13 오른쪽 그림에서 $\overline{AC}$∥$\overline{DE}$이고 △DBE의 넓이가 18 cm²일 때, □ADEC의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



|서술형|

14 오른쪽 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 20 cm³의 물을 부었더니 그릇 높이의 $\frac{1}{3}$만큼 채워졌다. 이 그릇에 물을 가득 채우기 위해 넣어야 할 물의 양을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



6

목표| 닮음비를 이용하여 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AB}$∥$\overline{CF}$이므로 △ABE∽△FCE

$\overline{BE}$: $\overline{EC}$=3 : 2이므로 $\overline{AB}$: $\overline{CF}$=3 : 2

4 : $\overline{CF}$=3 : 2

$\overline{CF}=\frac{8}{3}$(cm)

답 ③

7

목표| 무게중심의 성질을 이용하여 주어진 선분의 비의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 G가 △ABC의 무게중심이고, 선분 EF가 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$의 중점을 연결한 선분이므로

$\overline{EF}$∥$\overline{BC}$, $\overline{AP}=\overline{PD}$

△FPG∽△CDG이고, $\overline{FG}$: $\overline{GC}$=1 : 2 이므로

$\overline{PG}$: $\overline{GD}$=1 : 2

따라서 $\overline{AP}=\overline{PD}=3\overline{PG}$이므로

$\frac{\overline{AP}}{\overline{PG}}=\frac{3\overline{PG}}{\overline{PG}}=3$

답 ④

8

목표| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 주어진 삼각형의 둘레의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BC}$, $\overline{FE}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}$

따라서 △DEF의 둘레의 길이는

$\overline{DF}+\overline{FE}+\overline{DE}=\frac{1}{2}\times(\overline{BC}+\overline{AB}+\overline{AC})$

$=16$(cm)

답 ②

9

목표| 평행선에서 선분의 길이의 비를 구할 수 있게 한다.

풀이| △PAB∽△PCD이고,

$\overline{AB}$: $\overline{CD}$=8 : 12=2 : 3이므로

$\overline{AP}$: $\overline{CP}$=2 : 3

△CPH∽△CAB이므로

$\overline{PH}$: $\overline{AB}=\overline{CP}$: $\overline{CA}$, $\overline{PH}$: 8=3 : 5

$\overline{PH}=\frac{24}{5}=4.8$(cm)

답 ②

10

목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| △ABC∽△EDC이고, $\overline{AB}$: $\overline{ED}$=9 : 5이므로

$\overline{BC}$: $\overline{DC}$=9 : 5, 12 : $\overline{DC}$=9 : 5

$\overline{DC}=\frac{20}{3}$(cm)

답 $\frac{20}{3}$ cm

11

목표| 삼각형의 닮음조건을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle APQ \backsim \triangle ABC$이므로

$\overline{PQ} : \overline{BC} = \overline{QA} : \overline{CA}$

$\overline{PQ} : 5 = 40 : 10$

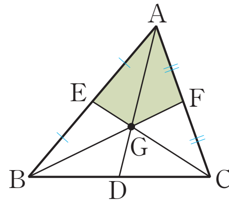
$\overline{PQ} = 20(\mathrm{m})$

답 20 m

12

목표| 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 사각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AG}$의 연장선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라고 하면



$\triangle ABD = \frac{1}{2}\triangle ABC$

$\triangle ABG = \frac{2}{3}\triangle ABD$

$= \frac{1}{3}\triangle ABC$

$\triangle AEG = \frac{1}{2}\triangle ABG$

$= \frac{1}{6}\triangle ABC$

같은 방법으로 $\triangle AFG = \frac{1}{6}\triangle ABC$임도 알 수 있으므로

$\square AEGF = \triangle AEG + \triangle AFG$

$= \frac{1}{3}\triangle ABC$

$= \frac{1}{3} \times 36 = 12(\mathrm{cm}^2)$

답 $12\ \mathrm{cm}^2$

13

목표| 닮음비와 넓이의 비의 관계를 이용하여 주어진 사각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABC \backsim \triangle DBE$이고, 닮음비가 $5 : 3$이므로 넓이의 비는 $5^2 : 3^2 = 25 : 9$ …㉠

$\triangle ABC$의 넓이를 $x\ \mathrm{cm}^2$라고 하면

$25 : 9 = x : 18$, $x = 50(\mathrm{cm}^2)$ …㉡

$\square ADEC = \triangle ABC - \triangle DBE$

$= 50 - 18 = 32(\mathrm{cm}^2)$ …㉢

답 $32\ \mathrm{cm}^2$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	넓이의 비 구하기	㉠	30%
	$\triangle ABC$의 넓이 구하기	㉡	50%
답 구하기	$\square ADEC$의 넓이 구하기	㉢	20%

14

목표| 닮음비와 부피의 비의 관계를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 원뿔 모양의 그릇과 물의 부피의 비는

$3^3 : 1^3 = 27 : 1$ …㉠

물의 양이 $20\ \mathrm{cm}^3$이므로 $27 : 1 = $(그릇의 부피)$: 20$

(그릇의 부피)$= 540(\mathrm{cm}^3)$ …㉡

따라서 물을 가득 채우려면 $540 - 20 = 520(\mathrm{cm}^3)$의 물을 더 넣어야 한다. …㉢

답 $520\ \mathrm{cm}^3$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	부피의 비 구하기	㉠	30%
	그릇의 부피 구하기	㉡	50%
답 구하기	더 넣어야 하는 물의 양 구하기	㉢	20%

교과서 330 쪽

컴퓨터의 활용

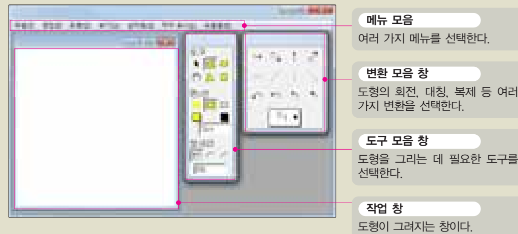
컴퓨터로 테셀레이션을 만들어 보자.

평면을 그림이나 도형으로 빈틈없이 겹치지 않게 덮는 것을 테셀레이션이라고 하는데, 이는 라틴 어의 정사각형 모양의 돌 또는 타일을 뜻하는 테셀라(tessella)에서 유래된 말로 우리말로는 '쪽매 맞춤'이라고 한다.

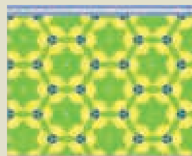
컴퓨터로 테셀레이션을 만들어 보자.

1 프로그램의 사용 방법을 알아보자.

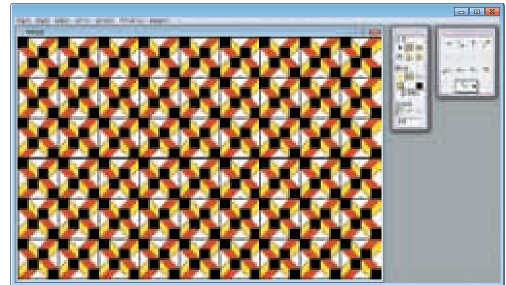
프로그램을 실행시키면 다음과 같은 화면이 나타난다.



2 프로그램을 이용하면 오른쪽 그림과 같은 테셀레이션을 만들 수 있는데, 각자 프로그[illegible]용하여 여러 종류의 테셀레이션을 만들어 보자. ❶



❶ 다음은 테셀레이션 프로그램을 이용하여 만든 간단한 테셀레이션이다.



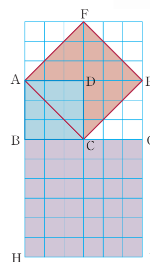
교과서 331 쪽

수학 산책

플라톤의 정사각형의 넓이

플라톤(Platon: B. C. 427~B. C. 347)은 소크라테스(Socrates: B. C. 470~B. C. 399)의 제자로 그리스 최고의 철학자이자 수학자이다. 그는 아테네 교외에 있는 올리브 숲에 '아카데미아'라는 학교를 세우고, 입구에 '기하학을 모르는 사람은 이 문을 들어올 수 없다.'라고 써 붙였을 정도로 수학을 중요하게 생각하였다.

흔히 정사각형의 한 변의 길이를 두 배로 하면 넓이도 두 배가 되는 것으로 착각하기 쉽다. 그러나 길이를 두 배로 하면 넓이는 4배가 된다. 이와 같은 착각을 바로잡기 위하여 플라톤은 정사각형의 넓이를 두 배로 만드는 방법을 다음과 같은 그림을 사용하여 설명하였다.

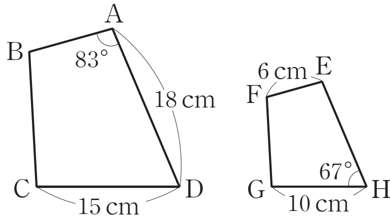


왼쪽 그림과 같이 □ABCD의 한 변의 길이를 두 배로 한 정사각형 □BHIG의 넓이는 □ABCD의 넓이의 4배가 된다. 그런데 모눈을 이용하면 □ACEF의 넓이는 □ABCD의 넓이의 두 배가 됨을 알 수 있다.



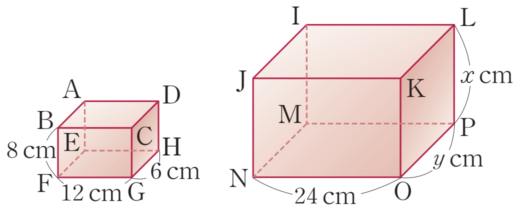
선/택/형

1 아래 그림에서 □ABCD∽□EFGH일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [5점]



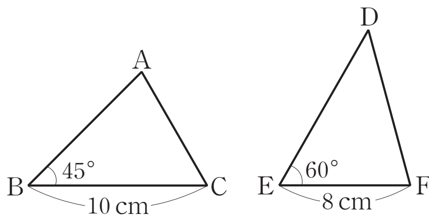
① 닮음비는 3 : 1이다. ② $\angle D=67^\circ$
③ $\overline{EH}=12$ cm ④ $\angle E=83^\circ$
⑤ $\overline{AB}=8$ cm

2 다음 그림에서 두 직육면체는 서로 닮은 도형이다. $\overline{AB}$와 $\overline{IJ}$가 서로 대응하는 모서리일 때, $x+y$의 값은? [5점]



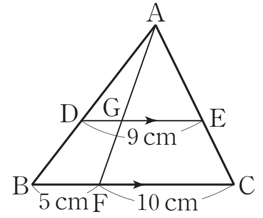
① 25 ② 26 ③ 27
④ 28 ⑤ 29

3 다음의 두 삼각형이 서로 닮은 도형이 되려면 다음 중 어느 조건을 추가해야 하는가? [6점]



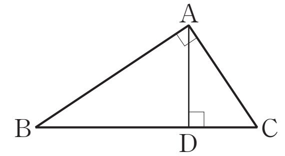
① $\angle A=75^\circ$, $\angle D=45^\circ$
② $\angle C=80^\circ$, $\angle F=55^\circ$
③ $\overline{AB}=8$ cm, $\overline{DE}=6$ cm
④ $\overline{AB}=15$ cm, $\overline{DF}=10$ cm
⑤ $\overline{AC}=16$ cm, $\overline{DF}=10$ cm

4 오른쪽 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$일 때, $\overline{DG}$의 길이는? [6점]



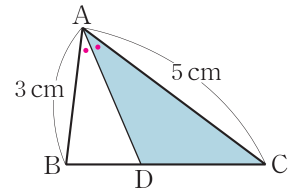
① 2 cm ② $\frac{5}{2}$ cm
③ 3 cm ④ $\frac{7}{2}$ cm
⑤ 4 cm

5 오른쪽 그림과 같이 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AD}\perp\overline{BC}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [6점]



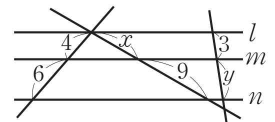
① △ABC∽△DBA ② △ABC∽△DAC
③ △DBA∽△DAC ④ $\overline{AC}^2=\overline{BD}\cdot\overline{BC}$
⑤ $\overline{AD}^2=\overline{BD}\cdot\overline{CD}$

6 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AD}$는 ∠A의 이등분선이다. △ABD의 넓이가 24 cm²일 때, △ACD의 넓이는? [7점]



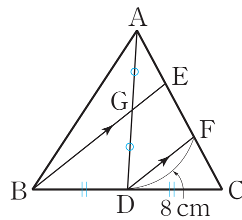
① 10 cm² ② 20 cm² ③ 30 cm²
④ 40 cm² ⑤ 50 cm²

7 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, $x-y$의 값은? [6점]



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$
③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$
⑤ $\frac{9}{2}$

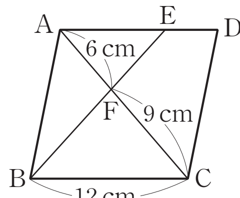
8 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 점 D는 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AG}=\overline{GD}$, $\overline{BE}/\!/\overline{DF}$일 때, $\overline{BG}$의 길이는? [7점]



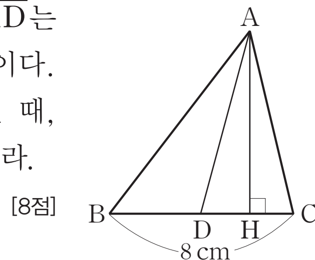
① 9 cm ② 10 cm ③ 11 cm
④ 12 cm ⑤ 13 cm

서/답/형

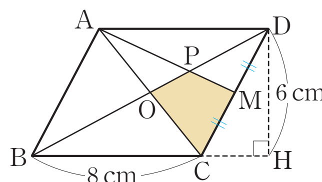
9 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 변 AD 위의 점 E와 꼭짓점 B를 이은 선분이 대각선 AC와 만나는 점을 F라고 하자. $\overline{AF}=6$ cm, $\overline{CF}=9$ cm, $\overline{BC}=12$ cm일 때, $\overline{AE}$의 길이를 구하여라. [8점]



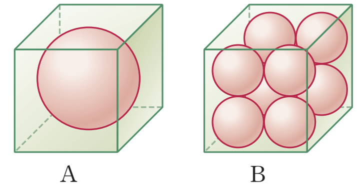
10 오른쪽 그림에서 $\overline{AD}$는 △ABC의 한 중선이다. △ABD$=18$ cm^{2}일 때, $\overline{AH}$의 길이를 구하여라. [8점]



11 오른쪽 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{BC}=8$ cm, $\overline{DH}=6$ cm, $\overline{CM}=\overline{DM}$일 때, □OCMP의 넓이를 구하여라. [8점]

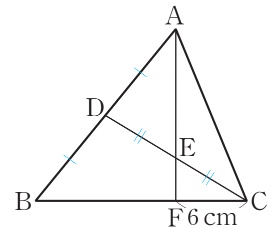


12 오른쪽 그림과 같이 크기가 같은 정육면체 모양의 두 상자 A, B가 있다. 상자 A에는 구슬 1개를 넣었더니 가득 찼고, 상자 B에는 크기가 같은 구슬 8개를 넣었더니 가득 찼다. 두 상자 A, B에 들어 있는 구슬 전체의 겉넓이의 비를 구하여라. [8점]



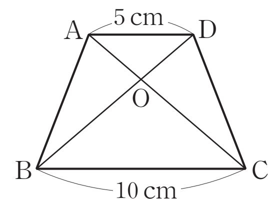
|서술형|

13 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AD}=\overline{DB}$, $\overline{DE}=\overline{EC}$이다. $\overline{FC}=6$ cm일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [10점]



|서술형|

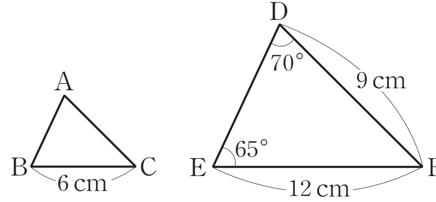
14 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 사다리꼴 ABCD에서 두 대각선 AC, BD의 교점을 O라 하자. △ADO$=6$ cm^{2}일 때, 사다리꼴 ABCD의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. [10점]



60점 미만이면 **하 · 수준** 문제를, 60점 이상 80점 미만이면 **중 · 수준** 문제를, 80점 이상이면 **상 · 수준** 문제를 풀어 보세요.

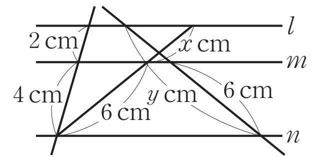
하·수준

1 아래 그림에서 △ABC∽△DEF일 때, 다음 중에서 옳은 것을 모두 찾아라.

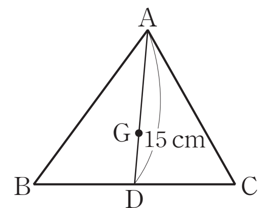


ㄱ. 닮음비는 1 : 2이다.	ㄴ. $\overline{AC}$=13 cm
ㄷ. ∠A=70°	ㄹ. ∠C=45°

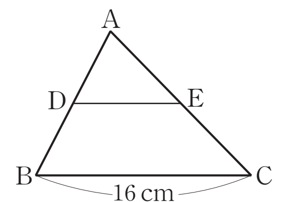
2 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m /\!/ n$일 때, $x+y$의 값을 구하여라.



3 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고, $\overline{AD}$=15 cm일 때, $\overline{AG}$의 길이를 구하여라.

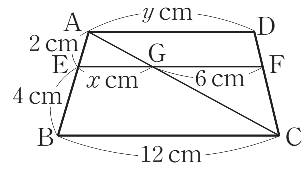


4 오른쪽 그림의 △ABC에서 점 D, E는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이다. $\overline{BC}$=16 cm일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.

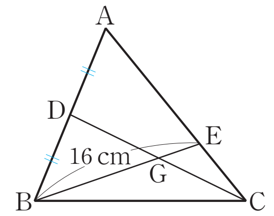


중·수준

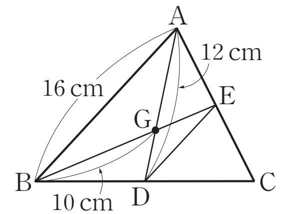
1 오른쪽 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{EF} /\!/ \overline{BC}$일 때, $x+y$의 값을 구하여라.



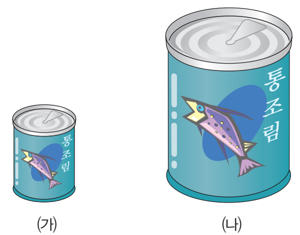
2 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 2 : 1$이고 $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{BE} = 16$ cm일 때, $\overline{GE}$의 길이를 구하여라.



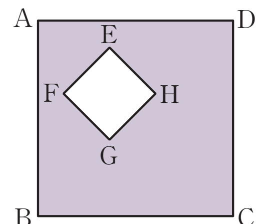
3 오른쪽 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이다. $\overline{AB} = 16$ cm, $\overline{AD} = 12$ cm, $\overline{BG} = 10$ cm일 때, △GDE의 둘레의 길이를 구하여라.



4 오른쪽 그림과 같은 원기둥 모양의 두 통조림통이 서로 닮은 도형이고, 높이의 비는 2 : 5이다. ㈎의 부피가 24 cm^3일 때, ㈏의 부피를 구하여라.

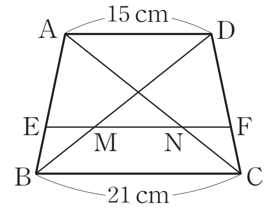


5 오른쪽 그림과 같이 정사각형 ABCD의 내부에 정사각형 EFGH가 있다. 두 정사각형의 둘레의 길이의 비가 3 : 1일 때, □EFGH와 색칠한 부분의 넓이의 비를 구하여라.

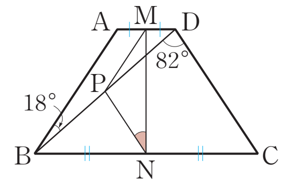


상·수준

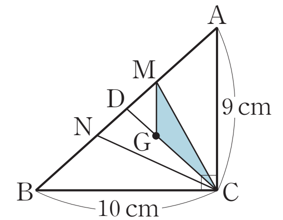
1 오른쪽 그림에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{BC}$이고 $\overline{AE}:\overline{EB}=2:1$일 때, $\overline{MN}$의 길이를 구하여라.



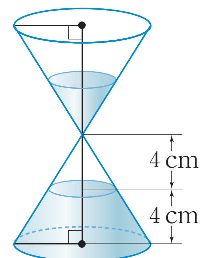
2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD에서 세 점 M, N, P는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$의 중점이다. $\angle ABD=18°$, $\angle BDC=82°$일 때, $\angle PNM$의 크기를 구하여라.



3 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 점 D는 $\overline{AB}$의 중점이고, 두 점 M, N은 $\overline{AB}$를 삼등분하는 점이다. 점 G는 △ABC의 무게중심이고 $\overline{BC}=10$ cm, $\overline{AC}=9$ cm일 때, △MGC의 넓이를 구하여라.



4 오른쪽 그림과 같이 모양과 크기가 같은 두 개의 원뿔로 연결된 물시계가 있다. 위의 원뿔에 가득 차 있던 물이 아래로 다 떨어지는 데는 한 시간이 걸리고, 그때마다 다시 뒤집어 놓기를 반복한다고 한다. 현재 상태가 오른쪽 그림과 같다면 물시계를 마지막으로 뒤집어 놓은 후 몇 분이 지난 것인지 구하여라.



1 목표| 닮음의 성질을 이해하게 한다.

풀이| ① 닮음비는 $15:10=3:2$
⑤ $\overline{AB}:\overline{EF}=3:2$이므로 $\overline{AB}=9(\mathrm{cm})$ 답 ①, ⑤

2 목표| 닮음의 성질을 이용하여 모서리의 길이의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이| 닮음비는 $12:24=1:2$이므로
$8:x=1:2$에서 $x=16$
$6:y=1:2$에서 $y=12$
$x+y=28$ 답 ④

3 목표| 삼각형의 닮음조건을 이해하게 한다.

풀이| ① $\angle A=75^\circ$, $\angle D=45^\circ$이면
$\angle B=\angle D$, $\angle C=\angle E$이므로
$\triangle ABC \backsim \triangle FDE$ (AA 닮음) 답 ①

4 목표| 삼각형의 한 변에 평행한 직선에 대한 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{DE}:\overline{BC}=\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{DG}:\overline{BF}$이므로
$\overline{DG}:5=9:(5+10)$, $\overline{DG}=3(\mathrm{cm})$ 답 ③

5 목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 옳은 것을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ④ $\triangle ABC \backsim \triangle DAC$이므로
$\overline{CB}:\overline{AC}=\overline{AC}:\overline{CD}$, $\overline{AC}^2=\overline{CB}\cdot\overline{CD}$

답 ④

6 목표| 삼각형의 닮음비를 이용하여 주어진 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{BD}:\overline{DC}=3:5$이므로
$\triangle ABD:\triangle ACD=3:5$
$\triangle ACD=40(\mathrm{cm}^2)$ 답 ④

7 목표| 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 이용하여 $x-y$의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $4:6=x:9$에서 $x=6$
$4:6=3:y$에서 $y=\frac{9}{2}$, $x-y=\frac{3}{2}$ 답 ②

8 목표| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ADF$에서 $\overline{GE}=\frac{1}{2}\overline{DF}=4(\mathrm{cm})$
$\triangle BCE$에서 $\overline{BE}=2\overline{DF}=16(\mathrm{cm})$
$\overline{BG}=\overline{BE}-\overline{GE}=12(\mathrm{cm})$ 답 ④

9 목표| 삼각형의 닮음조건을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle AEF \backsim \triangle CBF$이므로
$\overline{AE}:\overline{CB}=\overline{AF}:\overline{CF}$, $\overline{AE}=8(\mathrm{cm})$

답 8 cm

10 목표| 중선의 뜻을 알고, 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABC=2\triangle ABD=36(\mathrm{cm}^2)$이므로
$\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}=36$, $\overline{AH}=9(\mathrm{cm})$

답 9 cm

11 목표| 무게중심의 성질을 이용하여 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\square ABCD=8\times6=48(\mathrm{cm}^2)$이므로
$\triangle ACD=\frac{1}{2}\square ABCD=24(\mathrm{cm}^2)$
점 P는 $\triangle ACD$의 무게중심이므로
$\square OCMP=\frac{1}{3}\triangle ACD=8(\mathrm{cm}^2)$ 답 8 cm²

12 목표| 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 이용하여 구슬의 겉넓이의 비를 구할 수 있게 한다.

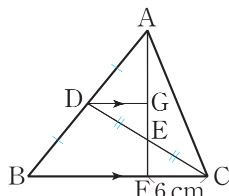
풀이| 두 상자 A, B에 들어 있는 구슬 한 개의 반지름의 길이의 비가 $2:1$이므로 구슬 한 개의 겉넓이의 비는 $2^2:1^2=4:1$

그런데 두 상자 A, B에 들어 있는 구슬의 개수는 각각 1개, 8개이므로 구슬 전체의 겉넓이의 비는

$(4\times1):(1\times8)=1:2$ 답 $1:2$

13 목표| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DG}/\!/\overline{BC}$가 되도록 점 G를 잡으면 $\triangle DEG\equiv\triangle CEF$



$\overline{DG}=\overline{FC}=6(\text{cm})$ …㉠

$\triangle ABF$에서

$\overline{BF}=2\overline{DG}=12(\text{cm})$ …㉡

$\overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}=12+6=18(\text{cm})$ …㉢

답 18 cm

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	$\overline{DG}$의 길이 구하기	㉠	4점
	$\overline{BF}$의 길이 구하기	㉡	4점
답 구하기	$\overline{BC}$의 길이 구하기	㉢	2점

14 목표| 닮음비와 넓이의 비 사이의 관계를 이용하여 주어진 사각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ADO\backsim\triangle CBO$이므로 넓이의 비는

$1^2:2^2=1:4$, $\triangle CBO=24(\text{cm}^2)$ …㉠

$\overline{DO}:\overline{BO}=\overline{AO}:\overline{CO}=1:2$이므로

$\triangle ABO=2\triangle ADO=12(\text{cm}^2)$

$\triangle CDO=2\triangle ADO=12(\text{cm}^2)$ …㉡

$\square ABCD$

$=\triangle ADO+\triangle CBO+\triangle ABO+\triangle CDO$

$=54(\text{cm}^2)$ …㉢

답 54 cm^2

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소		배점
해결 과정	$\triangle CBO$의 넓이 구하기	㉠	4점
	$\triangle ABO$와 $\triangle CDO$의 넓이 구하기	㉡	4점
답 구하기	$\square ABCD$의 넓이 구하기	㉢	2점

하·수준

1 목표| 닮음의 성질을 이해하게 한다.

풀이| ㄴ. $\overline{BC}:\overline{EF}=\overline{AC}:\overline{DF}$이므로

$6:12=\overline{AC}:9$, $\overline{AC}=\frac{9}{2}(\text{cm})$

답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

2 목표| 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 이용하여 $x+y$의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $2:4=x:6$에서 $x=3$

$2:4=(y-6):6$에서 $y=9$

$x+y=12$

답 12

3 목표| 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times15=10(\text{cm})$

답 10 cm

4 목표| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times16=8(\text{cm})$ 답 8 cm

중·수준

1 목표| 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 이용하여 $x+y$의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\triangle ABC$에서 $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BC}$이므로

$2:(2+4)=x:12$, $x=4$

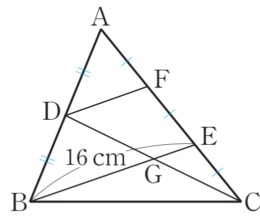
$\triangle ACD$에서 $\overline{CF}:\overline{CD}=\overline{GF}:\overline{AD}$이므로

$4:(4+2)=6:y$, $y=9$

$x+y=13$ 답 13

2 목표| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 오른쪽 그림과 같이 선분 AE의 중점을 F라고 하면 △ABE에서



$\overline{DF}=\frac{1}{2}\overline{BE}=8(\text{cm})$

△DCF에서

$\overline{GE}=\frac{1}{2}\overline{DF}=4(\text{cm})$ 답 4 cm

3 목표| 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 주어진 삼각형의 둘레의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 G가 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=4(\text{cm})$, $\overline{GE}=\frac{1}{2}\overline{BG}=5(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{EC}$, $\overline{BD}=\overline{DC}$이므로 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=8(\text{cm})$

따라서 △GDE의 둘레의 길이는

$\overline{GD}+\overline{GE}+\overline{DE}=4+5+8=17(\text{cm})$ 답 17 cm

4 목표| 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 이용하여 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 통조림통의 닮음비가 2 : 5이므로 부피의 비는 $2^3 : 5^3=8 : 125$이다.

따라서 (나)의 부피를 V cm³라고 하면

$24 : V=8 : 125$, $V=375(\text{cm}^3)$ 답 375 cm³

5 목표| 두 정사각형의 둘레의 길이의 비를 이용하여 넓이의 비를 구할 수 있게 한다.

풀이| □ABCD와 □EFGH의 둘레의 길이의 비가 3 : 1이므로 닮음비도 3 : 1이다.

□ABCD : □EFGH$=3^2 : 1^2=9 : 1$

따라서 □EFGH와 색칠한 부분의 넓이의 비는

$1 : (9-1)=1 : 8$ 답 1 : 8

상·수준

1 목표| 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비를 이용하여 주어진 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| △ABC에서 $\overline{AE} : \overline{AB}=\overline{EN} : \overline{BC}$이므로

$2 : 3=\overline{EN} : 21$, $\overline{EN}=14(\text{cm})$

△ABD에서 $\overline{AB} : \overline{EB}=\overline{AD} : \overline{EM}$이므로

$3 : 1=15 : \overline{EM}$, $\overline{EM}=5(\text{cm})$

$\overline{MN}=\overline{EN}-\overline{EM}=9(\text{cm})$ 답 9 cm

2 목표| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 주어진 각의 크기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{PM}/\!/\overline{AB}$, $\overline{PM}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$\overline{PN}/\!/\overline{CD}$, $\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{CD}$

$\angle MPD=\angle ABD=18°$, $\angle BPN=\angle BDC=82°$

이므로 $\angle MPN=\angle MPD+\angle DPN=116°$

$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 △PMN은 $\overline{PM}=\overline{PN}$인 이등변삼각형이다.

$\angle PNM=\frac{1}{2}\times(180°-116°)=32°$ 답 32°

3 목표| 삼각형의 무게중심의 성질을 이용하여 주어진 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{DM}=\overline{AD}-\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}-\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{6}\overline{AB}$

따라서 $\triangle MDC=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{15}{2}(\text{cm}^2)$이므로

$\triangle MGC=\frac{2}{3}\triangle MDC=5(\text{cm}^2)$ 답 5 cm²

4 목표| 닮음비와 부피의 비 사이의 관계를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 현재 남아 있는 물의 부피와 떨어진 물의 부피의 비는 $1 : (8-1)=1 : 7$이다.

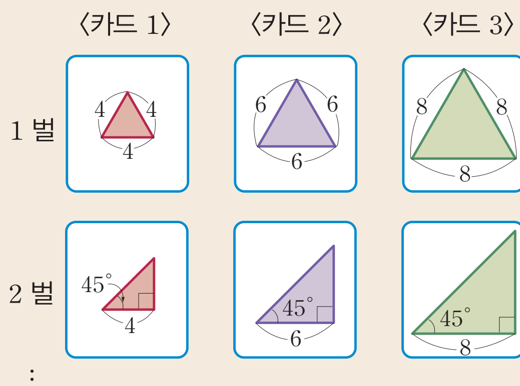
따라서 1시간, 즉 60분 동안 전체 물의 양의 $\frac{7}{8}$이 아래로 떨어진 것이므로 마지막으로 뒤집어 놓은 후 지난 시간은 $60\times\frac{7}{8}=52.5$(분) 답 52.5분

닮은 도형을 찾아라!

여러 가지 닮은 도형이 그려진 카드로 다음과 같은 게임을 하여 보아라.

준비물

3개의 닮은 도형이 각각 그려진 카드 10벌(30장), 게임 말



① 〈카드 1〉을 섞어서 뒤집어 놓고, 〈카드 1〉의 도형과 서로 닮은 도형들이 그려져 있는 〈카드 2〉, 〈카드 3〉을 섞어서 〈카드 1〉 주변에 둥글게 늘어놓는다.

② 둥글게 늘어놓은 카드 위에 다섯 칸 간격으로 각자의 말을 올려놓고 진행 방향을 정한다.

③ 앞으로 가야 할 카드에 그려진 도형과 닮은 도형을 〈카드 1〉에서 한 번에 찾아내면 한 칸 전진하고, 또 찾아내면 또 한 칸 전진한다. 맞힐 때마다 한 칸씩 전진하다가 틀리면 제자리에 있고, 순서는 다음 학생으로 넘어간다.

④ 전진하다가 다른 말을 만나면 잡을 수 있고, 끝까지 남는 학생이 이긴다.



동병상련(同病相憐)과 닮음

우리는 흔히 서로 같은 어려움을 겪고 있는 경우에 '동병상련(同病相憐)'이라는 말을 사용한다. 예를 들어 '저 두 사람은 같은 병을 앓다 보니 동병상련이라고 형제보다 그 우애가 더하다.' 또는 '동병상련이라고 어려운 처지를 당해 봐야 남을 생각할 줄도 알게 되는 법이다.' 등과 같이 사용한다. 동병상련은 '같은 병을 앓는 사람끼리 서로 가엽게 여긴다.'는 뜻으로 '어려운 처지에 있는 사람끼리 서로 딱하게 여겨 동정하고 돕는다.'는 말이다. "오월춘추(吳越春秋)"의 '합려내전(闔閭內傳)'에 다음과 같은 이야기가 실려 있다.

전국시대인 오(吳)나라의 광(光)은 사촌 동생인 오왕 요(僚)를 시해한 뒤 오왕 합려(闔閭)라 일컫고 자신을 도와준 초(楚)나라 사람인 오자서(伍子胥)를 중용했다. 오자서는 7년 전 초나라의 비무기(費無忌)라는 사람의 모함으로 태부(太傅)로 있던 아버지와 역시 관리였던 맏형이 처형당하자 복수의 화신이 되어 오나라로 피신해 온 망명객이었다. 그가 합려를 적극적으로 도와준 것은 유능한 합려가 왕위에 오름으로써 아버지와 형의 원수를 갚으려는 이유에서였다. 그때 마침 비무기의 모함으로 아버지를 잃은 백비(伯嚭)가 오나라로 피신해 오자 오자서는 그를 합려에게 천거하여 대부(大夫) 벼슬에 오르게 했다. 그런데 같은 대부 벼슬에 있던 피리(被離)는 백비를 별로 달갑게 생각하지 않았다. 어느 날 피리가 오자서에게 물었다.

"백비의 눈길은 매와 같고 걸음걸이는 호랑이와 같으니 이는 필시 살인할 인상입니다. 그런데 공께서는 무슨 까닭으로 그런 인물을 천거했습니까?"

피리의 말이 듣고 오자서는 이렇게 대답했다.

"별다른 까닭은 없습니다. 하상가(河上歌)라는 노래에도 '동병상련 동우상구(同病相憐 同憂相救)'란 말이 있듯이 나와 같은 처지에 있는 백비를 돕는 것은 인지상정(人之常情)이지요."

"당신이 하는 말뜻은 알겠습니다. 그러나 결코 마음을 허락해서는 안 될 사람입니다."

피리의 충고에도 불구하고 오자서는 백비를 동료로 삼아 함께 일했다. 그로부터 9년 후 합려가 초나라를 공격하여 승리하자 오자서와 백비는 마침내 원수를 갚을 수 있었다. 그러나 그 후 오자서는 불행히도 피리의 예언대로 월(越)나라에 매수된 백비의 모함에 빠져 죽임을 당하고 말았다.

동병상련은 한 마디로 '닮았다.'는 뜻이다. 수학에서는 한 도형을 일정한 비율로 확대 또는 축소하거나 그대로 다른 도형에 포갤 수 있을 때, 이들 두 도형은 서로 닮았다 또는 닮음인 관계가 있다고 하고 닮은 두 도형을 닮은 도형이라고 한다.

도형의 닮음이 실생활의 어디에서 사용될까? 복사기나 카메라, 환등기, 컴퓨터의 화면 등은 도형의 확대와 축소가 모두 자유롭다. 현미경을 이용하여 관찰되는 세포, 세균, 미립자 등과 과학에 이용되는 분자 모형 등은 도형의 확대를 이용한 것이다. 은행에서 수표를 발행할 때 모든 수표는 마이크로 카메라에 의하여 축소 복사된다. 또 명함판 사진이나 제품을 소개하는 사진들, 건물을 짓기 전에 미리 만들어 놓은 모형, 비행기나 자동차의 모형 등의 장난감, 실물 모양의 기념품 등은 모두 도형의 축소를 이용한 것이다.

동병상련(同病相憐) 同(같을 동), 病(병 병), 相(서로 상), 憐(불쌍히 여길 련)

● 참고 문헌 및 인용 자료

- 박교식, 수학기호 다시보기, 수학사랑, 1999, p. 447
- 이광연, 웃기는 수학이지 뭐야, 경문사, 2008, p. 124
- 이광연, 수학 블로그, 살림Friends, 2008, p. 361, 374
- 이광연, 수학플러스, 동아시아, 2010, p. 107, 173, 219, 279, 345, 399, 467, 527
- 이석훈, 김응한, 통계와 확률 지도론, 경문사, 2000, p. 350, 351
- 이우영, 유클리드 기하학과 비유클리드 기하학, 경문사, 1990, p. 404, 405, 472, 473
- 허민, 수학자의 뒷모습I, II, III, IV, 경문사, 2008, p. 126, 149, 378, 415
- Carl B. Boyer, Uta C. Merzbach(양영오, 조윤동 역), 수학의 역사(상, 하), 경문사, 2000, p. 309, 486
- Frank Swetz, Learn from the Masters, The Mathematical Association of America, 1995, p. 72, 73, 112, 113, 178, 179, 224, 225, 284, 285, 350, 351, 404, 405, 472, 473
- H. Eves(이우영, 신항균 역), 수학사, 경문사, 2005, p. 72, 73, 84, 112, 113, 178, 179, 224, 225, 284, 285, 350, 351, 404, 405, 416, 447, 472, 473, 482
- Lucas N. H. Bunt, Phillip S. Jones, Jack D. Bedient, The Historical Roots of Elementary Mathematics, Dover Publications Inc., 1988, p. 72, 73, 112, 113, 178, 179, 224, 225, 284, 285, 350, 351, 404, 405, 472, 473
- 과학창의재단 사이언스올(http://www.scienceall.com), p. 302
- 국립중앙박물관(http://www.museum.go.kr), p. 132, 443